Задание 10-1. Теплоотдача.

Задача 1.1. Радиоактивный метеорит.

1.1.1 Так как теплопроводность метеорита велика, то можно считать, что во всех его точках температура одинакова. Обозначим V_0 - объем метеорита, S_0 - площадь его поверхности Условие теплового равновесия метеорита (когда мощность теплоты, выделяющейся в объеме метеорита, равна мощности теплоты, уходящей с его поверхности) имеет вид:

$$qV_0 = \alpha S_0 (\Delta t)_0 . \tag{1}$$

Здесь q - мощность теплоты, выделяющейся в единице объема, α - коэффициент теплоотдачи.

При увеличении линейных размеров в n раз площадь его поверхности возрастает в n^2 раз, а объем в n^3 раз. Для большего метеорита уравнение теплового баланса записывается в виде:

$$qn^3 V_0 = \alpha n^2 S_0 (\Delta t)_1 . \tag{2}$$

Из этого условия следует, что разность температур пропорциональна n, поэтому разность температур увеличится в n раз

$$(\Delta t)_1 = n(\Delta t)_0 \tag{3}$$

Задача 1.2. Цилиндрический нагреватель.

1.2.1 При протекании электрического тока в цилиндре выделяется теплота (количество которой определяется законом Джоуля – Ленца). В состоянии теплового равновесия такое же количество теплоты перетекает через поверхность нагревателя в окружающую воду. Уравнение теплового баланса в установившемся режиме будет иметь вид:

$$\frac{U_0^2}{\rho \frac{l_0}{s_0}} = \alpha S_0 (\Delta t)_0 . \tag{1}$$

Здесь l_0 - длина цилиндра, s_0 - площадь поперечного сечения цилиндра; S_0 - площадь внешней поверхности цилиндра. Если все размеры нагревателя увеличить в η раз, то разность температур цилиндра и воды будет удовлетворять соотношению:

$$\frac{U_0^2}{\rho \frac{\eta l_0}{\eta^2 s_0}} = \alpha \eta^2 S_0 (\Delta t)_1 . \tag{2}$$

Из этих уравнений следует, что

$$(\Delta t)_1 = \frac{(\Delta t)_0}{\eta} = \frac{20^\circ C}{1{,}25} = 16^\circ C . \tag{3}$$

При расчете учтено, что температура кипящей воды равна $100^\circ C$.
Таким образом, температура увеличенного цилиндра равна $t_1 = 116^\circ C$.

Задача 1.3. Теплоизоляция.

1.3.1 Условие теплового равновесия в данном случае формулируются следующим образом: поток теплоты от горячей воды к одной стороне пластины (назовем ее первой стороной – горячей) равен потоку теплоты через пластину и равен потоку от второй (холодной) стороны пластины к холодной воде. Так как с разных сторон от стенок трубы находится вода, то коэффициенты теплоотдачи на обеих поверхностях пластины одинаковы. Поэтому условие теплового равновесия выражается следующим образом

$$\alpha(t_0 - t_1) = \frac{\gamma}{h}(t_1 - t_2) = \alpha(t_2 - t_3). \quad (1)$$

Из уравнения (1) следует, что

$$(t_0 - t_1) = (t_2 - t_3). \quad (2)$$

Откуда находим

$$t_1 = t_0 - (t_2 - t_3) = 95°C. \quad (3)$$

1.3.2 Подставим выражение (3) в уравнение теплового баланса:

$$\frac{\gamma}{h}(t_1 - t_2) = \alpha(t_2 - t_3) \;\Rightarrow\; (t_2 - t_3) = \frac{\gamma}{\alpha h}(t_0 - (t_2 - t_3) - t_2) = \frac{\gamma}{\alpha h}((t_0 + t_3) - 2t_2). \quad (4)$$

Из этого уравнения находим температуру холодной стороны пластины:

$$t_2 = t_3 + \frac{\frac{\gamma}{\alpha h}(t_0 + t_3)}{1 + 2\frac{\gamma}{\alpha h}}. \quad (5)$$

Аналогичное соотношение можно записать для второй пластины, толщина которой в два раза больше:

$$t_{2x} = t_3 + \frac{\frac{\gamma}{2\alpha h}(t_0 + t_3)}{1 + 2\frac{\gamma}{2\alpha h}}. \quad (6)$$

Для расчета численного значения этой температуры сначала из выражения (4) найдем:

$$\frac{\gamma}{h}(t_1 - t_2) = \alpha(t_2 - t_3) \;\Rightarrow\; \frac{\gamma}{\alpha h} = \frac{t_2 - t_3}{t_1 - t_2} = \frac{5}{80} = 0{,}0625$$

Тогда

$$t_{2x} = t_3 + \frac{\frac{\gamma}{2\alpha h}(t_0 + t_3)}{1 + 2\frac{\gamma}{2\alpha h}} \approx 18°C. \quad (7)$$