

Задача 11-2. «Монгольфьер и шарльер»

Первые полеты на воздушных шарах состоялись во Франции в 1783 году. Энтузиастами воздухоплавания являлись братья Жозеф-Мишель и Жак-Этьен Монгольфье. Они сконструировали и изготовили шар, который наполнялся теплым (подогреваемым снизу) воздухом. Воздушные шары такого типа получили название монгольфьеры.

Конкурентами братьев Монгольфье выступили профессор Жак Шарль, которому помогали механики братья Роббер. Их шары наполнялись водородом. Шары, наполненные легкими газами, получили названия шарльеры.

В данной задаче вам необходимо рассчитать высоты, на которые могли подниматься эти шары. Предварительно Вам необходимо рассчитать некоторые характеристики земной атмосферы. Во всех расчетах используйте модель стандартной атмосферы. Считайте, что на любой высоте газ внутри шаров находится в состоянии равновесия – температура и давления постоянны внутри объема оболочки.

Часть 1. Стандартная атмосфера.

Для расчета летных характеристик различных летательных аппаратов используется модель «стандартной атмосферы» - вертикальное распределение температуры, давления и плотности воздуха для средних годовых условий в среднем для всех широт, принятое по международному соглашению (международная стандартная атмосфера). При этом предполагается, что в атмосфере выполняются уравнение состояния для идеальных газов и основное уравнение статики.

В этой модели приняты следующие численные значения величин (в решении задачи используйте округленные значения с нужным числом значащих цифр, стремитесь получать численные значения с максимально допустимой точностью):

$$\text{Молярная масса воздуха } M = 28,97 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} ;$$

$$\text{Универсальная газовая постоянная } R = 8,314 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} ;$$

$$\text{Ускорение свободного падения } g = 9,807 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} ;$$

$$\text{Атмосферное давление на уровне моря } P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па} ;$$

$$\text{Температура воздуха на уровне моря } t_0 = 15,00^\circ\text{C} ;$$

$$\text{Значение абсолютного нуля температур } t_{\text{АН}} = -273,16^\circ\text{C} ;$$

До высоты $z = 11,0 \text{ км}$ температура воздуха убывает по линейному закону, убывая на величину $\frac{\Delta t^\circ}{\Delta z} = 6,500 \frac{^\circ\text{C}}{\text{км}}$ на каждом километре высоты.

1.1 Рассчитайте плотность воздуха на уровне моря ρ_0 .

1.2 Запишите формулу для зависимости абсолютной температуры воздуха от высоты в виде

$$T(z) = T_0 \left(1 - \frac{z}{h} \right), \quad (1)$$

и рассчитайте численные значения параметров T_0 и h .

1.3 Получите уравнение, описывающее изменение давления ΔP при увеличении высоты на малую величину Δz .

Зависимости давления $P(z)$ и плотности воздуха $\rho(z)$ от высоты в рамках модели стандартной атмосферы имеют вид

$$P(z) = P_0 \left(1 - \frac{z}{h}\right)^\alpha \quad (2)$$

$$\rho(z) = \rho_0 \left(1 - \frac{z}{h}\right)^\beta \quad (3)$$

1.4 Получите формулы для расчета показателей степеней α, β , найдите их численные значения.

1.5 На отдельном бланке постройте графики зависимостей $\frac{T(z)}{T_0}, \frac{P(z)}{P_0}, \frac{\rho(z)}{\rho_0}$.

В ходе дальнейшего решения используйте найденные значения параметров $\rho_0, T_0, \alpha, \beta, h$ как известные. Кроме того, на этом же бланке можете проводить дополнительные построения, необходимые для решения задачи



Часть 2. Шарльер.

Воздушный шар, построенный под руководством профессора Жака Шарля, которому помогали братья Роббер, имел объем $V = 400 \text{ м}^3$. Оболочка шара заполнялась водородом, давление которого незначительно превышало атмосферное. После этого оболочка была герметично закрыта. Старт этого шара состоялся 1 декабря 1783 из сада Тюильри в Париже. Экипаж аэростата состоял из Шарля и Николя-Луи Роббера, младшего из братьев Роббер. Аппарат пролетел 43 км, пробыв в воздухе 2 часа, а затем приземлился в городе Несле. После чего Роббер сошёл, а Шарль снова поднялся в воздух, достигнув высоты ...

2.1 Рассчитайте максимальную общую массу m_{max} шара (оболочки, газа, гондолы, пассажиров) этого шара, при которой он начнет подниматься, находясь на уровне моря.

2.2 Оцените, на какую максимальную высоту смог подняться Ж. Шарль, после того как сошел Роббер.

Считайте, что

- в первом поле масса шара с двумя пассажирами равнялась максимально возможной массе, найденной в п. 2.1;
- масса Роббера равна $m_1 = 90 \text{ кг}$;
- объем шара остается неизменным при подъеме.



Часть 3. Монгольфьер.

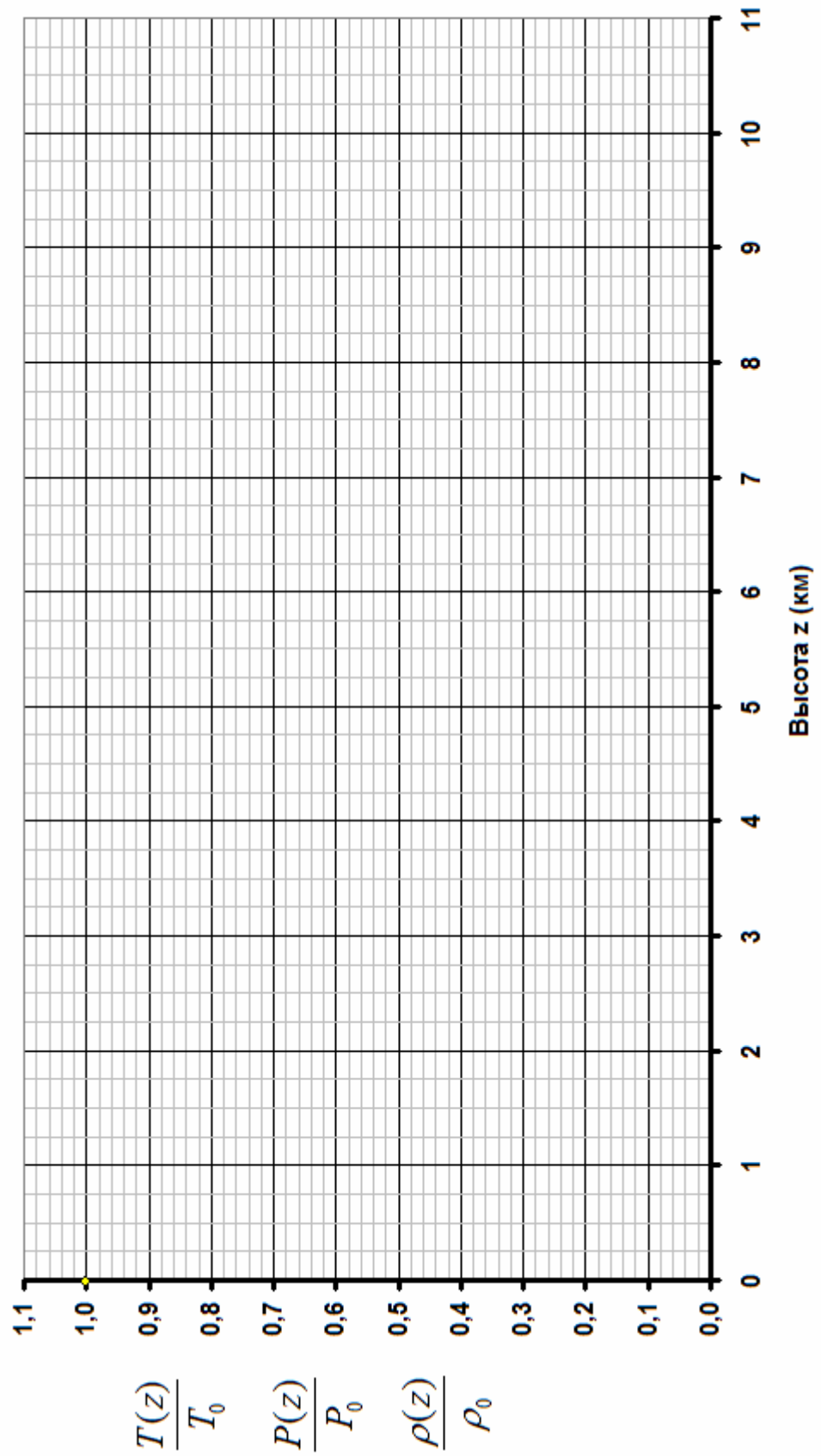
12 октября 1783 года на шаре объёмом 2200 м^3 в воздух впервые поднялся человек - Этьен Монгольфье. Этот шар имел оболочку из лёгкой ткани, оклеенной бумагой. К нему была подвешена кольцевая галерея шириной около 1 м, сплетённая из ивовых прутьев и обшитая тканью. Для сжигания топлива к центру галереи был подвешен очаг из железных прутьев.

3.1 Монгольфьер начал подниматься (находясь на уровне моря), когда благодаря подогреву температура воздуха внутри шара превысила наружную на величину $\Delta T_0 = 30 \text{ K}$. Определите общую массу шара (без учета массы воздуха внутри).

3.2 При увеличении мощности нагрева разность температур воздуха внутри шара и вне его удалось довести до величины $\Delta T_1 = 40 \text{ K}$ и сохранять ее во время всего подъема. Оцените, на какую максимальную высоту поднялся монгольфьер в этом полете.

Бланк к задаче «Монгольфьер и шарльер»

Зависимости температуры (1), давления (2), плотности (3) от высоты z



Не забудьте сдать этот бланк!