

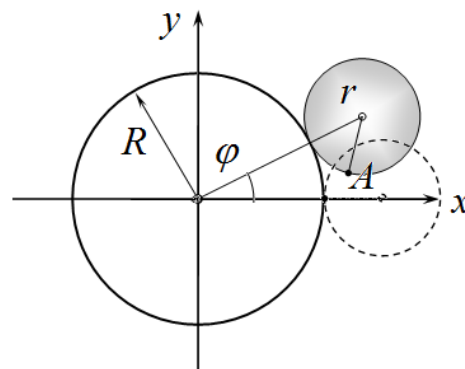
Задание 10-1. Двойное вращение. Решение.

1. Относительно центра колеса точка A поворачивается на угол α , который можно найти из условия

$$R\varphi = r\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{R}{r}\varphi. \quad (1)$$

Тогда, как следует из рисунка, координаты точки A (с учетом $\varphi = \omega t$) описываются функциями

$$\begin{aligned} x(t) &= (R+r)\cos\omega t - r\cos\left(\frac{R}{r}+1\right)\omega t \\ y(t) &= (R+r)\sin\omega t - r\sin\left(\frac{R}{r}+1\right)\omega t \end{aligned} \quad (2)$$



2. Скорость точки максимальна, когда она находится на максимальном удалении от центра диска. В эти моменты времени скорость центра $\omega(R+r)$ и скорость точки относительно центра колеса $\left(\frac{R}{r}+1\right)\omega r = (R+r)\omega$ совпадают, поэтому полная скорость точки A будет равна

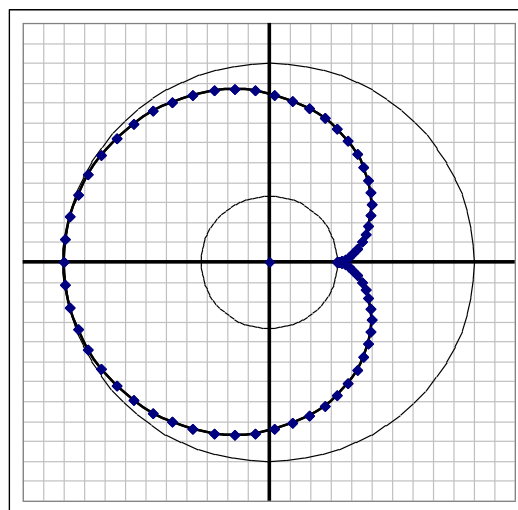
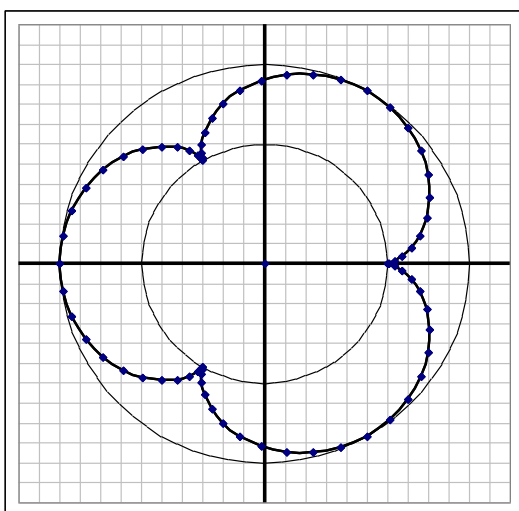
$$v_{\max} = 2(R+r)\omega. \quad (3)$$

Этот же результат можно получить, рассматривая точку касания как мгновенный центр вращения.

3. Схематические траектории можно построить, если последовательно находить точки касания и точки максимального удаления от диска. Ниже показаны эти траектории.

А) $\frac{r}{R} = \frac{1}{3}$

Б) $\frac{r}{R} = 1$ (эта кривая называется кардиоидой)



В) $\frac{r}{R} = 2$ Здесь колесо делает два оборота между последовательными касаниями.

