

Часть 3 Конструкторская, предоставляет богатые возможности для творчества. Однако основными идеями являются: помещение трубки в закрытый сосуд, и предварительное наполнении трубки водой, так чтобы она плавала «на грани» - при незначительном изменении объема сосуда (а, следовательно, и объема воздуха в трубке) трубка начинала тонуть.

Задача 3. Амперметр, вольтметр, омметр и пр.

Часть 1. Приборы магнитоэлектрической системы.

1.1 При пропускании тока через рамку на нее будут действовать моменты сил со стороны магнитного поля и со стороны пружины, в результате рамка перейдет в новое положение равновесия, которое определяется уравнением

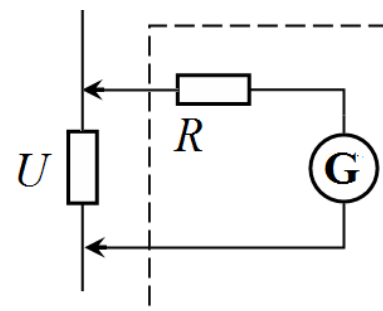
$$IBS \sin(\varphi_0 + \delta) = k\delta. \quad (1)$$

где δ - угол отклонения стрелки от «нулевого» положения. Из уравнения (1) следует, что для «линейности» прибора необходимо, чтобы момент со стороны магнитного поля слабо зависел от поворота рамки. Это достигается при $\varphi_0 = 90^\circ$, в этом случае $\sin(\varphi_0 + \delta) = \cos \delta \approx 1$. Иными словами, в положении равновесия нормаль к рамке должна быть перпендикулярна линиям магнитного поля, или магнитные линии должны лежать в плоскости рамки. Кроме того, при такой ориентации момент силы со стороны магнитного поля максимален, что повышает чувствительность гальванометра.

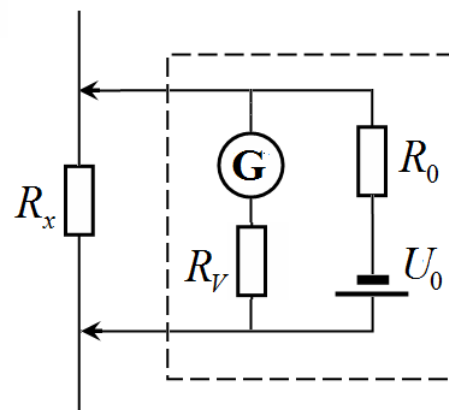
1.2 Чтобы «превратить» гальванометр в вольтметр, к необходимо последовательно подключить дополнительный резистор большого сопротивления R (значительно превышающего сопротивление элемента, на котором производится измерение напряжения). В этом случае сила тока через гальванометр будет равна

$$I = \frac{U}{R}. \quad (2)$$

Следовательно, диапазон измеряемых напряжений будет лежать в интервале $[RI_{\min}, RI_{\max}]$. Данная схема работает строго в линейном режиме.



1.3 Так как гальванометр измеряет силу тока, то омметр должен содержать источник тока. При протекании тока через измеряемый резистор, напряжение на нем пропорционально его сопротивлению. Поэтому желательно, чтобы сила тока в цепи этого резистора не зависела от его сопротивления. Для этого следует источник с большим внутренним сопротивлением (источник тока). Можно просто добавить резистор с большим сопротивлением в измерительную цепь. Далее следует измерять напряжение на измеряемом резисторе, то есть использовать разработанную схему вольтметра. Таким образом, «вырисовывается» следующая схема омметра и его подключения к измеряемому резистору.



В этой схеме: R_0 - сопротивление в цепи источника тока, R_V - сопротивление в цепи вольтметра; R_x - измеряемое напряжение. Между этими сопротивлениями должно выполняться соотношение: $R_0 \gg R_V \gg R_x$. При выполнении этих условий сила тока через резистор будет равна:

$$I_G = \left(\frac{U_0}{R_0} R_x \right) \frac{1}{R_V} = \left(\frac{U_0}{R_0 R_V} \right) \cdot R_x \quad (3)$$

и пропорциональна измеряемому сопротивлению.

Часть 2. Электростатический вольтметр.

2.1 Пластины электродов в области их перекрытия можно рассматривать как конденсатор, емкость которого зависит от смещения подвижной пластины:

$$C = \frac{\varepsilon_0 l (x + x_0)}{d} . \quad (4)$$

При проведении измерений этот конденсатор фактически подключается к источнику постоянного напряжения U . Поэтому энергия этого конденсатора равна

$$W_C = \frac{CU^2}{2} . \quad (5)$$

При втягивании подвижного электрода емкость конденсатора увеличивается, поэтому увеличивается и его энергия. Это приводит к определенному парадоксу: пластина должна не втягиваться, а выталкиваться из зазора неподвижного электрода!?

Однако, никакого парадокса нет: дело в том, что конденсатор не является замкнутой системой, он подключен к источнику напряжения. При увеличении емкости увеличивается заряд конденсатора, следовательно, источник совершает работу по зарядке конденсатора, поэтому его энергия уменьшается. Изменение энергии источника рассчитывается следующим образом:

$$W_U = -A = -qU = -CU^2 . \quad (6)$$

Полная энергия системы равна

$$W = W_C + W_U = -\frac{CU^2}{2} . \quad (7)$$

Таким образом, при втягивании подвижной пластины суммарная энергия уменьшается, следовательно, на пластину действует сила, направленная к неподвижному электроду и равная

$$F = -\frac{\Delta W}{\Delta x} = \frac{U^2}{2} \frac{\Delta C}{\Delta x} = \frac{\varepsilon_0 l}{2d} U^2 . \quad (7)$$

2.2 В положении равновесия эта сила компенсируется силой упругости пружины:

$$\frac{\varepsilon_0 l}{2d} U^2 = kx . \quad (8)$$

Тогда смещение пластины

$$x = \frac{\varepsilon_0 l}{2dk} U^2 . \quad (9)$$

2.3 Зависимость смещения от напряжения нелинейная, для ее линеаризации можно попытаться заменить прямоугольные пластины на пластину более «хитрой» формы. Для этого необходимо добиться выполнения условия $\frac{dS}{dx} = \gamma\sqrt{x}$. Такая геометрическая задача может быть решена.

Часть 3. «Фарадометр»

3.1 Если в цепи подключен вольтметр магнитоэлектрической системы, то его показания будут равны нулю. Так как после зарядки конденсаторов ток через вольтметр прекратится.

3.2 Так как ток через электростатический вольтметр не течет, то верхнюю (с резисторами) и нижнюю (с конденсаторами) ветви моста можно рассматривать независимо.

Примем потенциал точки D равным нулю. Тогда потенциал точки A будет равен

$$\varphi_A = IR_2 = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}. \quad (10)$$

Потенциал точки B равен напряжению на конденсаторе C_1 . Это напряжение можно найти, рассматривая два последовательно соединенных резистора:

$$\begin{cases} C_1 U_1 = C_2 U_2 \\ U_1 + U_x = U_0 \end{cases} \Rightarrow U_1 = U_0 \frac{C_2}{C_1 + C_2}. \quad (11)$$

Показания вольтметра:

$$U_V = U_0 \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right) \quad (12)$$

3.3 Мост будет сбалансирован при выполнении «симметричного» условия:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{C_2}{C_1}. \quad (13)$$

