

Задача 9-3. Систематические погрешности электрических схем

Часть 1. Погрешность делителя напряжения.

1.1 Расчет напряжений проводится с использованием закона Ома и законов последовательного и параллельного соединения проводников. Так

$$U_1 = U_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2}. \quad (1)$$

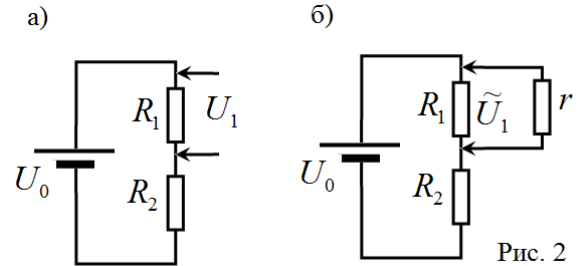


Рис. 2

Для расчета напряжения при подключении исследуемой цепи r в формуле (1) сопротивление R_1 заменить сопротивлением \tilde{R}_1 параллельно соединенных резистора R_1 и исследуемой цепи сопротивлением r . При этом

$$\frac{1}{\tilde{R}_1} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{r}. \quad (2)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \tilde{U}_1 &= U_0 \frac{\tilde{R}_1}{\tilde{R}_1 + R_2} = U_0 \frac{1}{1 + \frac{R_2}{\tilde{R}_1}} = U_0 \frac{1}{1 + R_2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{r} \right)} = U_0 \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{r}} = \\ &= \frac{U_0}{1 + \frac{R_2}{R_1}} \left(1 + \frac{R_1 R_2}{r(R_1 + R_2)} \right)^{-1} \approx \frac{U_0 R_1}{R_1 + R_2} \left(1 - \frac{R_1 R_2}{r(R_1 + R_2)} \right) = U_1 \left(1 - \frac{R_1 R_2}{r(R_1 + R_2)} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

При выводе учтено, что для малого изменения напряжения должно выполняться условие $r \gg R_1, R_2$. На сколько это меньше, показывает формула (3), из которой следует, что относительное изменение напряжения равно

$$\varepsilon_v = \left| \frac{U_1 - \tilde{U}_1}{U_1} \right| = \frac{R_1 R_2}{r(R_1 + R_2)}. \quad (4)$$

Указанное изменение напряжение не превысит указанную величину при выполнении условия

$$\frac{R_1 R_2}{r(R_1 + R_2)} < \varepsilon_v \Rightarrow r > \frac{R_1 R_2}{\varepsilon_v (R_1 + R_2)}. \quad (5)$$

При $R_1 = R_2 = 10 \text{ Ом}$ и $\varepsilon_v = 0,01$

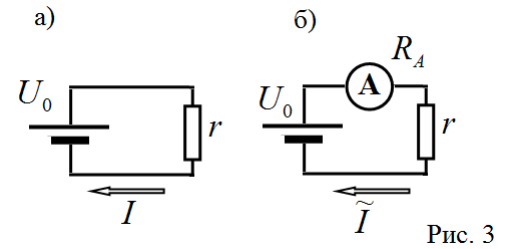
$$r > 500 \text{ Ом}. \quad (6)$$

Часть 2. Погрешность, вносимая амперметром

2.1 Силы тока в приведенных цепях рассчитываются элементарно:

$$I = \frac{U_0}{r} \quad (6)$$

$$\tilde{I} = \frac{U_0}{r + R_A} \approx \frac{U_0}{r} \left(1 - \frac{R_A}{r} \right)$$



Таким образом, относительное изменение силы тока при подключении амперметра равно

$$\varepsilon_A = \left| \frac{I - \tilde{I}}{I} \right| = \frac{R_A}{r}. \quad (7)$$

Указанное требование будет выполнено, при

$$\frac{R_A}{r} < \varepsilon_A \quad R_A < \varepsilon_A r = 0,10 \text{ Ом}. \quad (8)$$

Часть 3. Погрешность, вносимая вольтметром.

3.1 Для решения этой части задачи достаточно заметить, что рассматриваемые здесь схемы полностью эквивалентны схемам, рассмотренным в Части 1. Поэтому можно воспользоваться результатами, полученными в этой части, если сопротивление r заменить на сопротивление вольтметра R_V . Тогда относительное изменение напряжения не превысит 1% при выполнении условия

$$\frac{R_1 R_2}{R_V (R_1 + R_2)} < \varepsilon_V \Rightarrow R_V > \frac{R_1 R_2}{\varepsilon_V (R_1 + R_2)} = 500 \text{ Ом}. \quad (9)$$

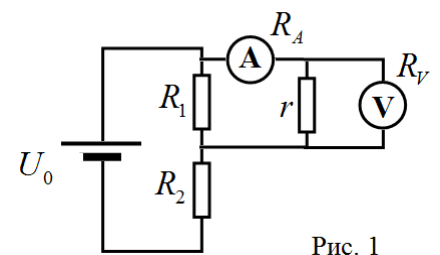
Часть 4. Корректировка измеренной ВАХ

4.1 В использованной схеме показания вольтметра равны напряжению на исследуемом элементе

$$U = \tilde{U}. \quad (10)$$

Амперметр показывает сумму сил токов через исследуемый элемент и вольтметр:

$$\tilde{I} = I + I_A. \quad (11)$$



Таким образом, для корректировки полученной зависимости необходимо из показаний амперметра вычесть силу тока через амперметр, которая рассчитывается по закону Ома:

$$I = \tilde{I} - \frac{\tilde{U}}{R_V}. \quad (12)$$

Необходимые расчеты и скорректированный график приведены в таблице и на бланке. На этом графике: верхняя кривая – исходный график; нижняя прямая – зависимость силы тока через вольтметр от напряжения, средняя кривая – «истинный» график вольтамперной характеристики исследуемого элемента.

Теоретический тур. Вариант 2.

Решения задач 9 класс. Бланк для жюри.

Бланк к задаче 3 (Часть 4)

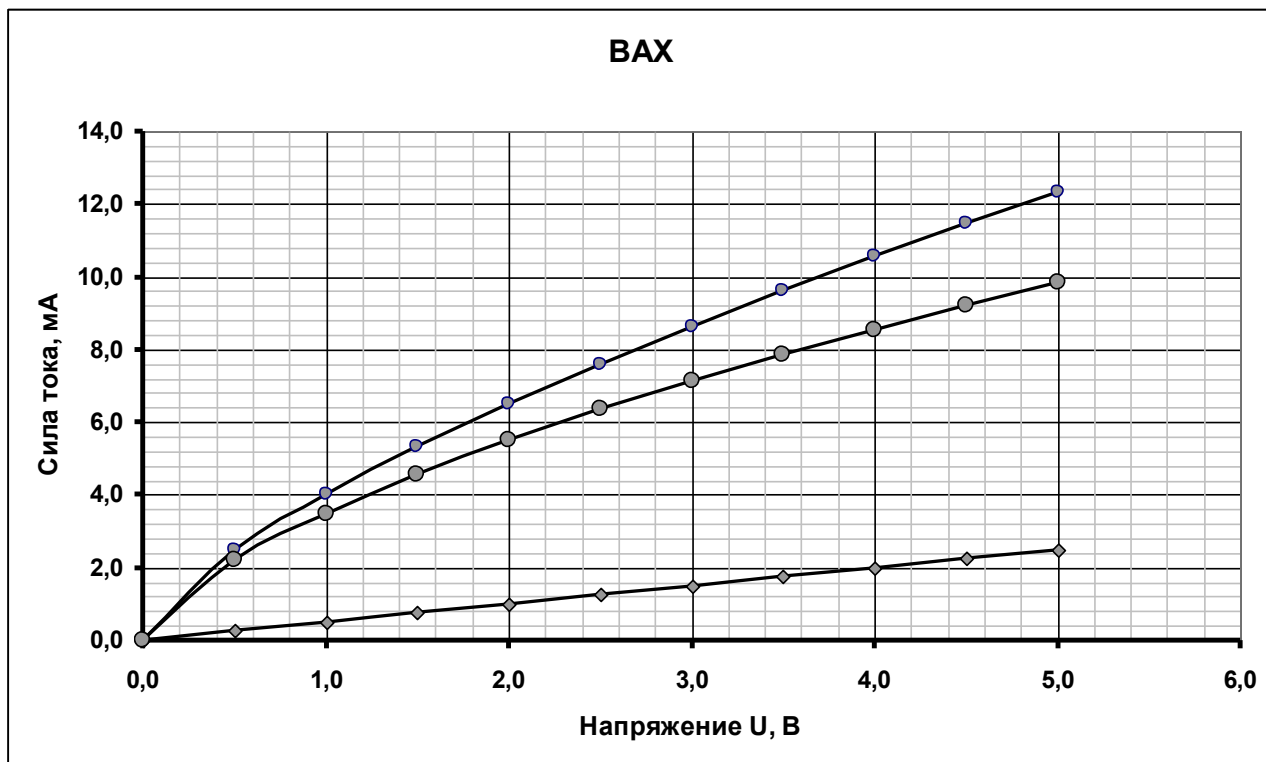


Таблица 1.

| \tilde{U} , В | \tilde{I} , мА | I_V , мА | I_r , мА | | |
|-----------------|------------------|------------|------------|--|--|
| 0,00 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | | |
| 0,50 | 2,46 | 0,25 | 2,21 | | |
| 1,00 | 4,00 | 0,50 | 3,50 | | |
| 1,50 | 5,31 | 0,75 | 4,56 | | |
| 2,00 | 6,50 | 1,00 | 5,50 | | |
| 2,50 | 7,60 | 1,25 | 6,35 | | |
| 3,00 | 8,63 | 1,50 | 7,13 | | |
| 3,50 | 9,61 | 1,75 | 7,86 | | |
| 4,00 | 10,56 | 2,00 | 8,56 | | |
| 4,50 | 11,46 | 2,25 | 9,21 | | |
| 5,00 | 12,34 | 2,50 | 9,84 | | |

Расчетные формулы

Сила тока через вольтметр: $I_V = \frac{\tilde{U}}{R_V}$.

Сила тока через исследуемый элемент $I_r = \tilde{I} - I_V$.