УТВЕРЖДЕНО
Заместитель председателя оргкомитета
заключительного этапа Республиканской олимпиады,
заместитель Министра образования Республики Беларусь

__________________ К.С. Фарино
«___» марта 2010 года

Республиканская физическая олимпиада 2010 год
(заключительный этап)

Теоретический тур.

1. Полный комплект состоит из трех не связанных между собой заданий.

2. При оформлении работы каждую задачу начинайте с новой страницы. Первая половина тетради предназначена для чистовика, вторая - черновика. При недостатке бумаги обращайтесь к оргкомитету!

3. Подписывать тетради и отдельные страницы запрещается.

4. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.

5. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач (но не с их решениями), обращайтесь к представителям Жюри.

9 класс.

Задача 9-1. «Федя – путешественник»

Молодой, но талантливый физик Федя (он же Дядя Федор) летом гостил в деревне Простоквашино. Однажды он решил отправиться к своему другу в соседнюю деревню Кефирино, находящуюся на расстоянии $S = 5{,}0\,км$. Кот Матроскин, хотел знать, как идет путешествие. Но у кота не было мобильного телефона, потому, «что котам мобильники не положены!» Талантливый физик Федя легко разрешил возникшую проблему: он предложил привлечь к путешествию пса Шарика, который должен постоянно бегать между Простоквашино и Федей, передавая сообщения о ходе путешествия. Матроскин принял предложение.

Часть 1. План путешествия.

Как настоящий физик Федя решил построить теоретическую модель путешествия. Он решил двигаться не спеша, с постоянной скоростью $V = 3{,}0\frac{км}{час}$. Добравшись до своего друга, Федя будет гостить у него целый день. Шарик должен бегать с постоянной по модулю скоростью ровно в три раза превышающей скорость Феди $u = 3v$.

По плану, Шарик должен выбежать из дома через время $\tau_0 = 5{,}0\,мин$ после Феди, догнав его, он должен тут же повернуть обратно и вернуться домой, передав сообщение, снова бежать за Федей, догнать его, вернуться домой и так далее… После того, как Шарик предаст последнее сообщение о том, что Федя успешно добрался до деревни Кефирино, он получит свое вознаграждение и останется дома. Временем встреч следовало пренебречь.

1.1 Рассчитайте скорость движения Феди в «метрах в минуту» и дальше пользуйтесь этими единицами измерения (метрах и минутах).
1.2 За какое время Федя должен дойти до конечной цели?
1.3 Запишите в символьном виде закон движения Феди $x_0(t)$ (зависимость расстояния от бабушкиного дома x_0 от времени t). Постройте график планируемого закона движения.

Для этого используйте бланк №1
Сначала подумайте, а потом стройте!

1.4 Найдите (получите формулу в общем виде, а затем рассчитайте численные значения) в какие моменты времени τ_k Шарик будет возвращаться домой.
1.5 Найдите (получите формулу в общем виде, а затем рассчитайте численные значения) в какие моменты времени t_k и в каких точках x_k Шарик должен встречаться с Федей.
1.6 Рассчитайте какой путь L должен пробежать Шарик.
1.7 На бланке №1 постройте график закона движения Шарика.

Часть 2. Путешествие.

В этой части задачи рекомендуем использовать промежуточные численные расчеты.

Построенный график движения Федя взял с собой и выдал Шарику (видно и он относится к талантливым физикам в своем виде). Первые две встречи Шарика с Федей прошли строго по графику. Однако к третьей встрече Шарик опоздал на время

$\Delta t_1 = 15\,мин$. Федя понял, что после возвращения домой Шарик какое-то время $\Delta\tau_1$ отдыхал в тенечке под забором.

2.1 Найдите сколько времени $\Delta\tau_1$ Шарик отдыхал возле дома.

Шарик получил законную взбучку за опоздание и категорическое указание: к следующей встрече полностью восстановить разработанный график движения, то есть четвертая встреча должна произойти в расчетное время. Видимо, Федя убежден в наличии физических знаний и математических способностей у Шарика. Временем «дружеской беседы» можно пренебречь и в этом случае.

2.2 С какой средней скоростью должен бежать Шарик, чтобы четвертая встреча произошла в расчетное время? В какой момент времени Шарик вернется домой в этот раз?

Шарик выполнил поставленную задачу – четвертая встреча произошла точно в расчетное время! После этого он получил возможность совершить очередной круг с прежней, плановой скоростью. Шарик легко добежал до дома в Простоквашино, доложил Матроскину и побежал обратно! Каково же было его удивление, когда от догнал Федю точно на входе в деревню Кефирино, хотя по плану Федор должен был прийти в нее раньше! Шарик понял, что Федя тоже где-то немного отдохнул!

2.3 Сколько времени Δt_2 отдыхал Федя?

Распрощавшись с Федей, Шарик честно, по графику вернулся домой и получил законное вознаграждение!

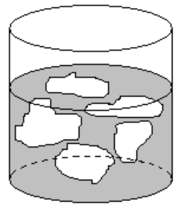
2.4 Постройте на бланке №2 графики реальных законов движения Федора и Шарика.

2.5 Рассчитайте, на сколько Шарик удлинил свой путь ΔL из-за незапланированного отдыха.

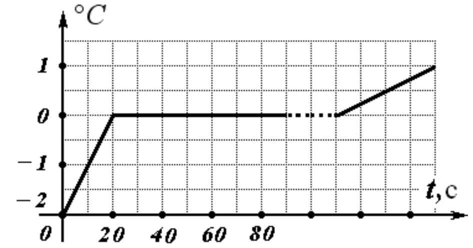
Не забудьте сдать бланк с построенными графиками!

Задача 9- 2. Тепловая разминка

1. В калориметре при общей температуре, равной температуре плавления льда $t_0 = 0{,}0\,°C$ находится смесь воды и льда общей массой $m = 0{,}60\,\text{кг}$. Теплоемкости воды и льда в сосуде одинаковы. Найдите количество теплоты Q_1, необходимое для повышения температуры системы на $\Delta t_1 = 1{,}0\,°C$. Определите количество теплоты Q_2, необходимое для понижения температуры системы на $\Delta t_1 = 1{,}0\,°C$. Вычислите отношение η средних теплоемкостей системы в первом и втором случаях. Теплообменом с окружающей средой пренебречь. Удельная теплоемкость льда – $c_1 = 2{,}1\frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot°\text{C}}$, воды – $c_2 = 4{,}2\frac{\text{кДж}}{\text{кг}\cdot°\text{C}}$, удельная теплота плавления льда – $\lambda = 0{,}33\frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$.

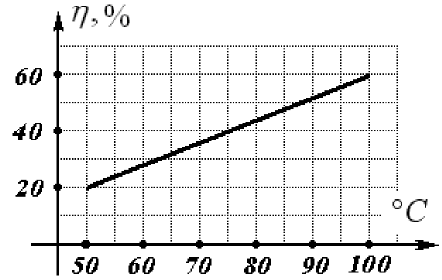


2. При определенных условиях лед и вода (переохлажденная вода) в калориметре могут находиться в тепловом равновесии и при отрицательной температуре $t_1 = -2{,}0\,°C$. Если подобную систему нагревать с некоторой постоянной



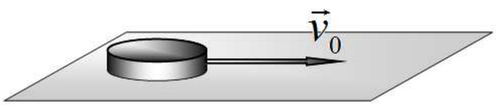
мощностью, то ее температура изменяется со временем так, как показано на рисунке. Масса смеси воды и льда $m = 0{,}60\,кг$. Теплоемкости воды и льда в сосуде одинаковы. Определите мощность P нагревателя. Найдите время τ_1 плавления льда в калориметре и время τ_2 дальнейшего разогрева системы до температуры $t_2 = 20°C$. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

3. При образовании насыщенного раствора солей (например, алюминиевых квасцов) концентрация $\eta,\%$ раствора (отношение массы m_1 растворенного вещества к массе m_2 жидкости $\eta = \frac{m_1}{m_2}$) изменяется в зависимости от температуры так, как показано на рисунке. Удельная теплоемкость соли в растворенном состоянии в $c_1 = 2{,}40\frac{кДж}{кг\cdot°C}$, в кристаллическом состоянии $c_3 = 1{,}20\frac{кДж}{кг\cdot°C}$, удельная теплоемкость жидкости (растворителя) – $c_2 = 3{,}60\frac{кДж}{кг\cdot°C}$. В начальном состоянии в сосуд, содержащий $m_2 = 1{,}00\,кг$ растворителя, опустили $m = 0{,}600\,кг$ соли и тщательно перемешали. Постройте график зависимости теплоемкости системы $C(t)$ от температуры. Найдите количество теплоты Q, необходимое для нагрева насыщенного раствора от температуры $t_1 = 50{,}0°C$ до температуры $t_2 = 100°C$. Теплообменом с окружающей средой пренебречь. Кипение в системе отсутствует. Удельной теплотой растворения пренебречь.



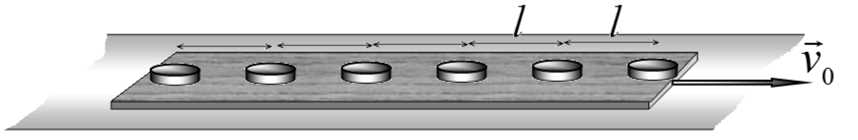
Задача 9-3. Скольжение.

1. Шайба массы m лежит на горизонтальном сухом столе. Коэффициент трения шайбы о стол постоянен и равен μ. Шайбе толчком сообщают горизонтальную скорость v_0. Какой путь пройдет шайба по столу до полной остановки?



2. Шайба массы m лежит на горизонтальном смазанном маслом столе. При движении шайбы со стороны стола действует сила вязкого трения пропорциональная скорости шайбы $\vec{F} = -b\vec{v}$, b - постоянный известный коэффициент. Шайбе толчком сообщают горизонтальную скорость v_0. Какой путь пройдет шайба по столу до полной остановки?

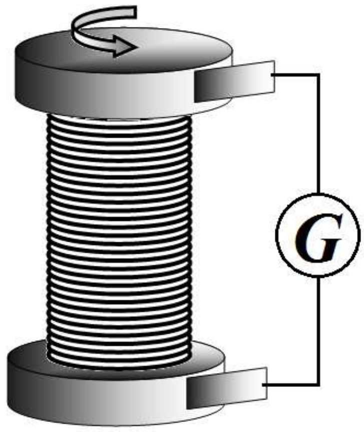
3. На длинной горизонтальной доске, размещенной на горизонтальной поверхности, расположена цепочка из N небольших одинаковых шайб. Шайбы находятся на расстоянии l друг от друга, первая шайба находится на краю доски. Доску вместе с шайбами разогнали до



скорости v_0, (шайбы движутся вместе с доской), а затем отпустили. Определите, сколько шайб соскользнет с доски (до полной остановки всех движущихся тел), если коэффициент трения шайб о доску равен μ, а доски о поверхность 2μ, Массы шайб значительно меньше массы доски. Шайбы можно считать материальными точками.

4. На длинной горизонтальной доске, размещенной на горизонтальной поверхности, расположена цепочка из N небольших одинаковых шайб. Шайбы находятся на расстоянии l друг от друга. Доску вместе с шайбами разогнали до скорости v_0, (шайбы движутся вместе с доской), а затем отпустили. Определите, сколько шайб соскользнет с доски (до полной остановки всех движущихся тел), если коэффициент трения доски о поверхность равен μ, а на шайбу со стороны доски действует сила вязкого трения, пропорциональная относительной скорости шайбы $\vec{F} = -b\vec{v}$, b - постоянный известный коэффициент. Массы шайб значительно меньше массы доски.

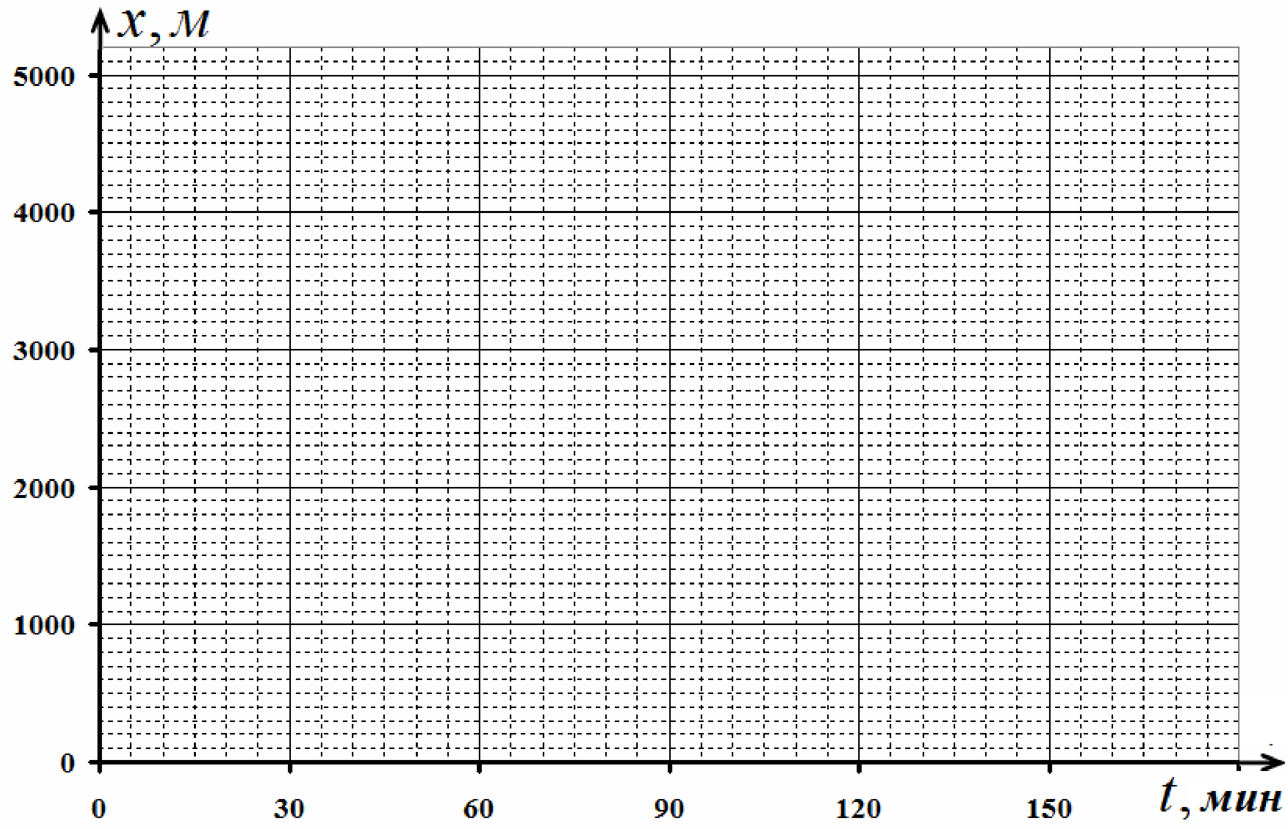
5. (Опыт Толмена и Стьюарта) Катушка из медного провода содержит N витков, намотанных в один слой. Радиус обмотки равен R, диаметр поперечного сечения проволоки равен d. Выводы катушки через скользящие контакты подключены к гальванометру (прибору для измерения электрического заряда). Катушку раскрутили до угловой скорости ω вокруг ее оси, а затем затормозили, при этом через катушку и гальванометр пошел электрический ток. Какой электрический заряд пройдет через гальванометр, за все время существования электрического тока?



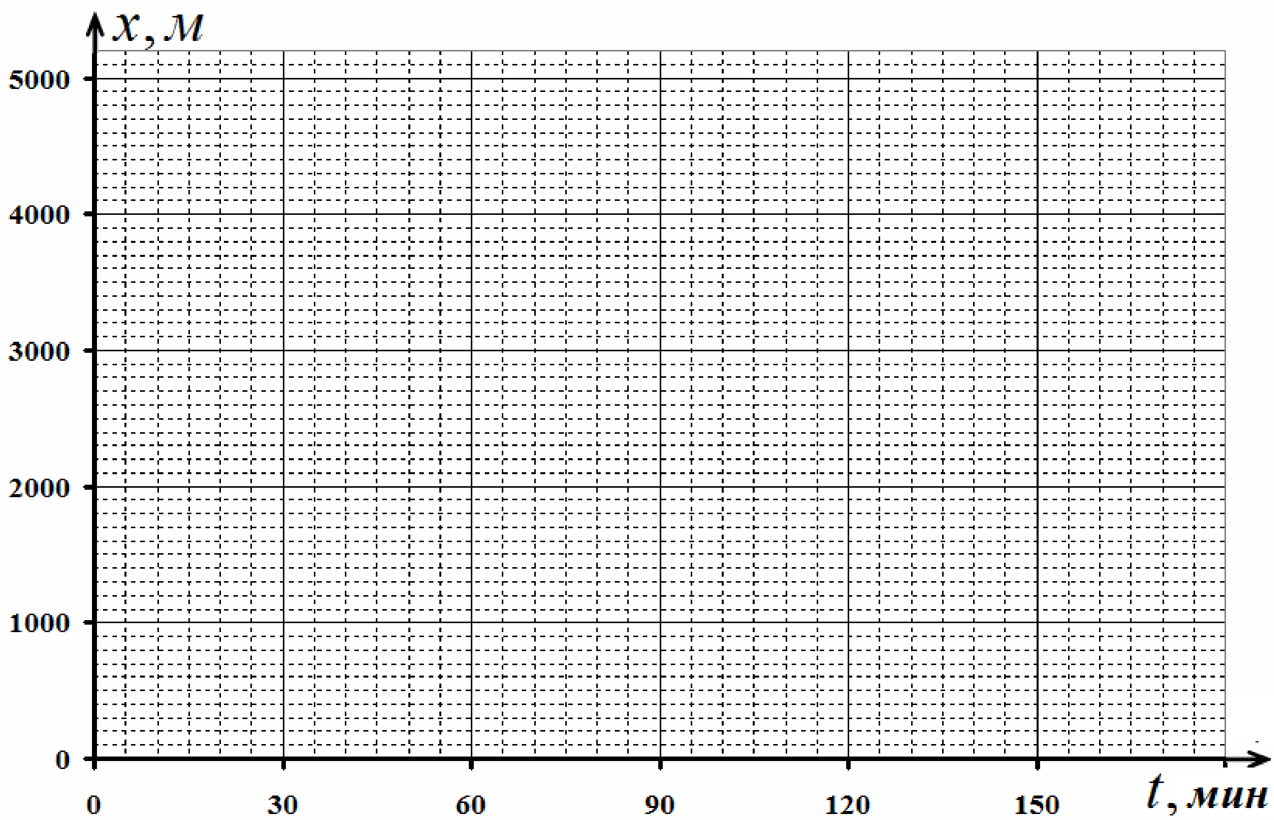
Заряд электрона - e, его масса - m, концентрация электронов (число электронов в единице объема) в меди равна n. При движении электрона в проводнике на него действует сила вязкого трения, пропорциональная скорости электрона $\vec{F} = -\beta\vec{v}$, β - постоянный известный коэффициент.

Шифр работы___________

Бланк №1

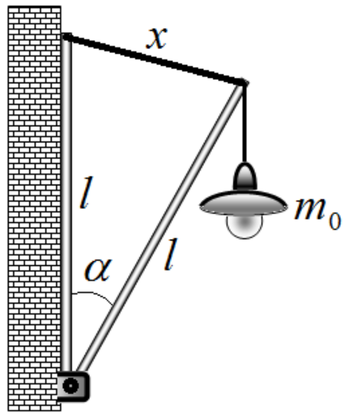


Бланк №2



10 класс.

Задача 10-1 «Фонарь»



Молодой, но талантливый физик Федя (он же Дядя Федор) летом гостил в деревне Простоквашино. Хозяин дома кот Матроскин поручил Феде как-нибудь оригинально подвесить старинный фонарь на стене дома. Основная идея конструкции появилась быстро: надо соединить две одинаковых трубки шарнирно, одну прикрепить к стене дома, верхние концы трубок связать с помощью чего-нибудь красивого! Тут Федя вспомнил, что его японский друг подарил ему недавно легкий, хорошо растягивающийся резиновый жгут, который можно использовать для крепления подвижной трубки. Матроскин конструкцию одобрил, особенно ему понравилось, что фонарь сможет слегка покачиваться под действием ветра, дождя, и птичек, который его могут облюбовать. Правда, он выразил сомнение в прочности жгута!

Федя с помощью своего верного друга Шарика приступил к конструкторской проработке проекта. Прежде всего, он взвесил фонарь, его масса оказалась равной $m_0 = 7{,}0\,кг$; измерил длину жгута в нерастянутом состоянии, она оказалась равной $x_0 = 20\,см$. После этого он подвесил вертикально фонарь на жгут, при этом жгут растянулся до длины $x_1 = 70\,см$. Из эстетических соображений Федя решил использовать легкие алюминиевые трубки длиной $l = 70\,см$. При этом, как прикинул Федя, трубки и жгут образуют треугольник близкий к правильному.

Часть 1.

«Не коллайдер строим!» - решил Федя, поэтому принял ускорение свободного падения равным $g = 10\,\frac{м}{с^2}$, для проведения оценочных расчетов Федя решил пренебречь массой трубок и начальной длиной жгута, т.е. решил, что $x_1 >> x_0$, поэтому $x_0 \approx 0$.

После этого Федя быстро записал условие равновесия подвижной трубки и… с удивлением обнаружил, что равновесие возможно только при выполнении условия

$$mg = kl, \qquad (1)$$

где k - жесткость резинового жгута (в справедливости закона Гука для этого жгута Федор не сомневался!)

1.1 Запишите уравнение, выражающее условие равновесия конструкции.
1.2 Получите и Вы условие (1) , проверьте его выполнения при заданных параметрах установки.
1.3 Найдите, все-таки, возможные значения угла α^*, при которых трубка будет находиться в равновесии (в рамках использованной Федей упрощенной модели). Постройте график зависимости угла α, под которым будет располагаться трубка, от массы подвешенного к ее концу груза (для $0 < m < 20\,кг$).

Как и Феде, Вам может понадобиться тригонометрическая формула

$$\sin\alpha = 2\sin\frac{\alpha}{2}\cdot\cos\frac{\alpha}{2}$$

Часть 2.

Слегка удрученный первой неудачей, Федя решил рассмотреть задачу точнее. После недолгих размышлений он пришел с следующим выводам: уточнять значения ускорения свободного падения смысла нет (все равно сокращается), учет массы трубки также ничего принципиально не изменяет (при необходимости можно включить в массу фонаря), а вот учесть начальную длину резинного жгута необходимо! То есть, считать, что $x_0 = 20\,см$.

Федор записал условие равновесия в этом уточненном варианте и с удовлетворением отметил, что, во-первых, оно имеет разумные решения, во-вторых, их не сложно найти. Кроме того, Федя решил, что вместо угла отклонения α удобней в качестве параметра, характеризующего положение трубки использовать длину растянутого резинового жгута x.

2.1 Запишите условие равновесия подвижной трубки в данном случае.

2.2 Найдите длину жгута, при которой фонарь может находится в равновесии.

2.3 Рассчитайте максимальную массу тела, которое можно подвесить к трубке, чтобы она еще не опрокинулась (т.е. трубка не опустилась в нижнее вертикальное положение).

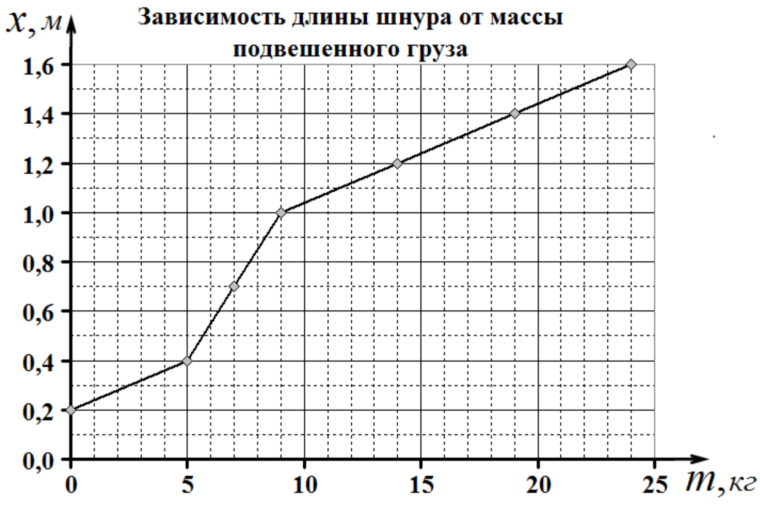
2.3 Найдите зависимость потенциальной энергии системы от длины растянутого шнура. Укажите, какие положения равновесия являются устойчивыми.

Часть 3.

После столь серьезной теоретической проработки ответственного задания Дядя Федор с помощью Шарика приступил к практической реализации проекта. Указанную конструкцию оказалось построить даже проще, чем ее теоретическую модель.

Будучи уверен, что все расчеты верны и не сомневаясь в справедливости законов физики, на торжественное открытие фонаря Дядя Федор созвал всех своих друзей. Закрепил японский резиновый жгут, подвесил фонарь и медленно отпустил его. Подвижная трубка легко отошла от стенки и остановилась, правда угол ее отклонения оказался заметно меньше рассчитанного. Но тут, на фонарь сел изрядно располневший галчонок – фонарь начал медленно опускаться, трубка прошла горизонтальное положение и … остановилась. Разозленный кот Матроскин согнал галчонка – фонарь начал медленно подниматься, но … не вернулся в исходное положение!

После проверки и длительного анализа своих теоретических измышлений Федя понял, что что-то здесь не так! Снял фонарь, снял драгоценный жгут и решил измерить, как изменяется длина жгута, если к нему подвешивать грузы различной массы. В итоге кропотливой работы Федор получил зависимость, показанную на рисунке. «Оказывается, японцы ничего не знают о законе Гука!» - объяснил свою неудачу дядя Федор.



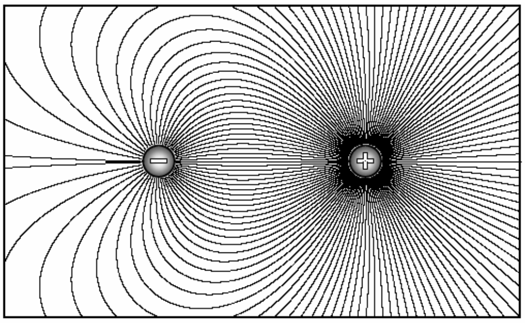
Получив теперь уже все необходимые ему экспериментальный данные, Федя опять засел за расчеты, тем более, что они оказались совсем простыми.

В итоге он сумел объяснить проведенный эксперимент с галчонком. После этого он закрепил жгут на прежнее место своей конструкции и провел экспериментальную проверку проведенных расчетов, они подтвердили (естественно, в пределах погрешности измерений) справедливость построенной теории!

3.1 Постройте график зависимости длины растянутого жгута от массы подвешенного к подвижной трубке груза (на месте фонаря), если массу этого груза сначала увеличивать от 0 до 10 кг, а затем медленно уменьшать от 10 кг до нуля.

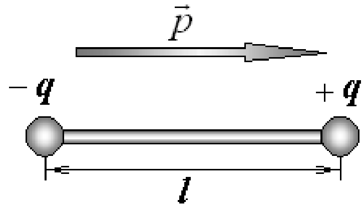
Все-таки, законы физики оказались верными, жаль только, что конструкцию подвеса фонаря пришлось менять, ведь к галчонку могут еще и его друзья прилетать!

Задача 2. До какой же степени..?



Простейшей моделью заряженного тела является точечный заряд. Помимо этой модели в прикладной электростатике широко используются и другие модели заряженных тел (диполи, квадруполи и т.д.), получившие название мультиполей.

Диполи электрически нейтральны, поскольку их суммарный заряд равен нулю. Но, несмотря на это, между ними возникают силы притяжения, рассмотрению которых и посвящена эта задача.



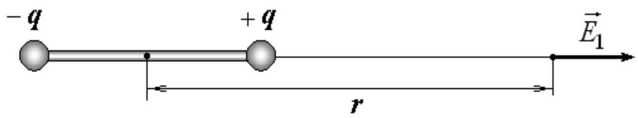
Электрический диполь, представляет собой совокупность двух равных по величине разноименных точечных зарядов $+q$ и $-q$, находящихся на некотором расстоянии l друг от друга.

Дипольным моментом p системы называется произведение заряда $+q$ на расстояние l между зарядами

$$p = ql.$$

Вектор $\vec{p}$ дипольного момента направлен от отрицательного заряда к положительному.

1. Найдите напряженность электростатического поля E_1, создаваемого диполем на больших расстояниях $r\,(r >> l)$ вдоль линии, соединяющей заряды (см. рис.). Выразите E_1 через дипольный момент системы p и расстояние r до центра диполя.

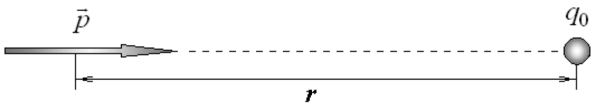


Примечание: при малых x ($x \to 0$) справедливо приближенное равенство

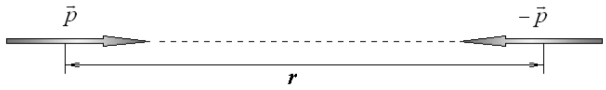
$$(1+x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha \cdot x.$$

2. Пробный заряд q_0 находится в вакууме на расстоянии r от точечного заряда $-q_1$. Найдите силу притяжения между зарядами. Запишите полученную формулу в виде $F_1 \sim \dfrac{1}{r^n}$ и найдите значение n в данном пункте задачи.

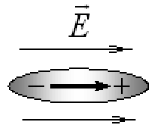
3. Пробный заряд q_0 находится в вакууме на расстоянии $r\,(r >> l)$ от центра диполя с моментом p (см. рис.). Найдите силу $\vec{F}_2$ взаимодействия пробного заряда с диполем. Запишите полученную формулу в виде $F_2 \sim \dfrac{1}{r^n}$ и найдите значение n в данном пункте задачи.



4. Найдите силу взаимодействия $\vec{F}_3$ двух одинаковых диполей с дипольным моментом p каждый, расположенных на расстоянии $r\,(r >> l)$ друг от друга вдоль прямой, соединяющей заряды, так как показано на рисунке (см. рис.). Запишите полученную формулу в виде $F_3 \sim \dfrac{1}{r^n}$ и найдите значение n в данном пункте задачи.



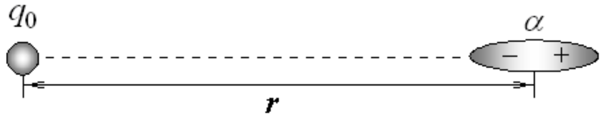
5. Эксперименты показывают, что под действием внешнего электрического поля напряженностью $\vec{E}$ диэлектрики (отдельные молекулы) поляризуются и приобретают наведенный (индуцированный) дипольный момент



$$p = \alpha\varepsilon_0 E\,,$$

ориентированный по полю (см. рис.). Коэффициент α, имеющий в данном случае размерность объема, называется поляризуемостью молекулы диэлектрика.

Точечный заряд q_0 находится на расстоянии r от молекулы диэлектрика с поляризуемостью α. Найдите силу $\vec{F}_4$ взаимодействия заряда с молекулой. Запишите полученную формулу в виде $F_4 \sim \dfrac{1}{r^n}$ и найдите значение n в данном пункте задачи.



6. Диполь с моментом p находится на расстоянии r от молекулы с поляризуемостью α (см. рис.). Найдите силу $\vec{F}_5$ взаимодействия заряда с молекулой. Запишите полученную формулу в виде $F_5 \sim \dfrac{1}{r^n}$ и найдите значение n в данном пункте задачи.

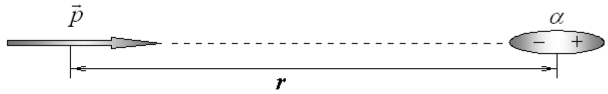
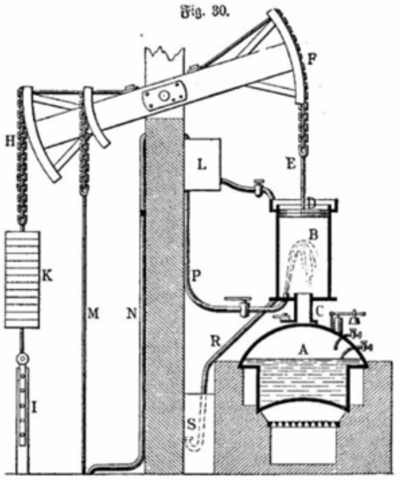


Fig. 30.

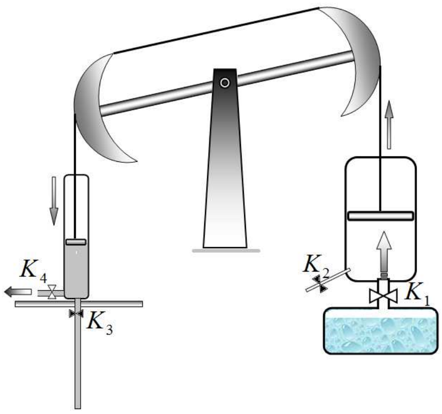


Newcomens Dampfmaschine.

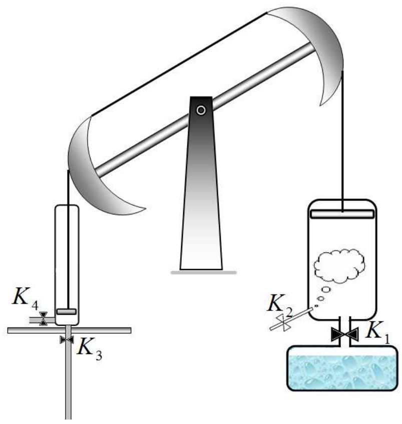
Задача 10-3 «Пароатмосферная машина Ньюкомена»

Еще не родился изобретатель парового двигателя Джеймс Уатт, а на шахтах Англии уже широко использовались для откачки воды паровые машины Ньюкомена. В данной задаче вам предстоит рассмотреть принцип действия этой машины, рассчитать ее характеристики.

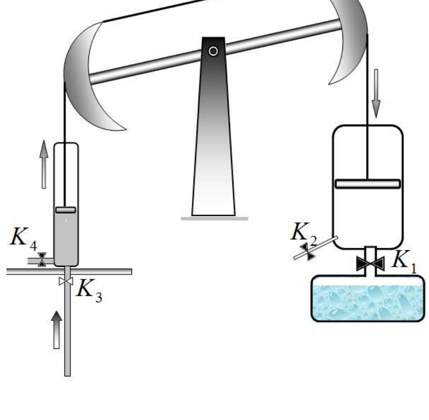
Основными деталями машины являются:
Рабочий цилиндр B с подвижным поршнем D; котел A с кипящей водой, пар из которого подается в цилиндр через патрубок с краном C; подвижное качающееся коромысло FH, соединенное цепями с поршнем рабочего цилиндра, с одной стороны, и поршнем водооткачивающего насоса I с другой. Для уравновешивания коромысла используется дополнительный груз K.
Цикл машины состоит из следующих этапов:



1) Кран котла K_1 открыт (K_2 - закрыт) , кран насоса K_3 закрыт, открыт кран K_4. Поршень цилиндра находится внизу, пар поступает в рабочий цилиндр, поршень начинает подниматься; вода из цилиндра насоса выливается.



2) После того, как поршень поднялся в верхнее положение в цилиндр впрыскивают холодную воду через кран K_2, пар в цилиндре конденсируется (кран K_1 закрыт);



3) Под действием атмосферного давления поршень опускается (краны K_1, K_2 - закрыты), при этом поднимается поршень водяного насоса, поднимая воду из шахты (кран K_3 - открыт, кран K_4 - закрыт);

4) Сконденсировавшуюся в рабочем цилиндре воду сливают, после чего цикл повторяется.

Параметры машины:

- высота рабочего цилиндра $h_1 = 1{,}0\,м$, диаметр цилиндра $d_1 = 60\,см$;
- высота цилиндра насоса $h_2 = 1{,}0\,м$, его диаметр $d_2 = 20\,см$;
- глубина, с которой откачивают воду, равна $H = 6{,}0\,м$;
- масса противовеса подобрана таким образом, что в нерабочем состоянии (при открытом котле и пустом цилиндре насоса) коромысло уравновешено;
- атмосферное давление $P_0 = 1{,}0 \cdot 10^5\,Па$;
- ускорение свободного падения $g = 10\,\frac{м}{с^2}$;
- удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2 \cdot 10^3\,\frac{Дж}{кг \cdot К}$, удельная теплота испарения воды $L = 2{,}3 \cdot 10^6\,\frac{Дж}{кг}$ (считайте ее независящей от температуры);
- удельная теплоемкость железа $c_1 = 0{,}46 \cdot 10^3\,\frac{Дж}{кг \cdot К}$.

Температура кипения воды при атмосферном давлении $P_0 = 1{,}0 \cdot 10^5\,Па$ равна $100°C$, при увеличении давления до $P_0 = 1{,}4 \cdot 10^5\,Па$ температура кипения возрастает до $110°C$, В данном диапазоне зависимость температуры кипения от давления можно считать линейной.

Считайте, что все процессы протекают достаточно медленно, так что их можно считать квазистатическими. Считайте также, все движения поршней являются равномерными. Потерями теплоты в окружающую среду можно пренебречь.

1. Постройте график цикла машины Ньюкомена.

Рекомендуем построить зависимость $\frac{P_1}{P_0}$ *от* $\frac{x}{h}$, *где* P_1 *- давление пара под поршнем,* x *- высота, на которой находится поршень рабочего цилиндра*

2. Определите минимальную и максимальную температуру пара под поршнем.

3. Рассчитайте полезную работу, совершенную машиной за один цикл.

4. Рассчитайте коэффициент полезного действия машины в двух случаях:

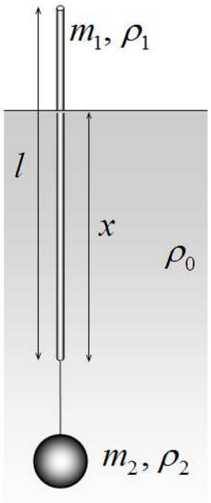
- пренебрегая теплоемкостью рабочего цилиндра и поршня;
- учитывая теплоемкость цилиндра, если он изготовлен из железа и его масса равна $m = 200\,кг$.

5. Сравните полученные значения кпд, с максимально возможным кпд тепловой машины, работающей в найденном диапазоне температур.

Задача 11-1. Поплавок

Молодой, но талантливый физик Федя (он же Дядя Федор) летом гостил в деревне Простоквашино. Однажды он решил отправиться на рыбалку, наловить рыбки коту Матроскину. Но оказалось, что на его удочке потерялся поплавок. «Не беда! - Не сложно изготовить поплавок самостоятельно» - решил Федя. Нашел легкую деревянную прямую палочку, которая и должна служить поплавком. Как настоящий физик, Федя подумал, что было бы не плохо провести экспериментальные исследования. Бросил палочку в воду и… она не утонула, а расположилась на воде горизонтально, все попытки Феди заставить ее плавать вертикально окончились неудачей.

1. Докажите, что тонкий однородный стержень не может плавать вертикально.



Пришлось приступать к более серьезным исследованиям. Федя измерил характеристики своего будущего поплавка: имеет форму цилиндра, масса длина l, радиус R (значительно меньше длины, глубокомысленно отметил Федя), m_1, плотность ρ_1 (заметно меньше плотности воды ρ_0, что тоже не плохо). Затем Федор вспомнил, что к поплавку положено грузило, в качестве которого решил использовать кусочки свинца (плотность ρ_2, которая больше плотности воды), массу грузила m_2 нужно подбирать. Грузило привязывается к нижнему концу поплавка.

Далее Федор решил упростить простейшие алгебраические выкладки и ввел «эффективную» массу грузила μ, такую, чтобы модуль суммы сил тяжести и Архимеда, действующих на него можно было записывать в виде μg .

2. Выразите величину «эффективной» массы μ, через заданные параметры.

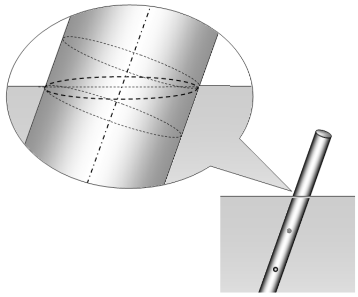
3. Определите максимальную массу $m_{\max}$ грузила, при которой поплавок не тонет.

4. Определите глубину погружения поплавка x, если масса грузила $m_2 < m_{\max}$

Опустив поплавок с привязанным грузилом в воду, Федя обнаружил, что в зависимости от массы грузила поплавок плавает либо почти горизонтально (при малых массах грузила), либо вертикально, при больших массах. Для теоретического описания обнаруженного эффекта Федор решил считать поплавок очень тонким, то есть пренебречь его толщиной.

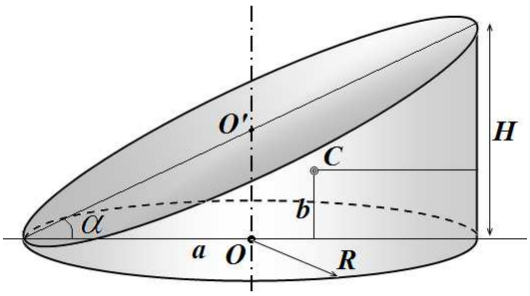
5. Докажите, что тонкий поплавок с грузилом может плавать либо почти горизонтально, либо вертикально, при всех значениях масс грузила, кроме единственного значения m_2^*, при котором поплавок может находиться в равновесии при любом угле его наклона α. Найдите это значение массы m_2^*. Укажите при каких массах поплавка, он будет плавать вертикально.

Такой малый выбор вариантов положения поплавка Феде не понравился, поэтому он решил сделать поплавок чуть потолще, быстро выстругал новый цилиндрический стерженек, определил его параметры (и Вы тоже считайте их известными) и притупил к дальнейшим теоретическим расчетам.



Прежде всего, он понял, что наклонное положение описывается сложно – необходимо уметь считать объем и положение центра масс срезанного наискось цилиндра. Обратившись к справочникам, он нашел, что срезанный наискось цилиндр, радиуса R и высоты H, которую можно выразить через угол среза (он же и угол наклона поплавка) $H = 2R \cdot tg\alpha$, имеет объем равный

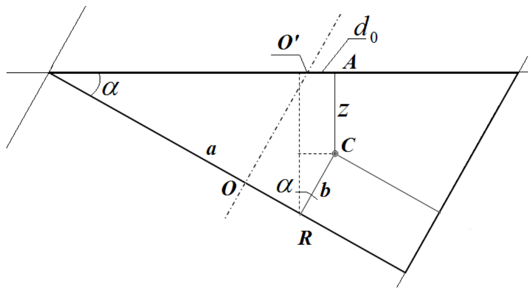
$$V = \frac{1}{2}\pi R^2 H = \pi R^3 H\, tg\alpha$$



Центр тяжести такого «срезанного» цилиндра C находится на высоте

$$b = \frac{5}{16}H = \frac{5}{8}R\, tg\alpha$$

и на расстоянии $a = \frac{5}{4}R$ от острого края цилиндра (или $\frac{1}{4}R$ от его оси).



Затем Федор вычислил координаты центра масс относительно центра срезанной грани O'

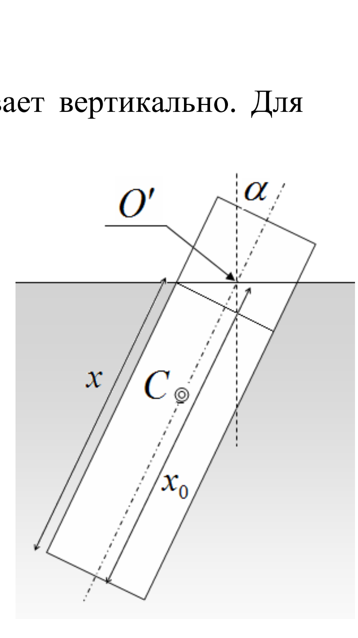
$$d_0 = \left(a\cos\alpha + b\sin\alpha\right) - \frac{R}{\cos\alpha} = \frac{R}{8}\left(5\cos\alpha - \frac{3}{\cos\alpha}\right)$$

$$z = a\sin\alpha - b\cos\alpha = \frac{5}{8}R\sin\alpha$$

Вам не следует выводить эти формулы (жюри не оценит ваши напрасные труды) – пользуйтесь готовыми.

Далее вам следует повторить расчеты дяди Федора!

6. Найдите длину x_0 погруженной части поплавка, если он плавает вертикально. Для характеристики массы грузила используйте его «эффективную» массу μ.



Для облегчения проверки используйте следующие обозначения.
α - угол наклона оси поплавка к вертикали, O' - точка пересечения оси поплавка с горизонтальной поверхностью, x_0 - глубина погруженной части поплавка (расстояние от точки O' до нижнего края – подсказываем, она не зависит от угла наклона); x - длина меньшей «стороны» погруженной части поплавка.

7. Изобразите на рисунке силы, действующие на поплавок, укажите точки их приложения. Запишите выражения для этих сил и их моментов, относительно точки O'.

8. Запишите условия равновесия поплавка.

Уравнения получились не простыми, поэтому дядя Федор решил их решать, считая величину x_0 заданной и независимой от остальных параметров задачи.

9. При некоторых значениях x_0 уравнения равновесия имеют несколько решений. Найдите условия, при которых могут появиться положения равновесия, отличные от вертикального. Найдите значения углов α^*, при которых поплавок может находиться в равновесии. Рассмотрите устойчивость этих положений равновесия.

Наконец, Федя вспомнил, что x_0 определяется параметрами поплавка.

10. Укажите, при каких значениях характеристик однородного цилиндрического поплавка и грузила, он может плавать устойчиво в наклонном положении?

Задача 11-2 Фотоэлемент.

Фотоэлемент – устройство, преобразующее энергию электромагнитного излучения в электрическую энергию. Простейший фотоэлемент представляет собой полупроводниковый прибор с p-n-переходом. При поглощении оптического излучения в результате внутреннего фотоэффекта увеличивается число свободных носителей заряда, которые разделяются полем перехода. В результате этого по обе стороны от перехода создается разность потенциалов – фото-ЭДС.

Часть 1. Идеальный фотоэлемент

Идеальный фотоэлемент можно представить в виде *источника тока* и диода, соединенных параллельно (рис.1). *Величина фототока* $I_ф$*, генерируемого источником, определяется только интенсивностью и спектральным составом света и* ***<u>не зависит от сопротивления нагрузки</u>***. Диод D является нелинейным элементом. Ток диода I_D и напряжение U_D на нем связаны соотношением:

$$I_D = CU_D^{\ 2},$$

где С – некоторая известная постоянная величина.

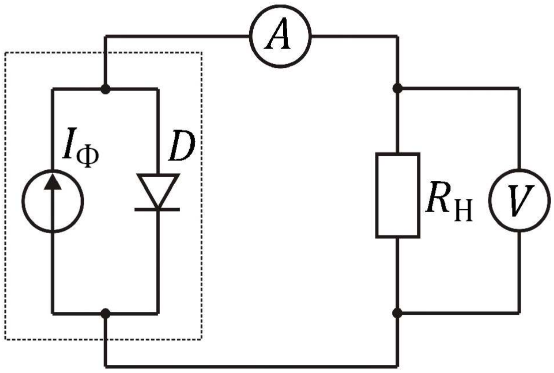


Рис. 1

1.1 К фотоэлементу подключен резистор с сопротивлением $R_Н$. Считая известной величину фототока $I_ф$, определите показания амперметра и вольтметра.

1.2 Сопротивление нагрузки $R_Н$ изменяют от нуля до очень большого значения. Как при этом зависит ток в нагрузке от напряжения $I_Н(U_Н)$?

1.3 Чему равен ток короткого замыкания $I_{КЗ}$ $(R_Н = 0)$ и напряжение холостого хода $U_{ХХ}$ $(R_Н \to \infty)$?

1.4 Изобразите график зависимости $I_Н(U_Н)$.

1.5 Определите, при каком значении сопротивления нагрузки R_{Pmax} в ней выделяется максимальная мощность и чему она равна (P_{max}). Чему при этом равны ток и напряжение на резисторе I_{Pmax} и U_{Pmax}?

1.6 Пусть $I_ф = 1{,}0$ мА, $C = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\,{}^{А}/_{В^2}$. Приведите численные значения $I_{КЗ}$, $U_{ХХ}$, I_{Pmax}, U_{Pmax}, R_{Pmax} и P_{max}.

Часть 2. Потери энергии в фотоэлементе.

Более приближенная к реальности модель фотоэлемента должна учитывать омические потери внутри него (сопротивление пластины полупроводника, контактов и т.д.). При этом эквивалентная схема усложняется. В ней появляются сопротивление, подключенное параллельно источнику тока $R_{ПАР}$, и последовательное сопротивление $R_{ПОС}$ (рис.2.), значения которых считайте известными.

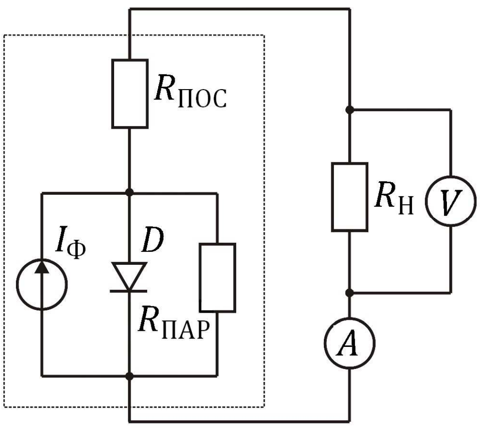


Рис. 2

2.1 К фотоэлементу подключен резистор с сопротивлением $R_{Н}$. Считая известными величину фототока $I_{Ф}$, а также значения сопротивлений $R_{ПОС}$ и $R_{ПАР}$, определите показания амперметра и вольтметра.

2.2 Сопротивление нагрузки $R_{Н}$ изменяют от нуля до очень большого значения. Составьте уравнение, связывающее ток и напряжение на нагрузке.

2.3 Выразите величины тока короткого замыкания и напряжения холостого хода.

Пусть (как и в первой части задачи) $I_{Ф} = 1{,}0$ мА, $C = 4{,}0 \cdot 10^{-3}\,{}^{А}/_{В^2}$, а сопротивления равны: $R_{ПОС} = 1{,}0 \cdot 10^{2}$ Ом, $R_{ПАР} = 1{,}0 \cdot 10^{3}$.

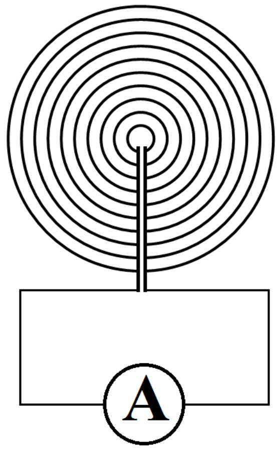
2.4 Определите численные значения $I_{КЗ}$, $U_{ХХ}$.

2.5 Используя численные значения, изобразите график зависимости $I_{Н}(U_{Н})$.

2.6 Определите, при каком напряжении на нагрузке в ней выделяется максимальная мощность. Чему она равна?

Задача 11-3. «Два генератора»

Часть 1. Круглый генератор.



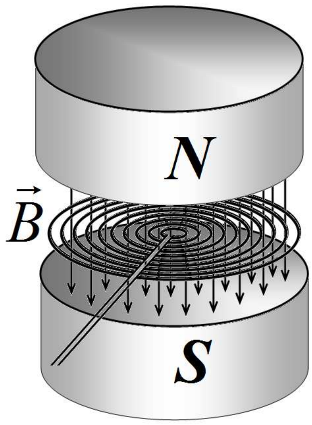
Плоская сетка, показанная на рисунке, состоящая из $N = 10$ концентрических колец (с разрезами), изготовлена из проволоки, удельное электрическое сопротивление которой равно ρ. Диаметр поперечного сечения проволоки равен d. Концы колец подсоединены к выводящим шинам, сопротивлением которых можно пренебречь. К шинам подключен амперметр переменного тока, показывающий действующее значение силы тока.

Радиусы колец сетки пропорциональны их номеру (и значительно больше диаметра поперечного сечения проволоки)

$$a_k = k a_0 \quad (k = 1,2,\ldots 10).$$

Сетка помещена между полюсами электромагнита, создающего в плоскости сетки пространственно однородное магнитное поле, индукция которого изменяется во времени по закону

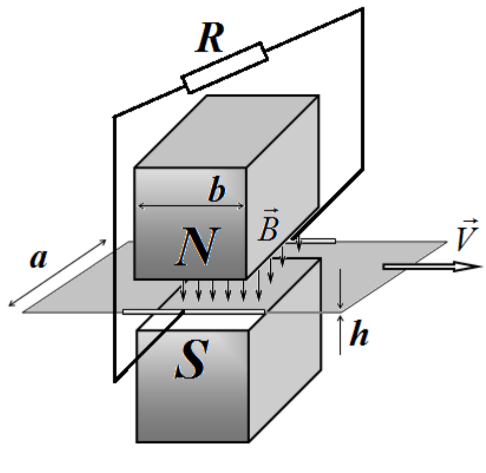
$$B(t) = B_0 \cos \omega t \, . \tag{1}$$



B_0, ω - известные постоянные величины. Плоскость сетки перпендикулярна вектору индукции магнитного поля.

1. Найдите ЭДС индукции, возникающей в каждом кольце сетки как функцию времени $\varepsilon(t)$.
2. Найдите показание амперметра, если его сопротивление пренебрежимо мало.
3. Чему будет равно показание амперметра, если его сопротивление равно R?

Часть 2. Прямоугольный генератор.



Длинная проводящая лента движется между полюсами постоянных магнитов, которые создают в ленте постоянное и однородное электрическое поле индукции B. Ширина этого поля равна ширине ленты a, длина второй стороны прямоугольника, в пределах которого создается поле, равна b. Толщина ленты равна h, удельное электрическое сопротивление материала ленты равно ρ. Боковые торцы ленты скользят по проводящим контактам, к которым подключен резистор сопротивлением R. При движении ленты через резистор протекает электрический ток.

1. Определите силу электрического тока через резистор.
2. Найдите, с какой силой F надо тянуть ленту, чтобы она двигалась с постоянной скоростью V.
3. Определите мощность, выделяющуюся на резисторе.
4. Определите кпд генератора, т.е. отношение мощности, выделяющейся на резисторе к мощности, развиваемой силой, тянущей ленту. Силами трения можно пренебречь.