Задание 1. Термометр Галилея. (Решение).

Часть 1. Тепловое расширение.

1.1 Все линейные размеры, в том числе и радиус отверстия увеличатся, поэтому площадь отверстия также **увеличится**. Изменение площади отверстия равно

$$\Delta S = \left(Rb\left(1+\alpha\Delta t\right)\right)^2 - b^2 \approx 2b\alpha\Delta t\,. \qquad (1)$$

1.2 Рассмотрим куб с блинной ребра a_0, изготовленный из рассматриваемого материала. Длина ребра куба изменяется по закону

$$a = a_0\left(1+\alpha\Delta t\right). \qquad (2)$$

Тогда объем куба станет равным

$$V = a^3 = a_0^3\left(1+\alpha\Delta t\right)^3 \approx V_0\left(1+3\alpha\Delta t\right). \qquad (3)$$

При нагревании тела его масса не изменяется, поэтому плотность тела станет равной

$$\rho = \frac{m}{V_0\left(1+3\alpha\Delta t\right)} \approx \frac{m}{V_0}\left(1-3\alpha\Delta t\right) = \rho_0\left(1-3\alpha\Delta t\right).$$

Здесь мы использовали приближенную формулу $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$. Из сравнения с формулой, приведенной в условии, находим, что

$$\gamma = -3\alpha\,. \qquad (4)$$

Часть 2. Массы поплавков.

2.1 Поплавок находится в равновесии, если сила тяжести уравновешивается выталкивающей силой Архимеда. При увеличении температуры плотность воды уменьшается, поэтому уменьшается сила Архимеда, поэтому шарик начнет **тонуть**.

2.2 Плавать будут те поплавки, для которых температура всплытия, больше температуры воды, а утонут те, у которых указанная на бирках температура меньше температуры воды. Поэтому температура воды лежит в диапазоне от максимальной среди плавающих поплавков, до минимальной среди утонувших поплавков. В качестве измеренной температуры можно взять **среднее значение этих температур**. В качестве оценки погрешности разумно взять **половину разности этих температур**.

2.3 При температуре всплытия сила тяжести шарика уравновешивается силой Архимеда, которая изменяется при изменении температуры:

$$mg = F_A \qquad (5)$$

Сила Архимеда рассчитывается по формуле

$$F_A = \rho_0 Vg = \frac{Vg}{v_0}\,, \qquad (6)$$

Здесь

$$V = V_{шарик} + V_{бирки} = \frac{\pi D^3}{6} + \frac{m_1}{\rho_1}\,. \qquad (7)$$

- объем поплавка с биркой.

Из этих формул, следует, что масса поплавка с биркой должна быть равна

$$m_0 + m_1 = \frac{1}{v_0}\left(\frac{\pi D^3}{6} + \frac{m_1}{\rho_1}\right) \qquad (8)$$

Из этого уравнения находим необходимую массу бирки

$$m_1 = \frac{\frac{1}{v_0}\frac{\pi D^3}{6} - m_0}{\left(1 - \frac{1}{\rho_1 v_0}\right)} \qquad (8)$$

2.4. При учете теплового расширения стеклянного поплавка, формула (8) преобразуется к виду (связанному с изменением диаметра поплавка)

$$m_1 = \frac{\frac{1}{v_0}\frac{\pi D^3}{6}\left(1 + 3\alpha(t - t_0)\right) - m_0}{\left(1 - \frac{1}{v_0 \rho_1}\right)} \qquad (9)$$

Из формул (8) -(9) следует, что массу каждой бирки следует увеличить на

$$\Delta m_1 = \frac{\frac{\pi D^3}{6 v_0}}{\left(1 - \frac{1}{v_0 \rho_1}\right)} 3\alpha(t - t_0) \qquad (10)$$

Результаты расчетов масс бирок и их изменения, проведенные по формулам (8) и (9) приведены в Таблице.

Таблица результатов расчетов.

$t, ^\circ C$	$\rho\ \frac{г}{см^3}$	m, г	Δm, мг
15	0,99913	0,195	-0,609
20	0,99823	0,191	0,000
25	0,99707	0,186	0,608
30	0,99567	0,180	1,214
35	0,99406	0,173	1,817

2.5 Общая масса золота равна сумме всех чисел в 2 последних столбцах данной таблицы. Она равна

$$m = 0{,}922 г \qquad (11$$