Задача 11-3. Почему январь холоднее декабря?

В наших широтах зимой дни короче, чем летом. Поэтому Земля получает меньше энергии от Солнца, поэтому зимой холоднее. Очевидно! Однако, самые короткие дни в декабре, а самый холодный месяц – январь. В этой задаче вам предстоит объяснить этот сдвиг во времени.

Конечно, описание (и предсказание) погоды задача не благодарная и сомнительно, что когда-нибудь будет точно решена – слишком много параметров, слишком много случайных факторов, слишком неустойчивы уравнения. Тем не менее, глобальные усредненные оценки климатических характеристик можно получить, основываясь на простых моделях.

Для решения задачи воспользуйтесь следующими подсказками.

1. **Солнечная постоянная** – количество солнечной энергии, падающей на площадку единичной площади, расположенную перпендикулярно падающим лучам в единицу времени $q_0 = 1{,}4\frac{кВт}{м^2}$.
2. **Закон Стефана-Больцмана**. Мощность теплового излучения, испускаемого нагретым черным телом с площадки единичной площади, определяется по формуле

$$\varepsilon = \sigma T^4 \qquad (1)$$

T - абсолютная температура тела, $\sigma = 5{,}7\cdot 10^{-8}\frac{Вт}{м^2 K^4}$. То, что Земля не является черным телом, что в данном случае роли не играет, потому что во сколько раз меньше поглощает, во столько же раз меньше испускает. Короче – можете считать Землю абсолютно черным телом.

3. Воздух считать идеальным двухатомным газом с молярной массой $M = 29\frac{г}{моль}$. Молярная теплоемкость двухатомного газа при изохорном процессе равна $C_V = \frac{5}{2}R$, $R = 8{,}31\frac{Дж}{моль\cdot K}$ - универсальная газовая постоянная.
4. Атмосферное давление считайте равным $P_0 = 1{,}0\cdot 10^5\,Па$
5. Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2\frac{кДж}{кг\cdot K}$, плотность воды $\rho = 1{,}0\cdot 10^3\frac{кг}{м^3}$, ускорение свободного падения принять равным $g = 10\frac{м}{с^2}$.

Часть 1. Средняя температура.

1.1 Рассчитайте среднюю температуру земной поверхности.

Для оценки можно принять, что температура Земной поверхности постоянна во всех точках и не зависит от времени.

Часть 2. Лирическое отступление.

На первый взгляд задачи этой части не имеют отношения к рассматриваемой проблеме, но если присмотреться…

2.1 Небольшое тело массы m движется по прямой в вязкой среде под действием переменной силы, зависящей от времени по закону $F = F_0 \cos \omega t$. Сила сопротивления среды, действующая на тело, прямо пропорциональная его скорости $\vec{F}_{сопр.} = -\beta \vec{v}$ (β - известный коэффициент пропорциональности). В каких пределах изменяется скорость тела? Рассчитайте длительность промежутка времени между моментом времени, когда скорость достигает максимального значения, и моментом времени, при котором максимальна действующая сила (время запаздывания τ).

<u>Подсказка</u>. Поищите решение в очевидном виде

$$v = v_0 \cos \omega (t - \tau) \qquad (2)$$

Причем считайте, что $\omega \tau << 1$.

2.2 Емкость конденсатора C, электрическое сопротивление[2] между его обкладками равно R. Конденсатор включен в цепь, сила тока в которой изменяется по закону $I = I_0 \cos \omega t$. Найдите время задержки τ между максимумом силы тока в цепи и максимумом заряда на обкладках конденсатора. Используйте приближение $\omega \tau << 1$. Укажите физический (наглядный) смысл этого приближения.

Часть 3. Теплоемкость земной атмосферы.

Рассмотрим высокий (как высота земной атмосферы) столб воздуха с площадью поперченного сечения S. Можете считать, что воздух находится в цилиндрическом сосуде, высота которого составляет несколько сотен километров, короче – до бесконечности… Температуру воздуха будем считать не зависящей от высоты и равной T. Давление воздуха на дно сосуда обозначим P_0.

3.1 Найдите массу воздуха в этом сосуде. Рассчитайте массу атмосферного столба, приходящуюся на 1 м^2 поверхности Земли.

3.2 При изменении температуры воздух расширяется. Каким является процесс расширения воздуха? Ответ обоснуйте.

3.3 Чему равна молярная теплоемкость воздуха в этом процессе?

3.4 Чему равна теплоемкость воздуха в этом сосуде?

Для оценки теплоемкости Земли к теплоемкости атмосферы следует добавить теплоемкость поверхности. Приближенно можно считать, что земля прогревается на 1,0 м и ее удельная теплоемкость примерно равна удельной теплоемкости воды.

3.5 Рассчитайте численное значение теплоемкость земли, приходящейся на $1м^2$ ее поверхности.

Часть 4. Так почему же январь холоднее декабря?

Рассмотрим следующую упрощенную модель. Будем считать, что «перемешивание» теплоты и воздушных масс у поверхности Земли происходит только в широтном направлении. То есть мы можем рассматривать некоторую узкую полосу между двумя земными параллелями. Количество энергии, поступающей от Солнца на эту полосу,

---

[2] Т.е. конденсатор не идеальный, обладает определенной «утечкой».

периодически изменяется в течение года. Для оценок можно принять, что усредненный (за время большее суток) поток энергии на единицу площади зависит от времени по закону

$$q = q_0 + b\cos\omega t\,. \qquad (5)$$

Где b - некоторая постоянная. Колебания потока теплоты приводят к колебаниям усредненной температуры, поэтому зависимость удобно представить температуру в виде

$$T = \overline{T} + \delta(t) \qquad (6)$$

Причем можно считать, что $\delta << \overline{T}$.

4.1 Укажите основную причину того, что поток энергии на северное полушарие зависит от времени.
4.2 Чему равна величина ω в формуле (5)?
4.3 Получите уравнение, описывающее изменение величины δ в формуле (6).
4.4 Определите время задержки между минимумом солнечной энергии, поступающей на поверхность земли, и минимумом температуры.