

## Задача 9-2. Единица измерения энергии – рубль!

### Часть 1. Шкала Фаренгейта.

1.1 Так как связь линейна, то формулы, связывающие эти шкалы, должны быть линейными. В задаче требуется получить точные формулы, поэтому коэффициенты в этих формулах должны быть точными. Заметим, что изменению температуры на 100 градусов Цельсия соответствует изменение на 180 градусов Фаренгейта, т.е.

$$100^{\circ}C = 180^{\circ}F. \quad (1)$$

$$\text{или } \frac{1^{\circ}C}{1^{\circ}F} = \frac{9}{5}.$$

Кроме того, нули шкал сдвинуты. Так  $t^{\circ}C = 0,0^{\circ}$  соответствует  $32^{\circ}F$ , что свидетельствует о том, что шкала Фаренгейта сдвинута на  $32^{\circ}F$ . Поэтому формула, связывающая шкалу Цельсия со шкалой Фаренгейта, имеет вид

$$t^{\circ}F = \frac{9}{5}t^{\circ}C + 32^{\circ}F \quad (2)$$

Для проверки полученного соотношения можно воспользоваться второй опорной точкой: рассчитаем по полученной формуле значение температуры  $100^{\circ}C$  по шкале Фаренгейта

$$\frac{9}{5} \cdot 100^{\circ}C + 32^{\circ}F = 212^{\circ}F.$$

Из формулы (2) легко получить формулу для обратного перехода

$$t^{\circ}C = \frac{5}{9}(t^{\circ}F - 32^{\circ}F) \quad (3)$$

Отметим, что записи этих же формул, с использованием десятичных дробей, не будут точными.

1.2 Для расчета воспользуемся формулой (2):

$$t^{\circ}F = \frac{9}{5} \cdot 36,6^{\circ}C + 32^{\circ}F = 97,9^{\circ}F \quad (4)$$

Так как формулы перехода являются точными, то округлять следует до разряда, соответствующего последнему разряду в исходных данных

1.3 Для перехода используем формулу (3):

$$t^{\circ}C = \frac{5}{9}(0,0^{\circ}F - 32^{\circ}F) = -18^{\circ}C. \quad (5)$$

$$t^{\circ}C = \frac{5}{9}(100^{\circ}F - 32^{\circ}F) = 37,8^{\circ}C. \quad (6)$$

В соответствии с исходными данными первое число округлено до двух значащих цифр, второе – до трех.

### Часть 2. В каких единицах измерял работу Дж. Джоуль?

2.1 Работа при поднятии груза массы  $m$  на высоту  $h$  рассчитывается по формуле

$$A = mgh \quad (1)$$

Для того, чтобы получить работу в Джоулях, необходимо в эту формулу подставить значения величин, измеренных в единицах системы СИ:

$$A(1\phi \cdot \phi) = 0,4536\text{кг} \cdot 9,811 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 0,3048\text{м} = 1,356\text{Джс}. \quad (2)$$

**2.2** По определению 1 калория равна количеству теплоты, которое требуется, чтобы нагреть 1 грамм воды на 1 градус Цельсия. По результатам измерений Дж. П. Джоуля на нагревание  $m_0 = 1 \text{ фунт}$  на  $\Delta t = 1^\circ F$  потребовалась энергия, равная потенциальной энергии 838 футо-фунтов, поднятых на высоту в 1 фут. Следовательно, энергия в 1 калорию рассчитывается по формуле, в которой массу воды надо выразить в граммах, а разность температур в градусах Цельсия:

$$Q(1\text{кал}) = \frac{mgh}{m_0 \Delta t(^{\circ}C)} = \frac{773 \cdot 0,4536 \cdot 9,811 \cdot 0,3048}{1000 \cdot 0,4536 \cdot \frac{5}{9}} = 4,159 \frac{\text{Дж}}{\text{кал}} . \quad (3)$$

### **Часть 3. Измерение энергии в рублях.**

**3.1** При мощности в 1 Вт за 1 секунду совершается работа в 1 Дж. Поэтому  $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Вт} \cdot 1 \text{ с}$ . Тогда

$$1 \text{ кВт} \cdot \text{час} = 1000 \text{ Вт} \cdot 3600 \text{ с} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж} (\text{точно}). \quad (4)$$

Цена (price) одного «электроджоуля» равна

$$\text{Pr}(1 \text{ Дж}) = \frac{0,15}{3,6 \cdot 10^6} = 4,2 \cdot 10^{-8} \frac{\text{руб}}{\text{Дж}} . \quad (5)$$

или 4,2 микрокопейки.

**3.2** 1 Гигакалория в джоулях равна

$$1 \text{ Гкал} = 4,159 \cdot 10^9 \text{ Дж} \approx 4,2 \cdot 10^9 \text{ Дж} . \quad (6)$$

Цена (price) одного «теплоджоуля» равна

$$\text{Pr}(1 \text{ Дж}) = \frac{18,5}{4,16 \cdot 10^9} = 4,5 \cdot 10^{-8} \frac{\text{руб}}{\text{Дж}} . \quad (5)$$

или 4,5 микрокопейки, что немного дороже «электроджоуля».

**3.3** Из формулы для потенциальной энергии в поле тяжести земли находим

$$E = mgh \quad m = \frac{E}{gh} = \frac{3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}}{9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 10 \text{ м}} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ кг} . \quad (6)$$

Итак, чтобы заработать 15 копеек по тарифам за электроэнергию, необходимо поднять 36 тонн на высоту 10 м – и кто скажет, что цена электроэнергии высока?

**3.4** Используем формулу для количества теплоты, необходимо для нагревания

$$Q = cm\Delta t . \quad (7)$$

По определению калории теплоемкость воды равна  $c = 1 \frac{\text{кал}}{\text{г} \cdot \text{град}}$ , или  $c = 1 \cdot 10^3 \frac{\text{кал}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$ .

Масса 1 кубометра воды (т.е. плотность) равна  $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ . Подставим эти значения в формулу (7):

$$Q = cm\Delta t = \left( 1 \cdot 10^3 \frac{\text{кал}}{\text{кг} \cdot \text{град}} \right) \cdot \left( 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot V \right) \Delta t^{\circ} = 1,0 \cdot 10^6 \frac{\text{кал}}{\text{м}^3 \cdot \text{град}} V \Delta t^{\circ} . \quad (8)$$

Наконец, переходим к Гигакалориям:

$$Q = 1 \cdot 10^6 \frac{\text{кал}}{\text{м}^3 \cdot \text{град}} V \Delta t^{\circ} = 1,0 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Гкал}}{\text{м}^3 \cdot \text{град}} V \Delta t^{\circ} . \quad (9)$$

Таким образом, формула расчета полученной теплоты звучит так: объем использованной воды в кубометрах умножаем на нагрев в градусах и делим на тысячу»

**3.5** Используя полученную формулу, рассчитываем количество теплоты (в Гигакалориях):

$Q = \frac{0,2 \cdot 25}{1000} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Гкал}$ , и умножая на цену, получаем стоимость тепловой энергии в ванне

$Pr = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Гкал} \cdot 18,5 \frac{\text{руб}}{\text{Гкал}} = 0,093 \text{ руб}$ , или примерно 10 копеек.