

Задание 2. Капельница Кельвина. Решение.

1. Если заряд сферы равен Q , то ее потенциал равен

$$\varphi = k \frac{Q}{R}, \quad (1)$$

Где $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$. Поэтому разность потенциалов между кольцами равна

$$\Delta\varphi = 2k \frac{Q}{R}. \quad (2)$$

Тогда электрический заряд каждого кольца равен (из определения емкости конденсатора):

$$C = \frac{Q_1}{\Delta\varphi} \Rightarrow Q_1 = C\Delta\varphi = \frac{2kC}{R} Q. \quad (3)$$

2. Так как верхний сосуд заземлен, то потенциал всех его точек (в том числе и капель) равен нулю. Потенциал капли равен сумме потенциалов поля, создаваемых зарядом на ближайшем кольце, и поля, создаваемого зарядом на самой капле. Потенциал поля кольца в точке нахождения капли легко определить, используя принцип суперпозиции:

$$\varphi_1 = k \frac{Q_1}{\sqrt{r^2 + h^2}}. \quad (4)$$

Такой же по модулю (но противоположный по знаку) потенциал создается зарядом на капле

$$\varphi_1 = k \frac{q}{a}. \quad (5)$$

Приравнивая эти выражения, находим заряд капли

$$q = \frac{a}{\sqrt{r^2 + h^2}} Q_1 = \frac{a}{\sqrt{r^2 + h^2}} \frac{2kC}{R} Q. \quad (6)$$

Из этой формулы следует, что безразмерный коэффициент пропорциональности между зарядом капли и зарядом сосуда равен

$$\alpha = \frac{a}{\sqrt{r^2 + h^2}} \frac{2kC}{R}. \quad (7)$$

3. Пусть после попадания $(N-1)$ капель заряд сосуда равен Q_{N-1} , тогда после падения очередной капли заряд сосуда станет равным

$$Q_N = Q_{N-1} + q = Q_{N-1} + \alpha Q_{N-1} = (1 + \alpha) Q_{N-1}. \quad (8)$$

Из этого выражения следует, что заряд сосуда возрастает в геометрической прогрессии, поэтому

$$Q_N = (1 + \alpha)^N Q_0. \quad (9)$$