

### Задача 11.1. Алгебра и геометрия на наклонной плоскости

Кто-то умеет хорошо строить диаграммы векторов сил и предпочитает решать динамические задачи «геометрически». Кто-то рисовать совсем не умеет, и ему приходится заниматься громоздкими математическими преобразованиями.

В данной задаче вам предстоит рассмотреть несколько простых и знакомых задач, на примере которых вам предстоит продемонстрировать свои как алгебраические, так и геометрические способности.

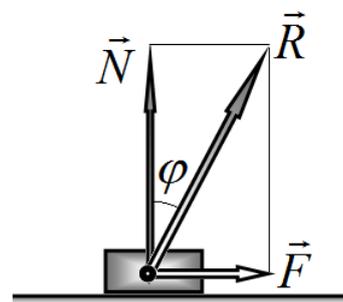
Во всех частях задачи мы будем рассматривать движение бруска по поверхности.

Коэффициент трения бруска о поверхность во всех частях задачи равен  $\mu$

#### 1. Брусок на неподвижной наклонной плоскости

Брусок движется по горизонтальной поверхности. Как пишут в учебниках, на брусок со стороны поверхности действуют сила нормальной реакции  $\vec{N}$  и сила трения (которую здесь и далее) будем обозначать  $\vec{F}$ . Но на самом деле это не разные силы – это две компоненты одной силы, силы взаимодействия бруска и поверхности, которую мы обозначим  $\vec{R}$  (силы реакции).

Назовем угол  $\varphi$  между направлением силы реакции  $\vec{R}$  и нормалью к поверхности.



1.1 Выразите коэффициент трения  $\mu$  через угол трения  $\varphi$ .

1.2 Выразите модуль силы реакции  $\vec{R}$  через модуль силы нормальной реакции  $\vec{N}$  и угол трения  $\varphi$ .

Брусок находится на наклонной плоскости, образующей угол  $\alpha$  с горизонтом.

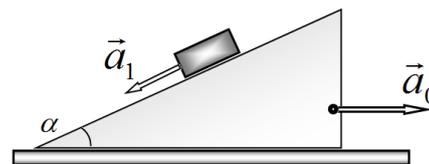
1.3 Нарисуйте взаимное расположение векторов силы реакции  $\vec{R}$  и силы тяжести  $m\vec{g}$ , если брусок скользит по наклонной плоскости.

1.4 При каком минимальном угле наклона  $\alpha_0$  брусок начнет соскальзывать с наклонной плоскости? Ответ выразите через угол трения  $\varphi$ . Как в этом случае будет направлен вектор  $\vec{R}$ ? Чему он будет равен?

1.5 Брусок поместили на наклонную плоскость, образующую угол  $\alpha$  с горизонтом ( $\alpha > \alpha_0$ ). Чему равно ускорение бруска в этом случае? Выразите ответ через углы  $\alpha$  и  $\varphi$ . Дайте геометрическую интерпретацию полученного выражения.

## 2. Брусок на ускоренно движущейся призме

Брусок положили на наклонную грань треугольной призмы, наклоненную под углом  $\alpha$  к горизонту. Под действием внешних сил призма движется горизонтально с постоянным ускорением  $\vec{a}_0$ , как показано на рисунке.



2.1 Покажите, что движение бруска по поверхности ускоренно движущейся призмы можно описать как движение бруска по неподвижной призме, только с другим значением вектора ускорения свободного падения  $\vec{g}'$  (который можно назвать эффективным ускорением свободного падения). Найдите угол  $\beta$  между векторами  $\vec{g}'$  и  $g'$ .

2.2 Покажите, что движение бруска по ускоренно движущейся призме можно описывать, как движение бруска по неподвижной призме, но с другим углом наклона к горизонту  $\alpha'$ . Выразите значение этого угла через ускорение призмы  $\vec{a}_0$ , ускорение свободного падения  $\vec{g}$  и угол  $\alpha$ .

2.3 Пусть угол наклона призмы к горизонту  $\alpha$  меньше  $\alpha_0$  (найденного в п.1.4). Запишите соотношение для углов  $\alpha, \beta, \varphi$ , при котором начнется скольжение бруска.

Из этого соотношения можно найти минимальное ускорение  $\vec{a}_0$ , при котором начнется скольжение бруска, но искать это значение (т.е. решать полученное уравнение) не требуется.