

**Задача 9-1 Законы движения.**

**Предисловие.**

Данная задача является чисто экспериментальной, потому, что дать строгое теоретическое описание крайне затруднительно. Это связано с наличием целого ряда трудно учитываемых факторов.

1. Масса нити в данной работе сравнима с массой подвешиваемых грузов. Следовательно, при ее движении изменяются соотношения масс нитей, висящих с разных сторон от блока.
  2. Трение нити о блок играет существенную роль. Причем в данном случае результирующую силу трения нельзя считать постоянной, она может зависеть от скорости. Не говоря уже о том, что даже в простейшем случае изменение силы натяжения нити на блоке описывается формулой Эйлера, содержащей «страшную экспоненту»
  3. Не известны свойства самой нити – ее упругость, растяжимость, шероховатость и т.д.
- Иными словами начало условия задачи можно сформулировать так:

«Весомая, растяжимая, с изменяющимся коэффициентом трения нить переброшена через неподвижный блок. Трение и сопротивление воздуха учитывать...!»

**Часть 1. Просто цепочка.**

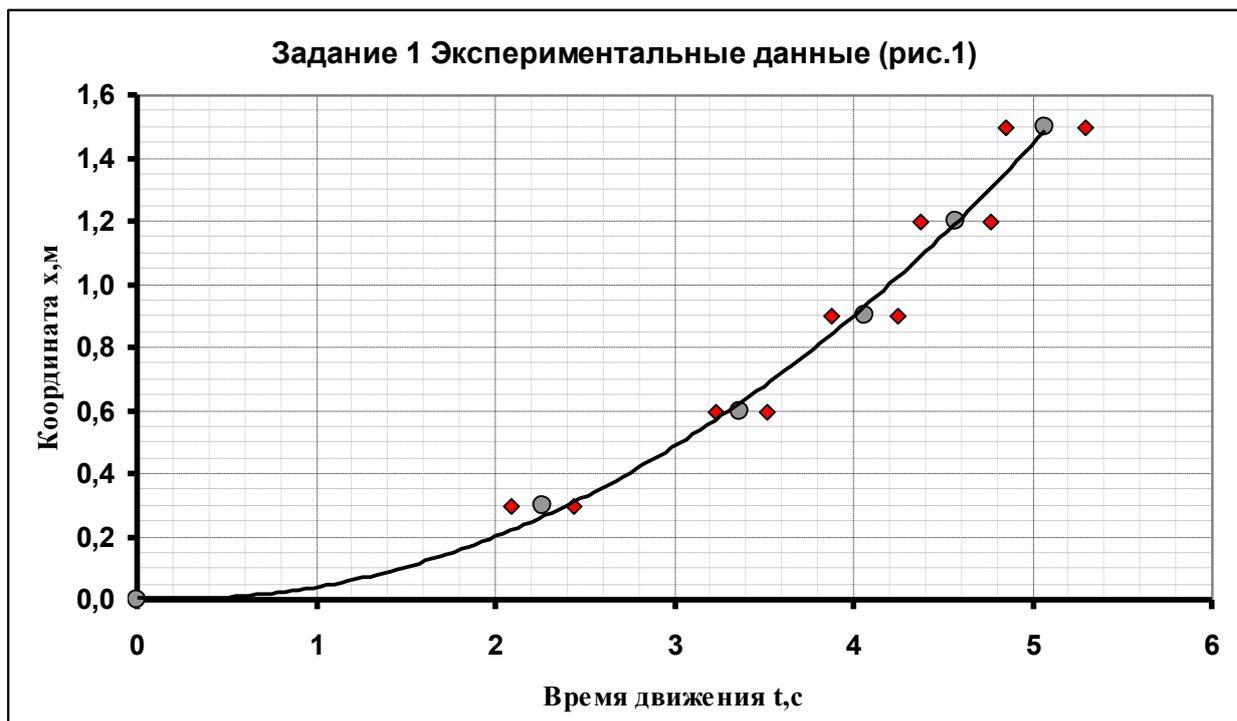
В этой части работы к обоим концам нити прикрепляются скрепки, которые приводят нить в движение.

Результаты измерений времен движения приведены в Таблице 1.

**Таблица 1.**

| $X, м$     | $t_1, с$ | $t_2, с$ | $t_3, с$ | $t_4, с$ | $t_5, с$ | $\langle t \rangle, с$ |
|------------|----------|----------|----------|----------|----------|------------------------|
| <b>0,3</b> | 2,14     | 2,45     | 2,00     | 2,44     | 2,26     | <b>2,26</b>            |
| <b>0,6</b> | 3,25     | 3,44     | 3,17     | 3,56     | 3,45     | <b>3,37</b>            |
| <b>0,9</b> | 3,91     | 4,16     | 3,80     | 4,31     | 4,14     | <b>4,06</b>            |
| <b>1,2</b> | 4,42     | 4,62     | 4,32     | 4,89     | 4,6      | <b>4,57</b>            |
| <b>1,5</b> | 4,82     | 5,27     | 4,79     | 5,32     | 5,15     | <b>5,07</b>            |

На рисунке 1 приведен график полученного экспериментального закона движения.



Ромбами отмечены пределы статистической погрешности измерения времен движения (от участников олимпиады не требуется).

По внешнему виду полученная зависимость похожа на квадратичную, описывающую закон равноускоренного движения:

$$x = \frac{at^2}{2} \quad (1)$$

Однако, внешний вид не является серьезным аргументом в физической дискуссии. Поэтому требуется дальнейший анализ полученной зависимости. основной способ проверки заключается в линеаризации этой зависимости, которая может быть проведена различными способами. Простейший из них – построить зависимость координаты от квадрата скорости  $x(t^2)$  - рисунок 2.



Эта зависимость близка к линейной, что подтверждает (?) применимость формулы (1) к описанию полученного закона движения.

Однако, проведенная линеаризация не применима если движение является равноускоренным. но с некоторой начальной скоростью

$$x = v_0t + \frac{at^2}{2} \quad (2)$$

В этом случае можно исследовать следующую линеаризующую зависимость  $\frac{x}{t} = F(t)$  - зависимость средней скорости (с начала движения) от времени.

$$\frac{x}{t} = v_0 + \frac{at}{2} \quad (3)$$

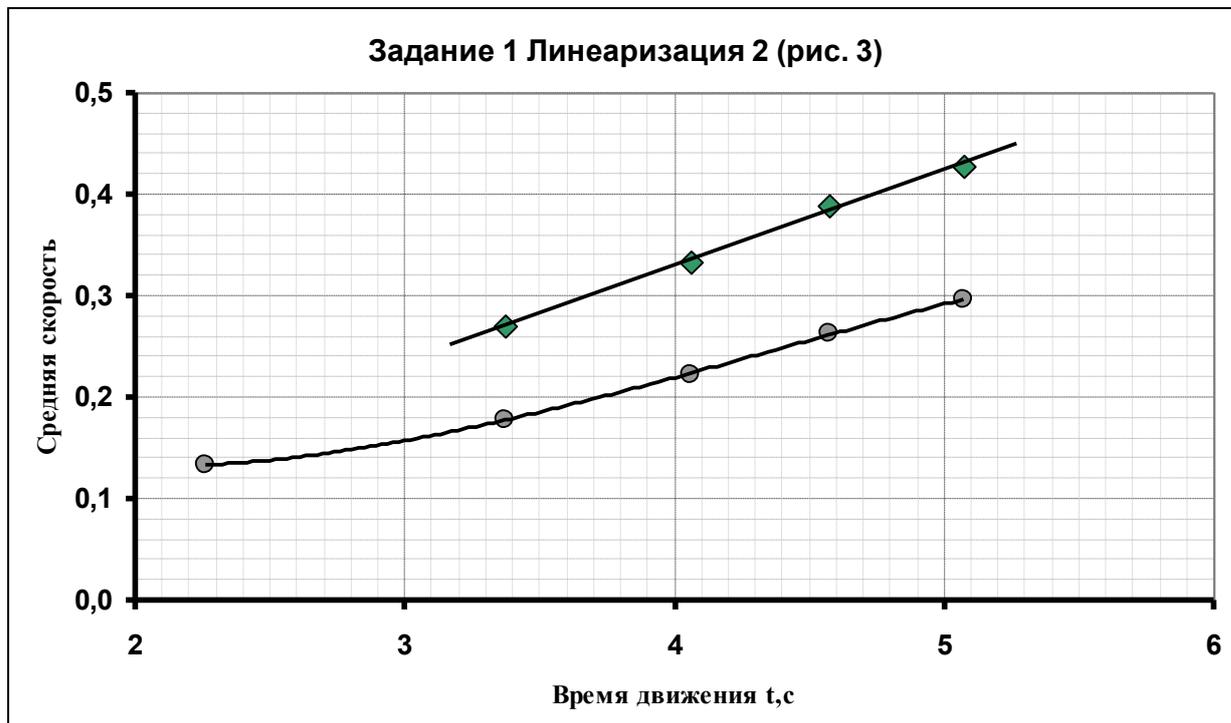
Но и эта линеаризация «работает» не всегда. Если в начальный момент времени координата отлична от нуля, то следует ее исключить, посредством перехода к новым переменным

$$\frac{x - x_0}{t - t_0} = v_0 + \frac{a(t - t_0)}{2} \quad (4)$$

Теоретически эта линеаризация при анализе равноускоренного движения является оптимальной. Но при анализе реальных экспериментальных данных (при наличии неизбежных погрешностей измерений) она может приводить к большим ошибкам, главным

образом из-за погрешностей измерения величины  $t_0$ . Поэтому в дальнейшем мы ограничимся анализом с помощью формулы (3).

На рисунке 3 приведены результаты обработки по формулам (3 – отмечены кружками) и (4 – отмечены ромбами)



В целом можно сказать, что эти зависимости также подтверждают вывод о равноускоренном характере движения в данном случае.

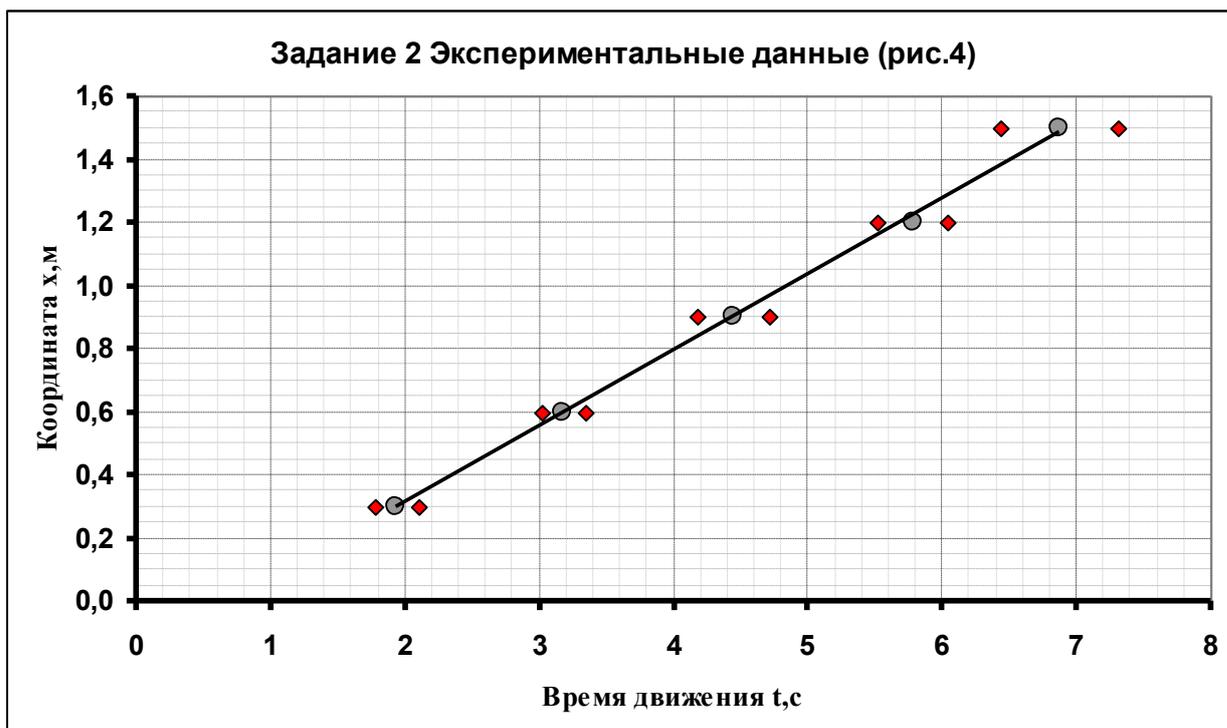
### Задание 2 Полузамкнутая цепочка.

В этой части задания длинный кусок нити лежит на полу и постепенно поднимается в процессе движения.

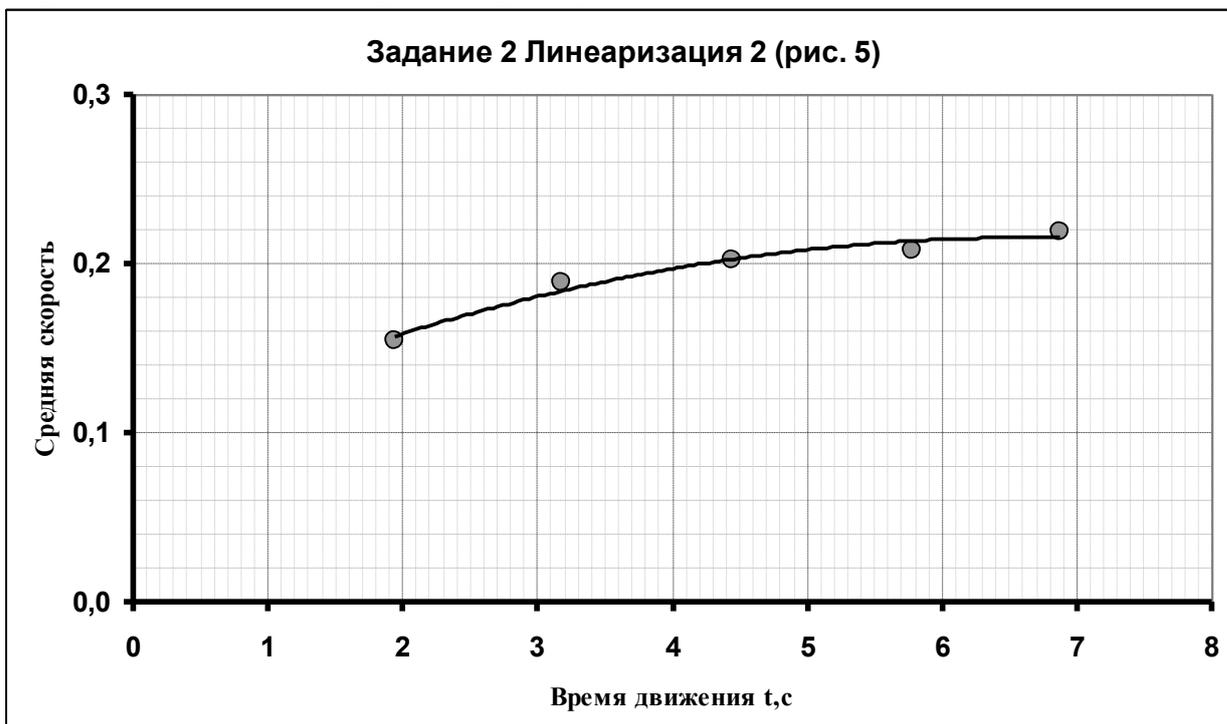
Результаты измерений зависимостей времен движения от величины смещения приведены в таблице 2 и на графике рис. 4

Таблица 2.

| $X, м$     | $t_1, c$ | $t_2, c$ | $t_3, c$ | $t_4, c$ | $t_5, c$ | $\langle t \rangle, c$ |
|------------|----------|----------|----------|----------|----------|------------------------|
| <b>0,3</b> | 1,8      | 2,11     | 2,09     | 2,0      | 1,70     | <b>1,94</b>            |
| <b>0,6</b> | 3,07     | 3,41     | 3,34     | 3,15     | 2,98     | <b>3,18</b>            |
| <b>0,9</b> | 4,17     | 4,91     | 4,49     | 4,42     | 4,19     | <b>4,44</b>            |
| <b>1,2</b> | 5,51     | 6,17     | 5,83     | 5,89     | 5,48     | <b>5,78</b>            |
| <b>1,5</b> | 6,34     | 7,62     | 7,03     | 6,79     | 6,57     | <b>6,87</b>            |



В этом случае график закона движения близок к прямой линии, что «намекает» на то, что движение является равномерным. Однако, график зависимости средней скорости от времени, данные для которого рассчитаны по формуле (3), показывает, что и в этом случае скорость незначительно возрастает (рис. 5)



Возможно, эти изменения лежат в пределах погрешности (но их рассчитывать запрещено), но тенденция к возрастанию скорости есть! Тем не менее, в данном случае **модель равномерного движения вполне применима.**

Качественно объяснить полученную зависимость можно следующим образом. При движении часть нити приподнимается (увеличивается потенциальная энергия) и разгоняется (увеличивается кинетическая энергия), на что затрачивается энергия опускающихся скрепок. Так как эти изменения зависят от скорости, то возможно установление постоянной скорости установившегося движения.

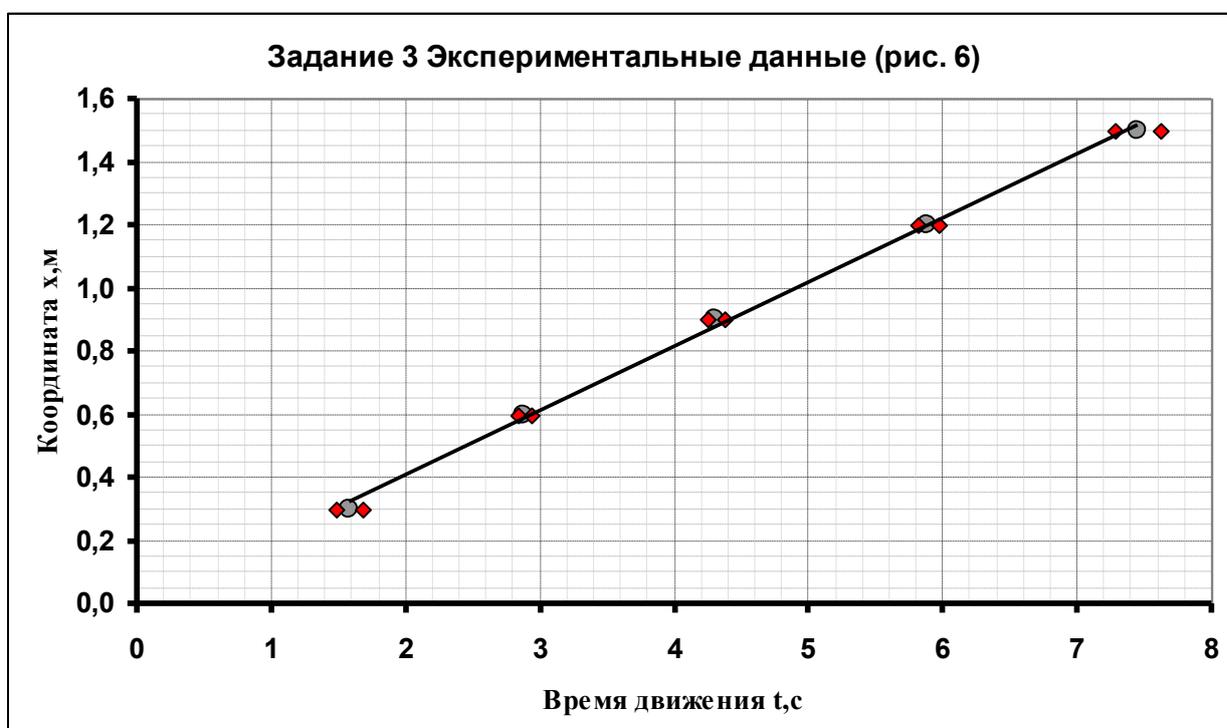
### Задание 3 Замкнутая цепочка.

В данной части нить «зациклена», поэтому суммарная масса нити висящей нити остается постоянной, причем с разных сторон блока массы нитей остаются постоянными.

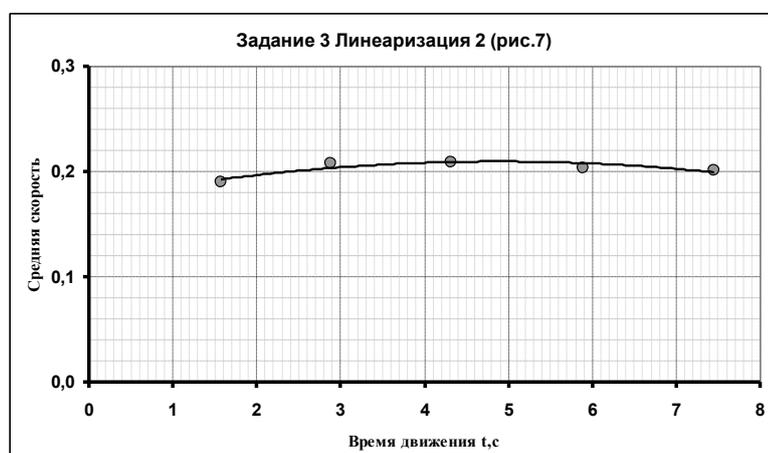
Результаты измерений, аналогичных, проведенным в предыдущих частях задания, приведены в Таблице 3 и на графике рис. 6.

Таблица 3.

| $X, м$ | $t_1, с$ | $t_2, с$ | $t_3, с$ | $t_4, с$ | $t_5, с$ | $\langle t \rangle, с$ |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|------------------------|
| 0,3    | 1,48     | 1,74     | 1,66     | 1,53     | 1,48     | 1,58                   |
| 0,6    | 2,85     | 2,94     | 2,93     | 2,81     | 2,87     | 2,88                   |
| 0,9    | 4,24     | 4,41     | 4,35     | 4,30     | 4,25     | 4,31                   |
| 1,2    | 5,92     | 5,86     | 5,81     | 5,86     | 6,02     | 5,89                   |
| 1,5    | 7,75     | 7,46     | 7,34     | 7,23     | 7,47     | 7,45                   |



Полученная зависимость очень близка к линейной, что говорит о том, что и в данном случае движение близко к равномерному. Этот же вывод подтверждает и уже традиционная линейаризация. (рис. 7) – средняя скорость остается постоянной. Объяснение подобного неожиданного результата требует дальнейших исследований.



## Задача 9-2 Теплоёмкость и теплоотдача

1. и 2. Зависимость температуры системы 1 (мензурка, заполненная водой) и системы 2 (мензурка, с помещённым в неё металлическим стержнем, заполненная водой) от времени при охлаждении.

| Время охлаждения системы 1<br>$\tau$ , с | Время охлаждения системы 2<br>$\tau$ , с | Температура систем 1 и 2<br>$t$ , °C | Система 1<br>$\frac{\Delta t_{12}}{\Delta \tau_{21}}$ , °C/с | Система 2<br>$\frac{\Delta t_{12}}{\Delta \tau_{21}}$ , °C/с | Разность температур между системой тел и окружающей средой<br>$\Delta t_{\text{сист. ср}}$ , °C |
|--|--|--------------------------------------|--|--|---|
| 0  | 0  | 44,0                                 | 0,0105   | 0,0115   | 24,8  |
| 95,0                                     | 87,0                                     | 43,0                                 | 0,0102   | 0,0108   | 23,8  |
| 193                                      | 180                                      | 42,0                                 | 0,0097   | 0,0100   | 22,8  |
| 296                                      | 280                                      | 41,0                                 | 0,0094   | 0,0103   | 21,8  |
| 402                                      | 377                                      | 40,0                                 | 0,00917  | 0,00971  | 20,8  |
| 511                                      | 480                                      | 39,0                                 | 0,00893  | 0,00909  | 20,1  |
| 567                                      | 535                                      | 38,5                                 | 0,00833  | 0,00926  | 19,6  |
| 627                                      | 589                                      | 38,0                                 | 0,00862  | 0,00833  | 19,1  |
| 685                                      | 649                                      | 37,5                                 | 0,00862  | 0,00862  | 18,6  |
| 743                                      | 707                                      | 37,0                                 | 0,00794  | 0,00833  | 18,1  |
| 806                                      | 767                                      | 36,5                                 | 0,00806  | 0,00806  | 17,6  |
| 868                                      | 829                                      | 36,0                                 |  |  |   |

3. и 4. Приравнивая правые части (1) и (2) получим:

$$\frac{\Delta t_{12}}{\Delta \tau_{21}} = \frac{\beta}{C} \Delta t_{\text{сист. ср}} \quad (3).$$

То есть  $\frac{\Delta t_{12}}{\Delta \tau_{21}}$  прямо пропорциональна  $\Delta t_{\text{сист. ср}}$ .

$$\frac{\Delta t_{12}}{\Delta \tau_{21} (\Delta t_{\text{сист. ср}})}$$

Построив график зависимости  $\frac{\Delta t_{12}}{\Delta \tau_{21} (\Delta t_{\text{сист. ср}})}$ , определим интервалы температур, в которых мощность теплоотдачи систем тел при охлаждении прямо пропорциональна разности температур систем тел и температуры окружающей среды.

Разность температур систем тел и окружающей среды (воздуха) определим как

$$\Delta t_{\text{сист. ср}} = \frac{t_2 + t_1}{2} - t_{\text{ср}} \quad (4).$$

Отношение  $\frac{\Delta t_{12}}{\Delta \tau_{21}}$  определим

$$\frac{\Delta t_{12}}{\Delta \tau_{21}} = \frac{t_1 - t_2}{\tau_2 - \tau_1} \quad (5).$$

Температура окружающего воздуха во время эксперимента.

Для удобства вычислений построим графики зависимости  $\Delta t_{\text{сист. ср}} \left( \frac{\Delta t_{12}}{\Delta \tau_{21}} \right)$  для обеих систем.

График 1. Зависимость  $\Delta t_{\text{сист.1/ср}} \left( \frac{\Delta t_{12}}{\Delta \tau_{21}} \right)$  для системы 1.

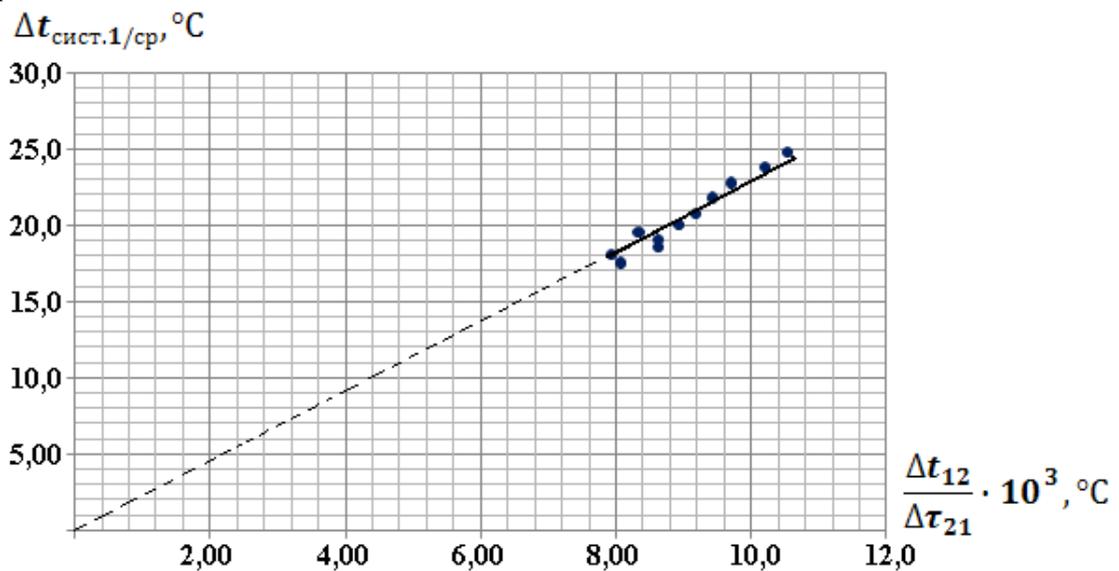
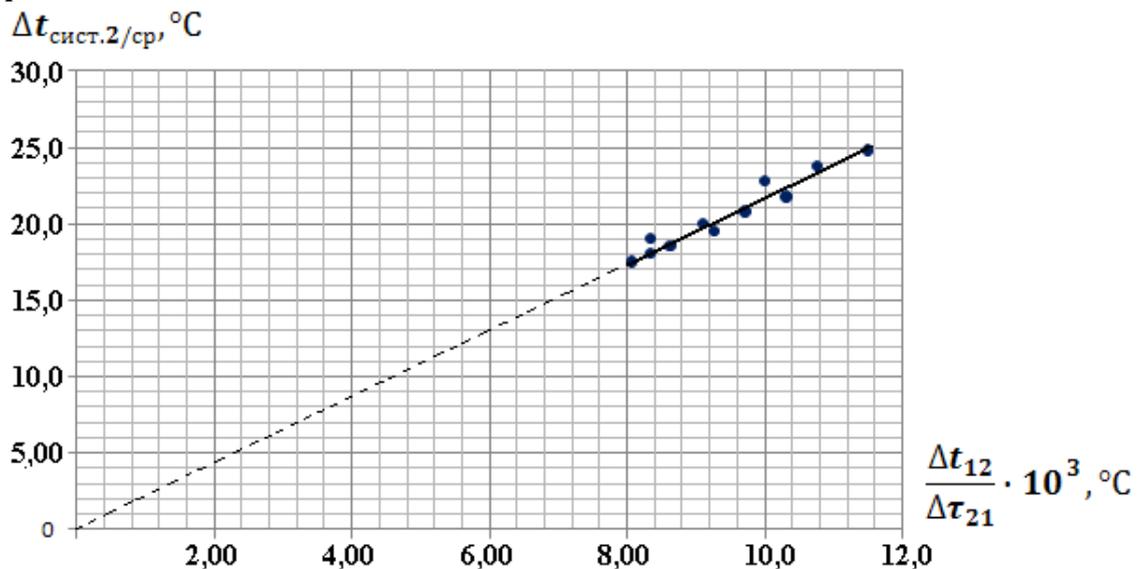


График 2. Зависимость  $\Delta t_{\text{сист.2/ср}} \left( \frac{\Delta t_{12}}{\Delta \tau_{21}} \right)$  для системы 2.



Графики подтверждают, что зависимость  $\Delta t_{\text{сист}} \left( \frac{\Delta t_{12}}{\Delta \tau_{21}} \right)$  для обеих систем прямо пропорциональная, следовательно, для обеих систем выполняется уравнение (2).

5. Для определения теплоёмкости системы 1. необходимо определить массу воды в мензурке и массу мензурки.

Массу мензурки определяем взвешиванием на весах:

Массу воды определим через произведение объёма на плотность. Объём воды определим с помощью большей мензурки:

$$V_{\text{В1}} = (160 \pm 1) \text{ см}^3.$$

$$m_{\text{В1}} = V_{\text{В1}} \cdot \rho_{\text{В}} = 160 \text{ см}^3 \cdot 0,992 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 159 \text{ г}.$$

Теплоёмкость системы 1 найдём как сумму теплоёмкости мензурки и содержащейся в ней воды:

$$C_1 = 840 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0,0722 \text{кг} + 4170 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 0,159 \text{кг} = 724 \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}}.$$

6. Приведём уравнение (3) к виду:

$$\Delta t_{\text{сист}}^{\text{ср}} = \frac{C}{\beta} \left( \frac{\Delta t_{12}}{\Delta \tau_{21}} \right) \quad (7).$$

Тогда  $\frac{C_1}{\beta} = k_1$  – тангенс угла наклона графика 1 к горизонтальной оси.

Из графика находим, что  $k_1 = 2280 \text{с}$ . Единица измерения коэффициента  $\frac{C}{\beta}$  – секунда. Данный коэффициент равен характерному времени, за которое система охлаждается до температуры окружающей среды.

$$\beta = \frac{C_1}{k_1} = \frac{724 \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}}}{2280 \text{с}} = 0,318 \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot ^\circ\text{C}} \quad (8).$$

7. Для определения теплоёмкости системы 2 определим тангенс угла наклона графика 2 к горизонтальной оси ( $k_2$ ).  $k_2 = 2180 \text{с}$ .

Теплоёмкость системы 2 определим как

$$C_2 = \beta \cdot k_2 = 0,318 \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 2180 \text{с} = 693 \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C}} \quad (9).$$

8. Найдём теплоёмкость воды, находившейся в системе 2. Объём воды в системе 2 будет меньше чем в системе 1 на объём металлического стержня. Объём стержня находим с помощью большей мензурки:

Тогда

$$m_{\text{в2}} = V_{\text{в2}} \cdot \rho_{\text{в}} = 144 \text{см}^3 \cdot 0,992 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 143 \text{г} \quad (11).$$

Теплоёмкость стержня найдём как:

Удельную теплоёмкость определим как:

Массу стержня определим взвешиванием

Удельная теплоёмкость металлического стержня:

9. Сравнивая полученное значение удельной теплоёмкости металлического стержня со справочными данными можно утверждать, что стержень изготовлен из сплава алюминия. То, что стержень изготовлен из сплавов алюминия, можно дополнительно убедиться, определив его плотность.

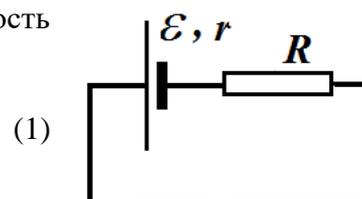
Несоответствие результата интервалу справочных значений можно объяснить следующими факторами:

- погрешностью измерений, которые, к радости для участников олимпиады, здесь не вычислялись.
- пренебрежением теплоёмкостью термометра, и то, что при вычислениях не учитывалась масса вытесняемой им воды.
- не учитывалось то, что температура стеклянного стакана мензурки, при охлаждении систем, не будет равна температуре воды, которую показывает термометр.
- возможно в справочных материалах, из которых авторы задачи брали информацию об удельных теплоёмкостях металлов, не было значения удельной теплоёмкости того сплава, из которого сделан стержень, предоставленный участникам олимпиады.

## Задача 10-1 Изучение источников тока.

1.1 Из закона Ома для полной цепи следует, что зависимость напряжения на внешней цепи зависит от силы тока по закону

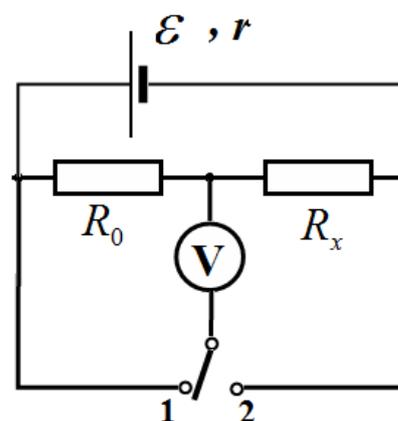
$$U = \varepsilon - Ir$$



1.2 Требуемая схема является традиционной для проведения подобных измерений и показана на рисунке. В положении ключа 1 вольтметр показывает напряжение  $U_0$  на постоянном резисторе  $R_0 = 2,0 \text{ Ом}$ , в положении 2 – напряжение  $U_x$  на переменном резисторе  $R_x$ . Тогда для построения нагрузочной характеристики следует провести расчеты по следующим формулам:

Сила тока в цепи:  $I = \frac{U_0}{R_0}$ ;

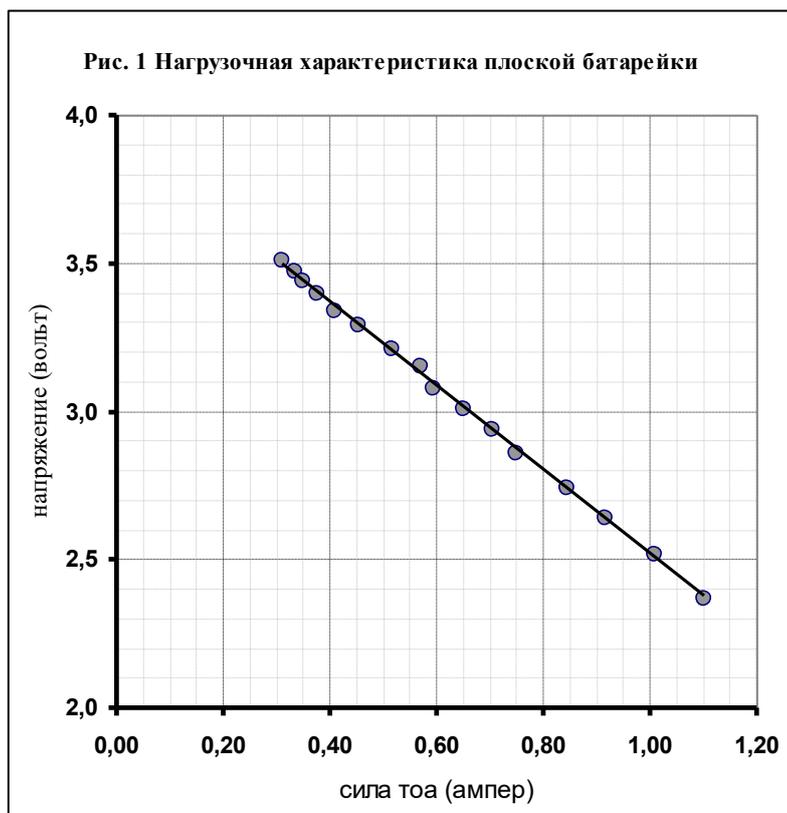
Напряжение на внешнем участке  $U = U_0 + U_x$ .



1.3 Результаты измерений зависимости напряжения на внешней цепи от силы тока в ней  $U(I)$  (нагрузочная характеристика) для плоской батарейки приведены в таблице 1. График полученной зависимости показан на рис. 1

Таблица 1.

| $U_x$ | $U_0$ | $I_0$ | $U$  |
|-------|-------|-------|------|
| 2,89  | 0,62  | 0,31  | 3,51 |
| 2,80  | 0,67  | 0,34  | 3,47 |
| 2,74  | 0,70  | 0,35  | 3,44 |
| 2,65  | 0,75  | 0,38  | 3,40 |
| 2,52  | 0,82  | 0,41  | 3,34 |
| 2,38  | 0,91  | 0,46  | 3,29 |
| 2,18  | 1,03  | 0,52  | 3,21 |
| 2,01  | 1,14  | 0,57  | 3,15 |
| 1,89  | 1,19  | 0,60  | 3,08 |
| 1,71  | 1,30  | 0,65  | 3,01 |
| 1,53  | 1,41  | 0,71  | 2,94 |
| 1,36  | 1,50  | 0,75  | 2,86 |
| 1,05  | 1,69  | 0,85  | 2,74 |
| 0,81  | 1,83  | 0,92  | 2,64 |
| 0,50  | 2,02  | 1,01  | 2,52 |
| 0,17  | 2,20  | 1,10  | 2,37 |



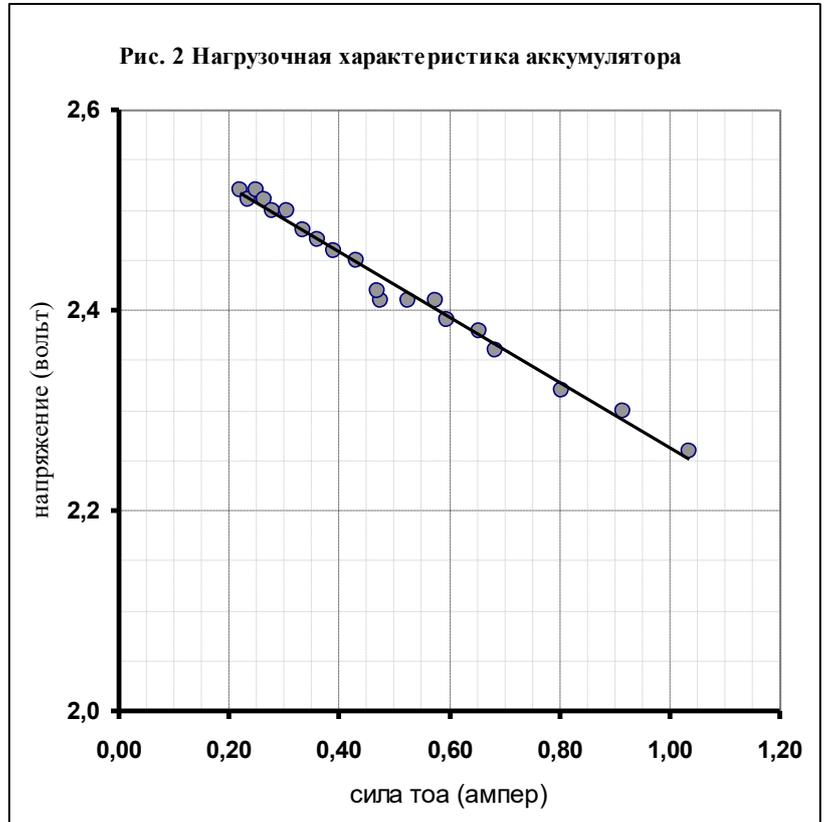
1.4 Как следует из формулы (1) коэффициент наклона данной прямой равен внутреннему сопротивлению батарейки, а величина сдвига – ее ЭДС. Расчет по методу наименьших квадратов приводит к следующим значениям этих параметров

$$\varepsilon = (3,94 \pm 0,02) \text{ В}$$

$$r = (1,42 \pm 0,02) \text{ Ом}$$
(2)

1.5 Прямое измерение ЭДС плоской батарейки дало значение 4,18 В. Аналогичные измерения проведены для набора двух аккумуляторов. Результаты представлены в Таблице 2 и на графике рис. 2

Таблица 2.



| $U_x$ | $U_0$ | $I_0$ | $U$  |
|-------|-------|-------|------|
| 2,08  | 0,44  | 0,22  | 2,52 |
| 2,04  | 0,47  | 0,24  | 2,51 |
| 2,02  | 0,50  | 0,25  | 2,52 |
| 1,98  | 0,53  | 0,27  | 2,51 |
| 1,94  | 0,56  | 0,28  | 2,50 |
| 1,89  | 0,61  | 0,31  | 2,50 |
| 1,81  | 0,67  | 0,34  | 2,48 |
| 1,46  | 0,95  | 0,48  | 2,41 |
| 1,75  | 0,72  | 0,36  | 2,47 |
| 1,68  | 0,78  | 0,39  | 2,46 |
| 1,59  | 0,86  | 0,43  | 2,45 |
| 1,48  | 0,94  | 0,47  | 2,42 |
| 1,36  | 1,05  | 0,53  | 2,41 |
| 1,26  | 1,15  | 0,58  | 2,41 |
| 1,20  | 1,19  | 0,60  | 2,39 |
| 1,07  | 1,31  | 0,66  | 2,38 |
| 0,99  | 1,37  | 0,69  | 2,36 |
| 0,71  | 1,61  | 0,81  | 2,32 |
| 0,47  | 1,83  | 0,92  | 2,30 |
| 0,19  | 2,07  | 1,04  | 2,26 |

Расчет по МНК характеристик аккумулятора приводит к следующим значениям

$$\begin{aligned}\varepsilon &= (2,59 \pm 0,01) \text{ В} \\ r &= (0,37 \pm 0,02) \text{ Ом}\end{aligned}\quad (3)$$

1.6 Результат прямого измерения ЭДС – 2,57 В.

## Часть 2. Последовательное соединение батареек.

2.1 Почти очевидно, что суммарные ЭДС и внутреннее сопротивление последовательно соединенных источников равны сумме соответствующих величин отдельных элементов

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \\ r &= r_1 + r_2\end{aligned}\quad (4)$$

2.2 Аналогичные измерения для последовательно соединенных плоской батареи и аккумулятора приводят к следующим характеристикам

$$\begin{aligned}\varepsilon &= (6,35 \pm 0,15) \text{ В} \\ r &= (1,77 \pm 0,19) \text{ Ом}\end{aligned}\quad (5)$$

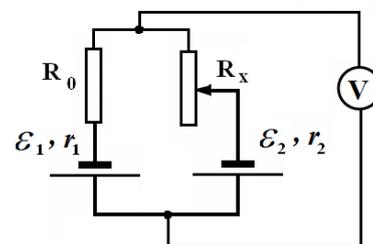
Эти результаты подтверждают (в пределах погрешности) справедливость приведенных формул (4). График нагрузочной характеристики составной батареи приведен на рис. 3. Обратите внимание на большой разброс данных и большую погрешность результатов.

## Часть 3. Параллельное соединение батареек.

3.1 Приведенная формулы следует из корректного использования правил Кирхгофа.

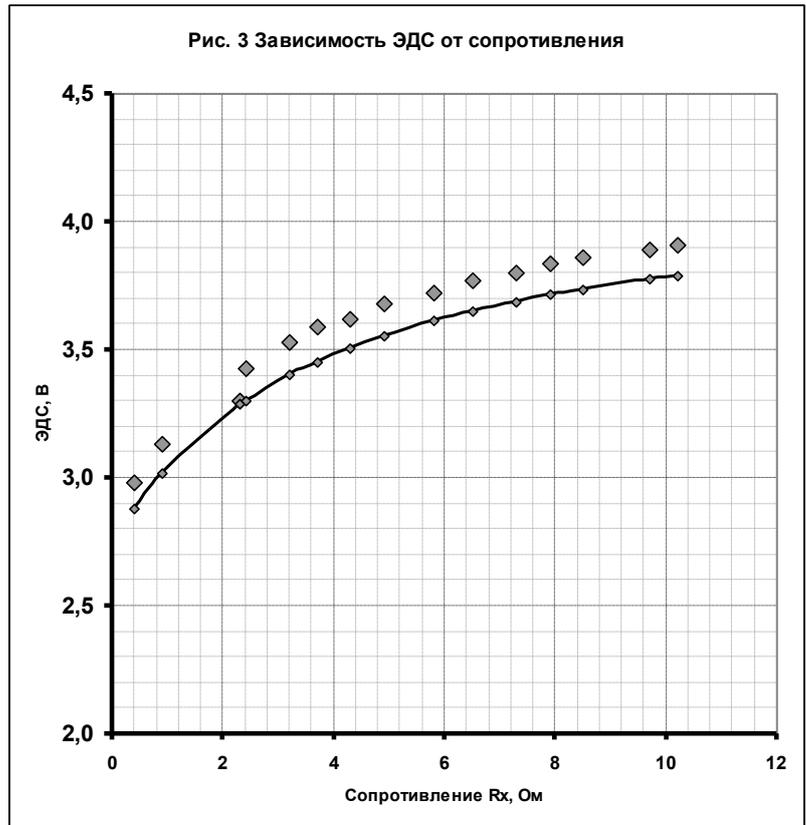
3.2 Результаты измерений зависимости ЭДС параллельно соединенной батареи от сопротивления переменного резистора приведены в Таблице 3. Отметим, что при измерении сопротивления резистора его следует отключать от источника.

В последней столбце таблицы приведены теоретические значения ЭДС, рассчитанные по формуле.



$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_1(R_0 + r_2) + \varepsilon_2(R_x + r_1)}{R_0 + r_2 + R_x + r_1}$$

Таблица 3.



| <i>U</i> | <i>R<sub>x</sub></i> | <i>теория</i> |
|----------|----------------------|---------------|
| 2,98     | 0,4                  | 2,88          |
| 3,13     | 0,9                  | 3,02          |
| 3,30     | 2,3                  | 3,29          |
| 3,43     | 2,4                  | 3,30          |
| 3,53     | 3,2                  | 3,40          |
| 3,59     | 3,7                  | 3,45          |
| 3,62     | 4,3                  | 3,51          |
| 3,68     | 4,9                  | 3,55          |
| 3,72     | 5,8                  | 3,61          |
| 3,77     | 6,5                  | 3,65          |
| 3,80     | 7,3                  | 3,69          |
| 3,84     | 7,9                  | 3,71          |
| 3,86     | 8,5                  | 3,74          |
| 3,89     | 9,7                  | 3,78          |
| 3,91     | 10,2                 | 3,79          |

Получено хорошее соответствие между теоретическими и экспериментальными данными. Что подтверждает тот факт, что «физика наука! Точная, но приближенная»

## Задача 10-2 Медицинские весы.

### Часть 1. Делай раз, делай два...

1. Результаты требуемых измерений приведены в Таблице 1.

Таблица 1

| Начальный объём 10мл |                     |        |                        |                      |                     |        |                        |
|----------------------|---------------------|--------|------------------------|----------------------|---------------------|--------|------------------------|
| Прямое направление   |                     |        |                        | Обратное направление |                     |        |                        |
| V <sub>1</sub> , мл  | V <sub>2</sub> , мл | Δp/p   | Δx·10 <sup>2</sup> , м | V <sub>1</sub> , мл  | V <sub>2</sub> , мл | Δp/p   | Δx·10 <sup>2</sup> , м |
| 10,0                 | 0,0                 | 0,000  | 0,00                   | 3,0                  | 12,0                | -0,313 | 3,57                   |
| 10,0                 | 0,5                 | -0,043 | 0,00                   | 3,0                  | 11,5                | -0,290 | 3,57                   |
| 10,0                 | 1,0                 | -0,083 | 0,00                   | 3,0                  | 11,0                | -0,267 | 3,57                   |
| 10,0                 | 1,5                 | -0,120 | 0,00                   | 3,0                  | 10,5                | -0,241 | 3,57                   |
| 10,0                 | 2,0                 | -0,154 | 0,00                   | 3,0                  | 10,0                | -0,214 | 3,57                   |
| 10,0                 | 2,5                 | -0,185 | 0,00                   | 3,0                  | 9,5                 | -0,185 | 3,57                   |
| 10,0                 | 3,0                 | -0,214 | 0,00                   | 3,0                  | 9,0                 | -0,154 | 3,57                   |
| 10,0                 | 3,5                 | -0,241 | 0,00                   | 3,0                  | 8,5                 | -0,120 | 3,57                   |
| 10,0                 | 4,0                 | -0,267 | 0,00                   | 3,0                  | 8,0                 | -0,083 | 3,57                   |
| 10,0                 | 4,5                 | -0,290 | 0,00                   | 3,0                  | 7,5                 | -0,043 | 3,57                   |
| 10,0                 | 5,0                 | -0,313 | 0,00                   | 3,0                  | 7,0                 | 0,000  | 3,57                   |
| 10,0                 | 5,5                 | -0,333 | 0,00                   | 3,0                  | 6,5                 | 0,048  | 3,57                   |
| 9,5                  | 6,0                 | -0,333 | 0,26                   | 3,0                  | 6,0                 | 0,100  | 3,57                   |
| 9,5                  | 6,5                 | -0,353 | 0,26                   | 3,0                  | 5,5                 | 0,158  | 3,57                   |
| 9,5                  | 7,0                 | -0,371 | 0,26                   | 3,0                  | 5,0                 | 0,222  | 3,57                   |
| 9,5                  | 7,5                 | -0,389 | 0,26                   | 3,0                  | 4,5                 | 0,294  | 3,57                   |
| 9,5                  | 8,0                 | -0,405 | 0,26                   | 3,5                  | 4,0                 | 0,294  | 3,32                   |
| 9,0                  | 8,5                 | -0,405 | 0,51                   | 4,0                  | 3,5                 | 0,294  | 3,06                   |
| 6,5                  | 9,0                 | -0,333 | 1,79                   | 4,5                  | 3,0                 | 0,294  | 2,81                   |
| 5,5                  | 9,5                 | -0,313 | 2,30                   | 5,0                  | 2,5                 | 0,294  | 2,55                   |
| 5,5                  | 10,0                | -0,333 | 2,30                   | 5,5                  | 2,0                 | 0,294  | 2,30                   |
| 5,0                  | 10,5                | -0,333 | 2,55                   | 6,0                  | 1,5                 | 0,294  | 2,04                   |
| 4,5                  | 11,0                | -0,333 | 2,81                   | 6,5                  | 1,0                 | 0,294  | 1,79                   |
| 4,0                  | 11,5                | -0,333 | 3,06                   | 7,0                  | 0,5                 | 0,294  | 1,53                   |
| 3,0                  | 12,0                | -0,313 | 3,57                   | 7,0                  | 0,0                 | 0,375  | 1,53                   |

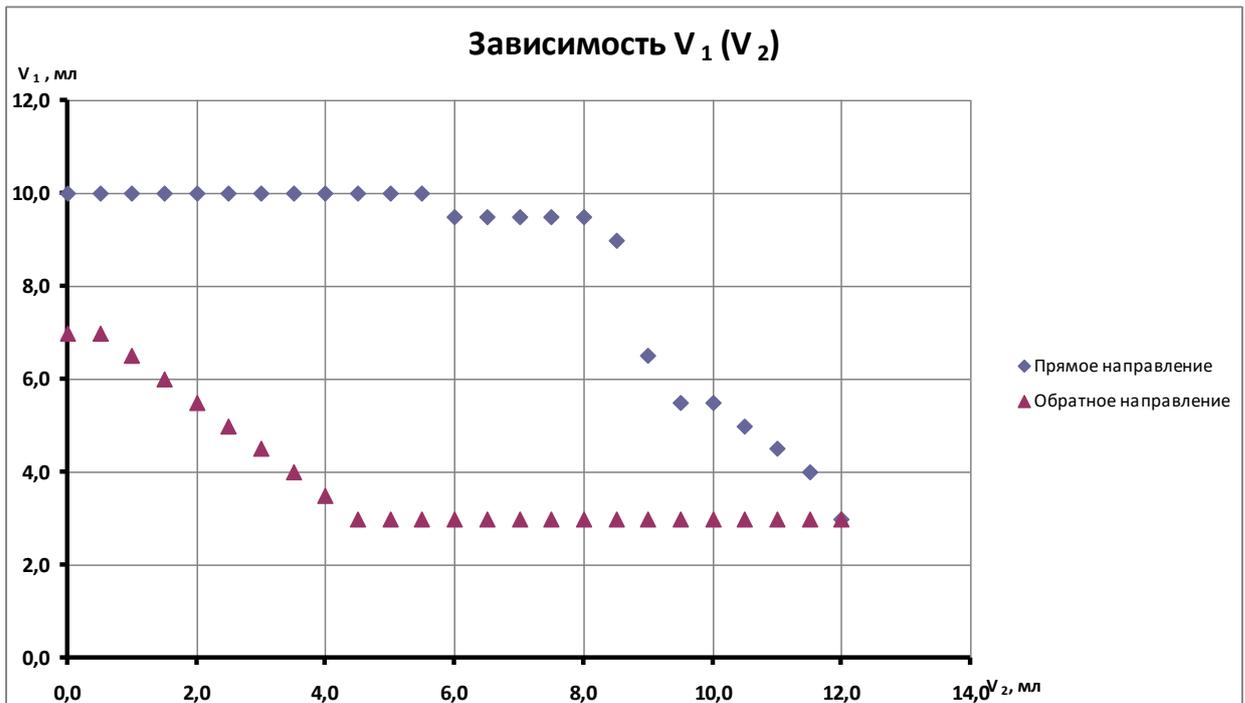
По этим данным не сложно рассчитать разность давлений атмосферного и внутри поршня по формуле

$$P - P_A = \frac{P_A(V_0 + V')}{V_1 + V} - P_A. \quad (1)$$

Здесь -  $V'$  - внутренний объём соединительной трубки, который примерно равен 1 мл.

В таблице показаны результаты проведенных расчетов в столбцах  $\frac{\Delta P}{P_A}$ .

На рисунке 1 показан график зависимости  $V_2(V_1)$ .



А теперь построим график зависимости смещения поршня в первом шприце от разности давлений, действующих на него (рис. 2)

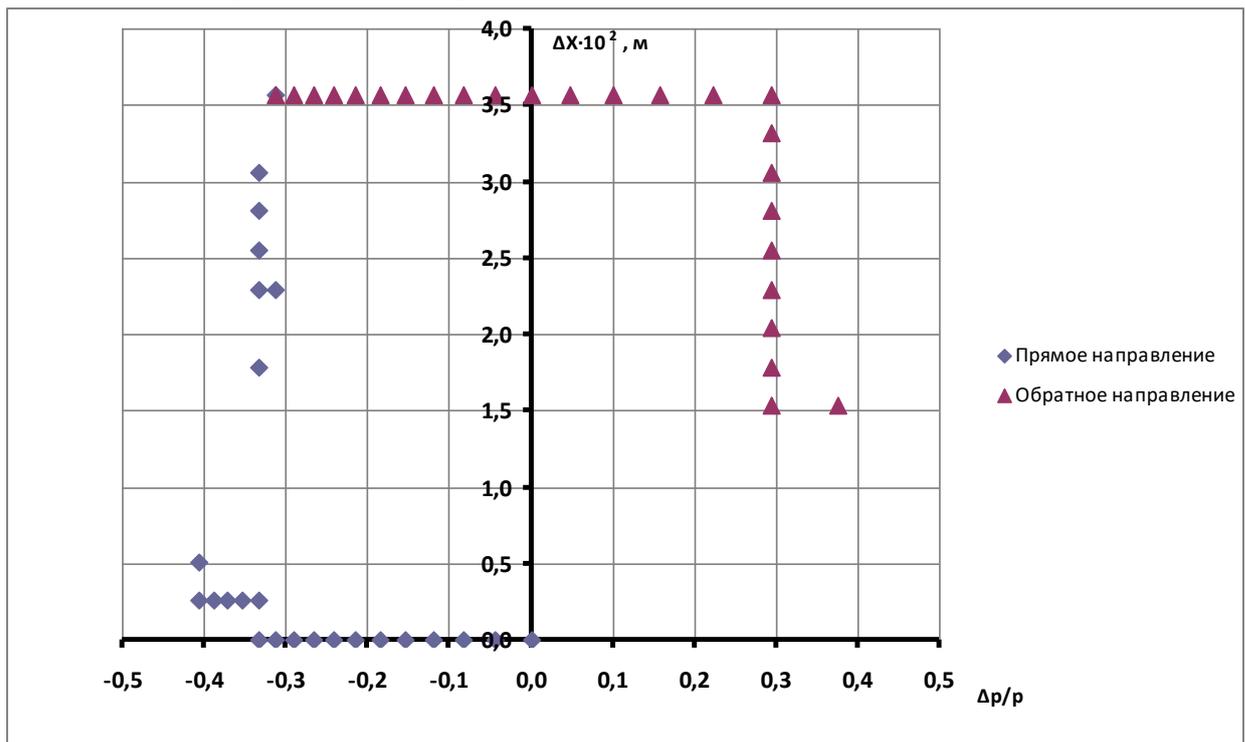


Рис. 2

На этом графике видно, смещения поршня происходят до тех пор, пока разность давлений превышает величину примерно равную  $0,32P_A$ . Измерив площадь поршня и атмосферное давление можно найти силу трения, останавливающую поршень

$$F_{mp} = 0,32SP_A \approx 6,4H. \quad (2)$$

Аналогичные результаты получаются и для начального объема 8,0 мл. Результаты этих измерений и их последующей обработки представлены в таблице 2 и на графиках 3,4.

Таблица 2.

| Начальный объём 8мл |                     |        |                        |                      |                     |        |                        |
|---------------------|---------------------|--------|------------------------|----------------------|---------------------|--------|------------------------|
| Прямое направление  |                     |        |                        | Обратное направление |                     |        |                        |
| V <sub>1</sub> , мл | V <sub>2</sub> , мл | Δρ/ρ   | Δx·10 <sup>2</sup> , м | V <sub>1</sub> , мл  | V <sub>2</sub> , мл | Δρ/ρ   | Δx·10 <sup>2</sup> , м |
| 8,0                 | 0,0                 | 0,000  | 1,02                   | 2,0                  | 12,0                | -0,400 | 4,08                   |
| 8,0                 | 0,5                 | -0,053 | 1,02                   | 2,0                  | 11,5                | -0,379 | 4,08                   |
| 8,0                 | 1,0                 | -0,100 | 1,02                   | 2,0                  | 11,0                | -0,357 | 4,08                   |
| 8,0                 | 1,5                 | -0,143 | 1,02                   | 2,0                  | 10,5                | -0,333 | 4,08                   |
| 8,0                 | 2,0                 | -0,182 | 1,02                   | 2,0                  | 10,0                | -0,308 | 4,08                   |
| 8,0                 | 2,5                 | -0,217 | 1,02                   | 2,0                  | 9,5                 | -0,280 | 4,08                   |
| 8,0                 | 3,0                 | -0,250 | 1,02                   | 2,0                  | 9,0                 | -0,250 | 4,08                   |
| 8,0                 | 3,5                 | -0,280 | 1,02                   | 2,0                  | 8,5                 | -0,217 | 4,08                   |
| 8,0                 | 4,0                 | -0,308 | 1,02                   | 2,0                  | 8,0                 | -0,182 | 4,08                   |
| 8,0                 | 4,5                 | -0,333 | 1,02                   | 2,0                  | 7,5                 | -0,143 | 4,08                   |
| 8,0                 | 5,0                 | -0,357 | 1,02                   | 2,0                  | 7,0                 | -0,100 | 4,08                   |
| 8,0                 | 5,5                 | -0,379 | 1,02                   | 2,0                  | 6,5                 | -0,053 | 4,08                   |
| 6,5                 | 6,0                 | -0,333 | 1,79                   | 2,0                  | 6,0                 | 0,000  | 4,08                   |
| 6,5                 | 6,5                 | -0,357 | 1,79                   | 2,0                  | 5,5                 | 0,059  | 4,08                   |
| 5,5                 | 7,0                 | -0,333 | 2,30                   | 2,0                  | 5,0                 | 0,125  | 4,08                   |
| 5,0                 | 7,5                 | -0,333 | 2,55                   | 2,0                  | 4,5                 | 0,200  | 4,08                   |
| 4,5                 | 8,0                 | -0,333 | 2,81                   | 2,0                  | 4,0                 | 0,286  | 4,08                   |
| 4,0                 | 8,5                 | -0,333 | 3,06                   | 2,0                  | 3,5                 | 0,385  | 4,08                   |
| 3,5                 | 9,0                 | -0,333 | 3,32                   | 2,5                  | 3,0                 | 0,385  | 3,83                   |
| 3,0                 | 9,5                 | -0,333 | 3,57                   | 3,0                  | 2,5                 | 0,385  | 3,57                   |
| 3,0                 | 10,0                | -0,357 | 3,57                   | 3,5                  | 2,0                 | 0,385  | 3,32                   |
| 2,5                 | 10,5                | -0,357 | 3,83                   | 4,0                  | 1,5                 | 0,385  | 3,06                   |
| 2,5                 | 11,0                | -0,379 | 3,83                   | 4,5                  | 1,0                 | 0,385  | 2,81                   |
| 2,0                 | 11,5                | -0,379 | 4,08                   | 5,0                  | 0,5                 | 0,385  | 2,55                   |
| 2,0                 | 12,0                | -0,400 | 4,08                   | 5,5                  | 0,0                 | 0,385  | 2,30                   |

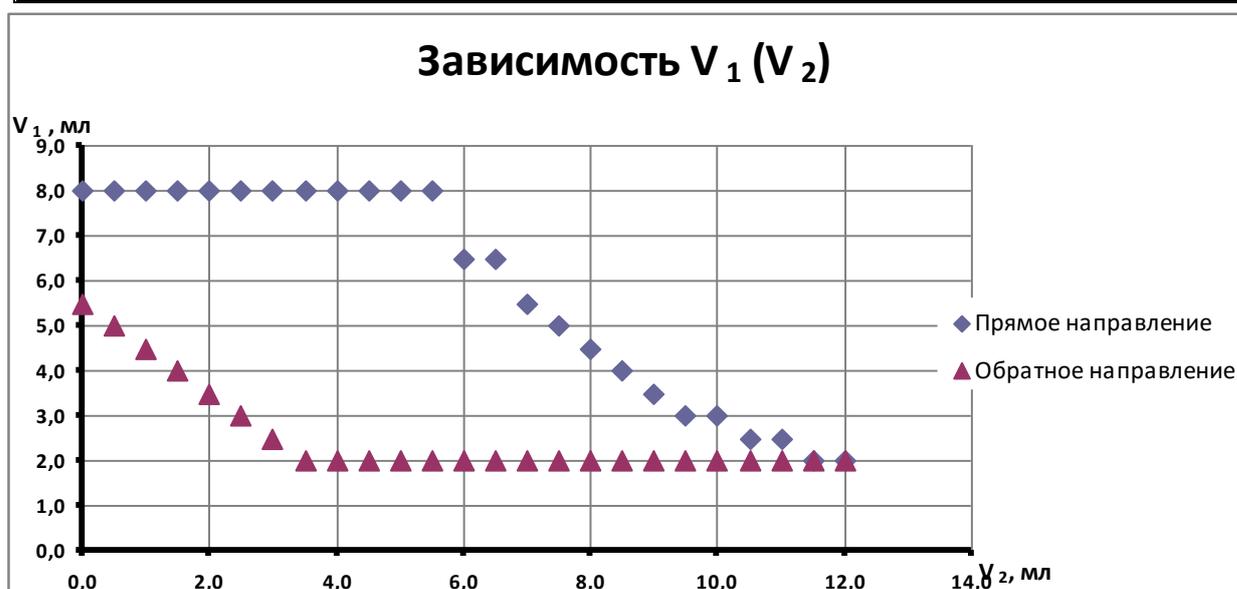


Рис. 3

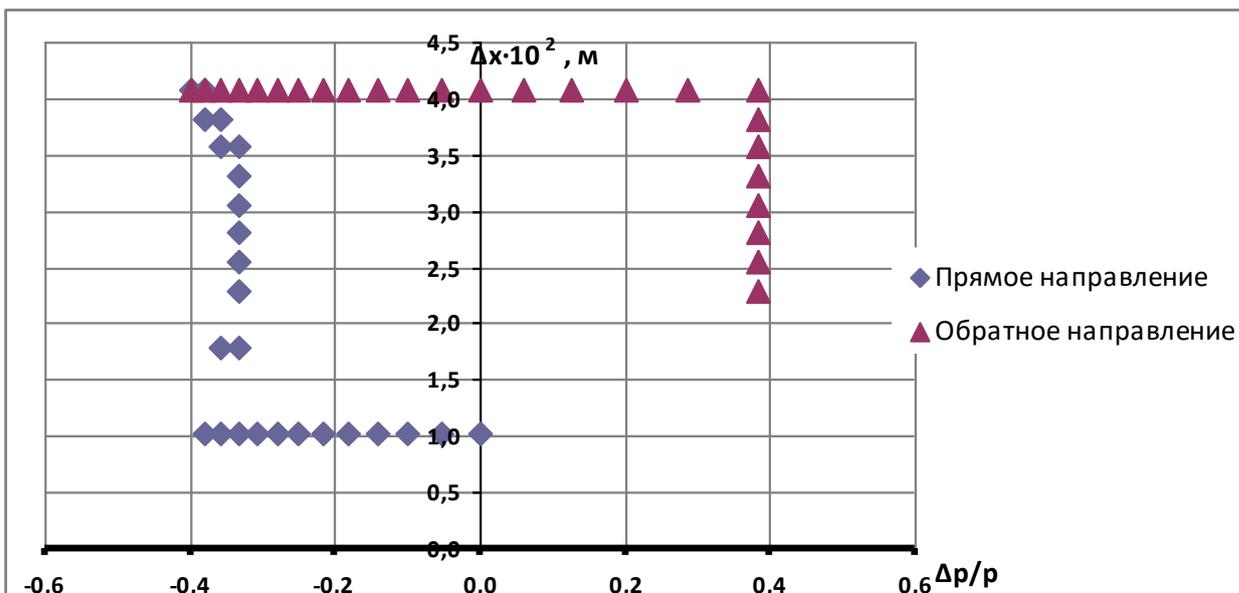
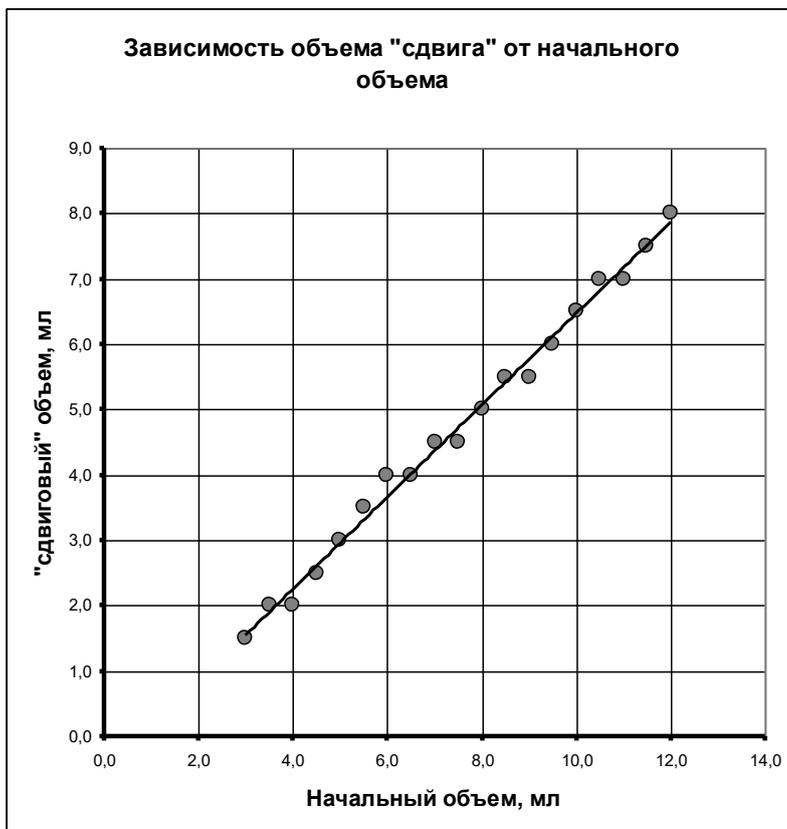


Рис. 4

В этом случае поршень останавливается при средней разности давлений примерно равной  $0,36P_A$ . Рассчитанное по этим данным значение силы трения равно  $7,0 \text{ Н}$ , что близко к полученному ранее значению.

1.6 Результаты измерений зависимости объема  $V_2$ , при котором начинается смещение поршня, от начального объема  $V_{20}$  приведены в таблице 3. На графике приведен график полученной зависимости.

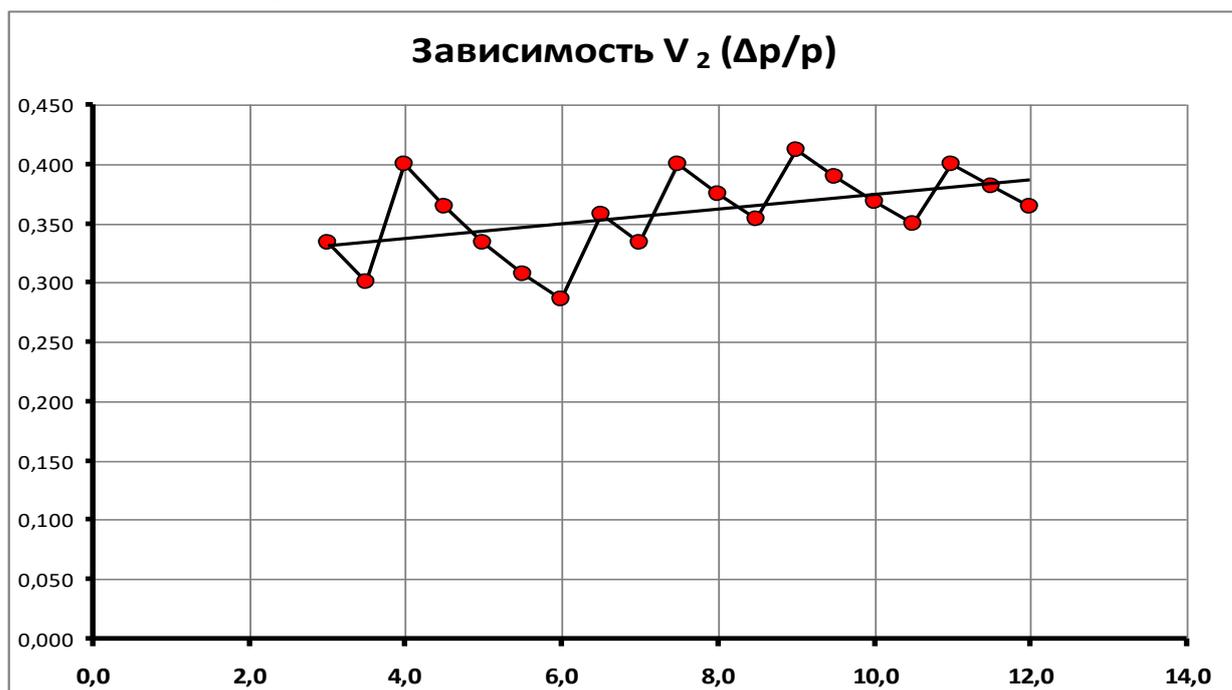
Таблица 3



| $V_{10}$ ,<br>мл | $V_{20}$ ,<br>мл | $V_2$ ,<br>мл | $\Delta p/\rho$ |
|------------------|------------------|---------------|-----------------|
| 2,0              | 12,0             | 8,0           | 0,364           |
| 2,0              | 11,5             | 7,5           | 0,381           |

|     |      |     |       |
|-----|------|-----|-------|
| 2,0 | 11,0 | 7,0 | 0,400 |
| 2,0 | 10,5 | 7,0 | 0,350 |
| 2,0 | 10,0 | 6,5 | 0,368 |
| 2,0 | 9,5  | 6,0 | 0,389 |
| 2,0 | 9,0  | 5,5 | 0,412 |
| 2,0 | 8,5  | 5,5 | 0,353 |
| 2,0 | 8,0  | 5,0 | 0,375 |
| 2,0 | 7,5  | 4,5 | 0,400 |
| 2,0 | 7,0  | 4,5 | 0,333 |
| 2,0 | 6,5  | 4,0 | 0,357 |
| 2,0 | 6,0  | 4,0 | 0,286 |
| 2,0 | 5,5  | 3,5 | 0,308 |
| 2,0 | 5,0  | 3,0 | 0,333 |
| 2,0 | 4,5  | 2,5 | 0,364 |
| 2,0 | 4,0  | 2,0 | 0,400 |
| 2,0 | 3,5  | 2,0 | 0,300 |
| 2,0 | 3,0  | 1,5 | 0,333 |

«Извлечь» из данной зависимости силу трения можно различными способами. Например, построить зависимость разности давлений, при котором происходит смещение, от начального объема (рис. 5).



Как видно из графика рассчитанная разность давлений практически остается постоянной, со средним значением равным 0,36Р<sub>А</sub>. Рассчитанное по этим данным значение силы трения равно 7,0 Н, что совпадает к полученным ранее значениям.

## Часть 2.

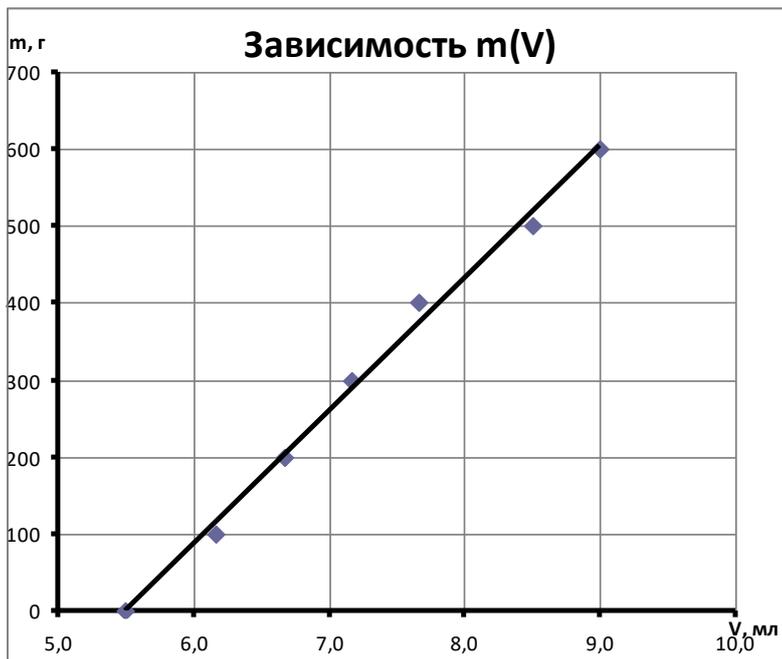
**Основная идея – компенсировать значительную силу трения избыточным начальным давлением!**

Верхний шприц устанавливается в положении 10 мл, спичка просовывается в верхнее отверстие. Нижний шприц устанавливается на 2 мл. Шприцы соединяется трубкой.

После этого верхний шприц сжимается до упора в спичку. Измеряется  $V$  - показания нижнего шприца, и  $m$  - масса подвешенного груза.

Результаты измерений – в Таблице 4, градуировочный график, полученный усреднением по трем сериям измерений, приведен на рисунке. С его помощью можно проводить измерения масс грузов.

Таблица 4.



| $m$ ,<br>г | $V$ ,<br>мл | $V$ ,<br>мл | $V$ ,<br>мл | $\langle V \rangle$ ,<br>мл |
|------------|-------------|-------------|-------------|-----------------------------|
| 0          | 5,5         | 5,5         | 5,5         | 5,5                         |
| 100        | 6,0         | 6,5         | 6,0         | 6,2                         |
| 200        | 6,5         | 7,0         | 6,5         | 6,7                         |
| 300        | 7,0         | 7,5         | 7,0         | 7,2                         |
| 400        | 7,5         | 8,0         | 7,5         | 7,7                         |
| 500        | 8,5         | 8,5         | 8,5         | 8,5                         |
| 600        | 9,0         | 9,0         | 9,0         | 9,0                         |

## Задача 11-1 Двойной маятник.

### Часть 1. Теоретическая.

1.1 Покажем, что приведенная в условии подсказка «работает».

На рис. изображены силы, действующие на небольшое тело, подвешенное на нити и вращающееся по горизонтальной окружности с постоянной угловой скоростью  $\omega$ . Запишем уравнения второго закона Ньютона для данного тела в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси:

$$\begin{cases} m\omega^2 l \sin \alpha = N \sin \alpha \\ mg = N \cos \alpha \end{cases} \quad (1)$$

Из этих уравнений следует, что угловая скорость такого устойчивого вращения равна

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}}. \quad (2)$$

При малых отклонениях  $\cos \alpha \approx 1$ , поэтому период вращения оказывается равным

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (3)$$

Что совпадает с периодом колебаний математического маятника.

Аналогично рассмотрим движение двойного маятника, рассматриваемого в данной задаче. Найдем при каких частотах вращения грузы могут вращаться по горизонтальным окружностям. На рис. изображены силы, действующие на грузы двойного маятника. Уравнения второго закона Ньютона для первого (верхнего) и второго грузов в данном случае имеют вид:

$$\begin{cases} m\omega^2 l \sin \alpha_1 = N_1 \sin \alpha_1 - N_2 \sin \alpha_2 \\ mg = N_1 \cos \alpha_1 - N_2 \cos \alpha_2 \\ m\omega^2 (l \sin \alpha_1 + l \sin \alpha_2) = N_2 \sin \alpha_2 \\ mg = N_2 \cos \alpha_2 \end{cases} \quad (4)$$

Считая углы отклонения малыми, положим  $\cos \alpha_1 \approx 1$ ,  $\cos \alpha_2 \approx 1$ ,  $\sin \alpha_1 \approx \alpha_1$ ,  $\sin \alpha_2 \approx \alpha_2$ . В этом приближении следует, что

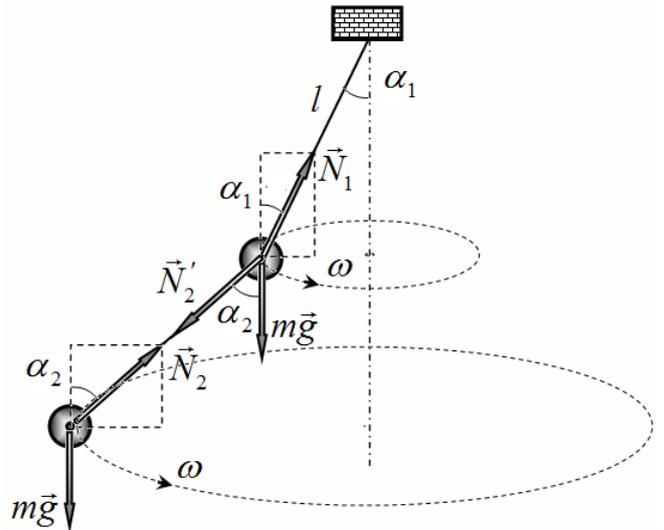
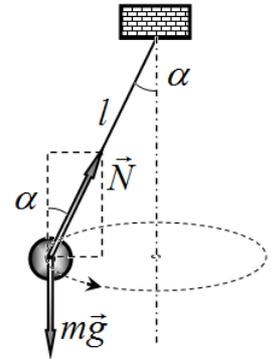
$$\begin{aligned} N_2 &= mg \\ N_1 &= 2mg \end{aligned}$$

Избавляясь от сил натяжения нитей, получим систему уравнений

$$\begin{cases} m\omega^2 l \alpha_1 = 2mg \alpha_1 - mg \alpha_2 \\ m\omega^2 l (\alpha_1 + \alpha_2) = mg \alpha_2 \end{cases}, \quad (5)$$

Для упрощения дальнейшего анализа обозначим круговую частоту одинарного маятника

$\omega_0^2 = \frac{g}{l}$  и перепишем систему в виде



$$\begin{cases} \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \alpha_1 = 2\alpha_1 - \alpha_2 \\ \frac{\omega^2}{\omega_0^2} (\alpha_1 + \alpha_2) = \alpha_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(2 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) \alpha_1 - \alpha_2 = 0 \\ \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \alpha_1 - \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right) \alpha_2 = 0 \end{cases} . \quad (6)$$

Полученная система является необычной, по крайней мере, для школьников. Во-первых, она имеет очевидное решение  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ , которое интереса не представляет; во-вторых, из каждого из этих уравнений можно выразить только отношение углов отклонений:

- из первого:  $\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = 2 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ .

- из второго  $\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^{-1}$ .

Чтобы система уравнений (6) была совместна, эти отношения должны быть равны, что возможно при выполнении условия

$$2 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^{-1} . \quad (7)$$

Это выражение представляет собой квадратное уравнение относительно величины  $\frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ ,

решением которого являются

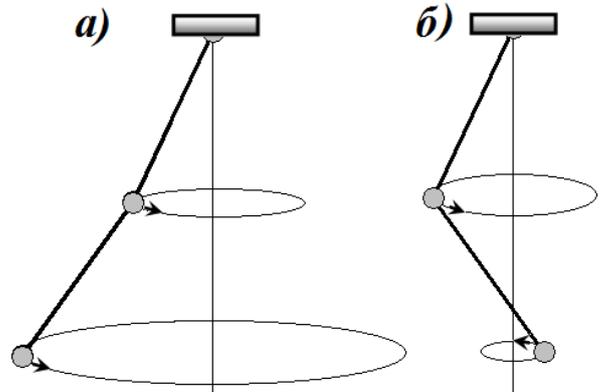
$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 2 \pm \sqrt{2} \quad (8)$$

Полученный результат означает, что устойчивое вращение в горизонтальных плоскостях возможно только при этих частотах вращения! Причем каждому из этих значений соответствует строго определенное отношение углов отклонений.

При  $\omega_1 = \omega_0 \sqrt{2 - \sqrt{2}}$  оно равно  $\alpha_2 = \alpha_1 \sqrt{2}$ .

В этом случае отклонения нитей направлены в одну сторону – симметричное вращение. (рис. а).

При  $\omega_2 = \omega_0 \sqrt{2 + \sqrt{2}}$  отношение углов равно  $\alpha_2 = -\alpha_1 \sqrt{2}$ , то есть нити отклонены в противоположные стороны – антисимметричное вращение (рис б).



Аналогичными будут и характеристики движения двойного маятника: возможны два типа собственных колебаний (их еще называют модами колебаний).

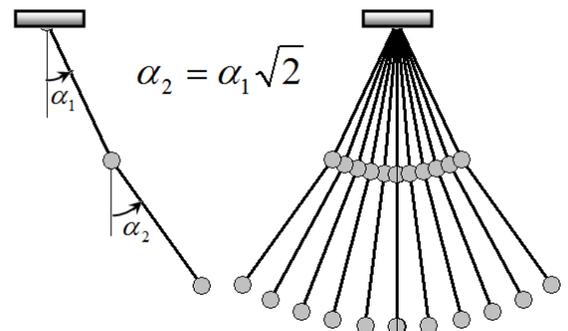
Первый тип – симметричные колебания (рис. )

Их частота определяется формулой

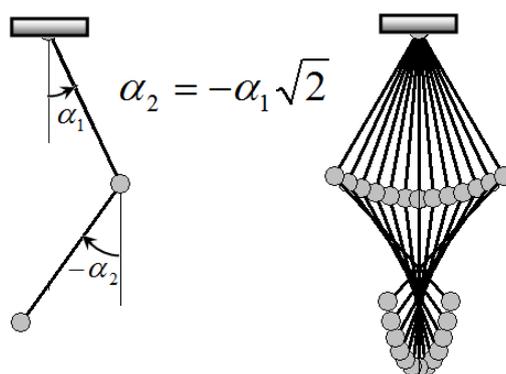
$\omega_1 = \omega_0 \sqrt{2 - \sqrt{2}}$ , при этом отношение амплитуд

колебаний равно  $\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \sqrt{2}$ , отклонения

направлены в одну сторону.



Второй тип – антисимметричные колебания с большой частотой  $\omega_2 = \omega_0 \sqrt{2 + \sqrt{2}}$  и отклонением нитей в противоположные стороны с тем же отношением амплитуд  $\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = -\sqrt{2}$ . Вид этих колебаний показан на рис.

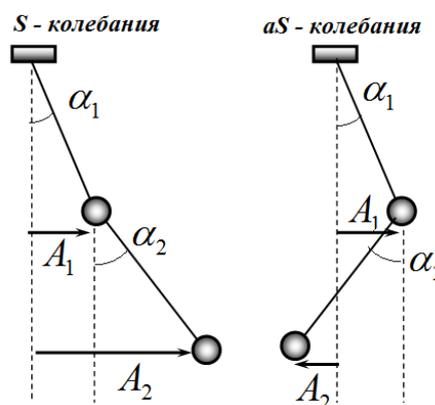


Отношение частот этих колебаний равно

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}} = 1 + \sqrt{2}. \quad (9)$$

## Часть 2. Экспериментальная.

2.1 Результаты измерений зависимости амплитуды колебаний  $A_1$  (верхнего маятника) и  $A_2$  (нижнего маятника) от длины тяжелого маятника  $l$  приведены в Таблице 1. Отметим, что значения амплитуд приведены в миллиметрах, измеренных по соответствующим линейкам. На рисунке показаны, какие отклонения измерялись при симметричных (S) и антисимметричных (aS) колебаниях. При малых углах эти величины пропорциональны углам отклонений, поэтому отношения амплитуд не зависят от единиц измерения.



Укажем необходимые моменты методики проведения измерений.

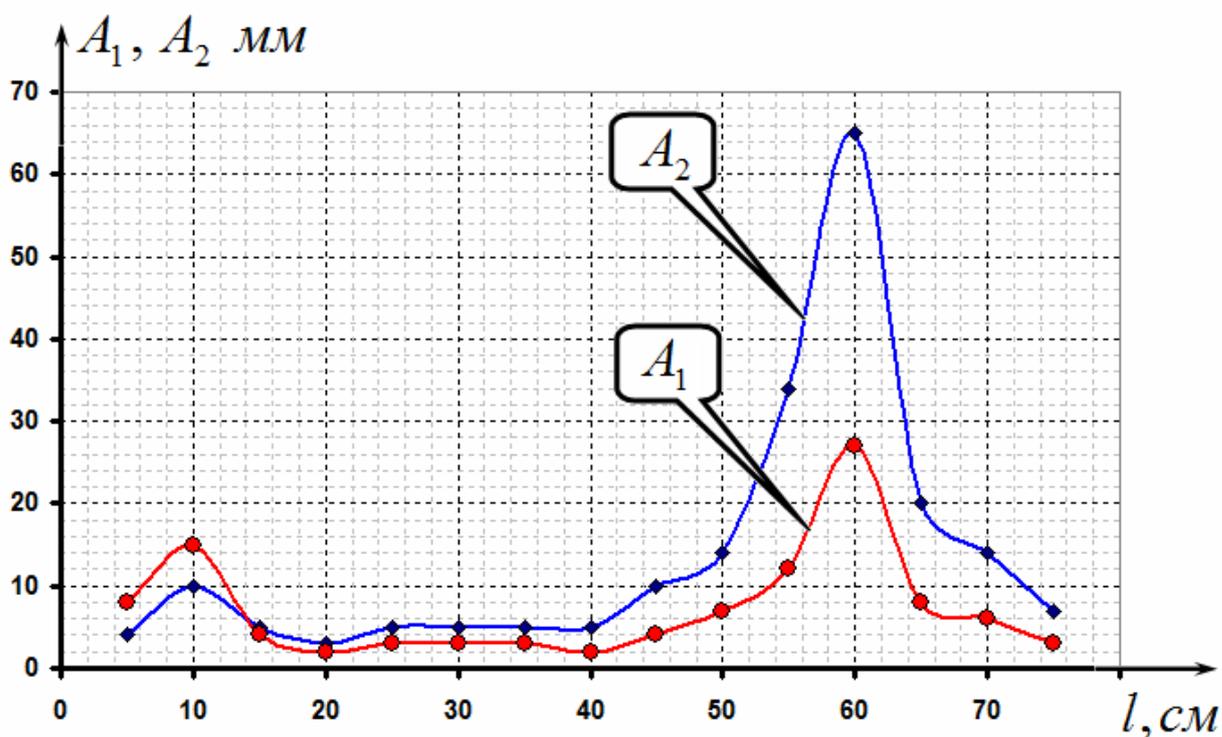
При фиксировании значений амплитуд  $A_1$  и  $A_2$  необходимо дождаться, когда энергия, поступающая извне, сравняется с энергией потерь (увеличение отклонения грузиков прекращается). При резонансных частотах это время  $\Delta t$  составляет несколько секунд.

Для достижения притока постоянной энергии со стороны внешнего воздействия на систему, необходимо следить, чтобы массивный грузик отклонялся на одинаковую высоту  $\Delta h = 1 \text{ см}$ . Таким образом, для чистоты эксперимента необходимо контролировать не амплитуду отклонения маятника переменной длины, а высоту его поднятия!

Таблица 1.

|                  |    |    |    |    |    |    |    |    |
|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| $l, \text{см}$   | 75 | 70 | 65 | 60 | 55 | 50 | 45 | 40 |
| $A_2, \text{мм}$ | 7  | 14 | 20 | 65 | 34 | 14 | 10 | 5  |
| $A_1, \text{мм}$ | 3  | 6  | 8  | 27 | 12 | 7  | 4  | 2  |
| $l, \text{см}$   | 35 | 30 | 25 | 20 | 15 | 10 | 5  |    |
| $A_2, \text{мм}$ | 5  | 5  | 5  | 3  | 5  | 10 | 4  |    |
| $A_1, \text{мм}$ | 3  | 3  | 3  | 2  | 4  | 15 | 8  |    |

Графики полученной зависимости показаны на следующем рисунке.



Полученные зависимости наглядно показывают наличие двух резонансов. Для уточнения положения максимумов и их значений следует провести дополнительные измерения в области обнаруженных максимумов. Результаты этих измерений приведены в Таблицах 2 и 3.

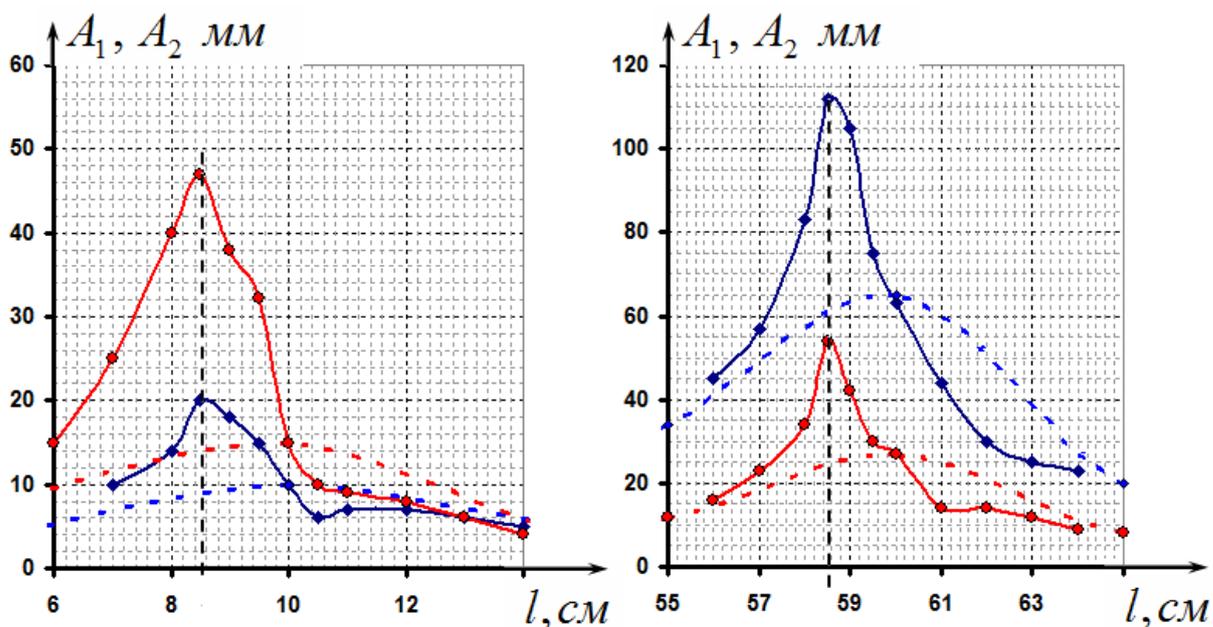
Таблица 2.

|                  |    |    |    |    |    |      |     |      |    |    |    |
|------------------|----|----|----|----|----|------|-----|------|----|----|----|
| $l, \text{см}$   | 64 | 63 | 62 | 61 | 60 | 59,5 | 59  | 58,5 | 58 | 57 | 56 |
| $A_2, \text{мм}$ | 23 | 25 | 30 | 44 | 63 | 75   | 105 | 112  | 83 | 57 | 45 |
| $A_1, \text{мм}$ | 9  | 12 | 14 | 14 | 27 | 30   | 42  | 54   | 34 | 23 | 16 |

Таблица 3.

|                  |    |    |    |    |      |    |      |    |     |    |    |    |
|------------------|----|----|----|----|------|----|------|----|-----|----|----|----|
| $l, \text{см}$   | 14 | 13 | 12 | 11 | 10,5 | 10 | 9,5  | 9  | 8,5 | 8  | 7  | 6  |
| $A_2, \text{мм}$ | 5  | 6  | 7  | 7  | 6    | 10 | 15   | 18 | 20  | 14 | 10 | 8  |
| $A_1, \text{мм}$ | 4  | 6  | 8  | 9  | 10   | 15 | 32,3 | 38 | 47  | 40 | 25 | 15 |

Графики этих уточненных зависимостей показаны на рисунках. Для сравнения показаны участки, построенные по данным таблицы 1.



По этим данным можно определить, что резонанс для симметричных колебаний наступает при длине тяжелого маятника (являющегося источником вынуждающей силы) равном  $l_s = 58,6 \text{ см}$ , а для антисимметричных колебаний при  $l_{as} = 8,5 \text{ см}$ . Частоты этих колебаний можно рассчитать по известной формуле для математического маятника

$$\omega_s = \sqrt{\frac{g}{l_s}} = \sqrt{\frac{9,8}{0,586}} \approx 4,1 \text{ с}^{-1} \quad (10)$$

$$\omega_{as} = \sqrt{\frac{g}{l_{as}}} = \sqrt{\frac{9,8}{0,085}} \approx 10,7 \text{ с}^{-1}$$

Отношение этих частот приблизительно равно

$$\frac{\omega_{as}}{\omega_s} \approx 2,6, \quad (11)$$

что достаточно близко к теоретическому значению

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = 1 + \sqrt{2} \approx 2,4. \quad (12)$$

Для анализа отношения амплитуд следует перейти от измеренных линейных отклонений грузов к углам отклонения нитей.

Для симметричных колебаний отношение углов отклонений (считая их малыми) рассчитывается по формуле

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{A_2 - A_1}{A_1} = \frac{112 - 54}{54} \approx 1,1. \quad (13)$$

Для антисимметричных колебаний это отношение рассчитывается по другой формуле

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{A_2 + A_1}{A_1} = \frac{47 + 20}{47} \approx 1,4. \quad (14)$$

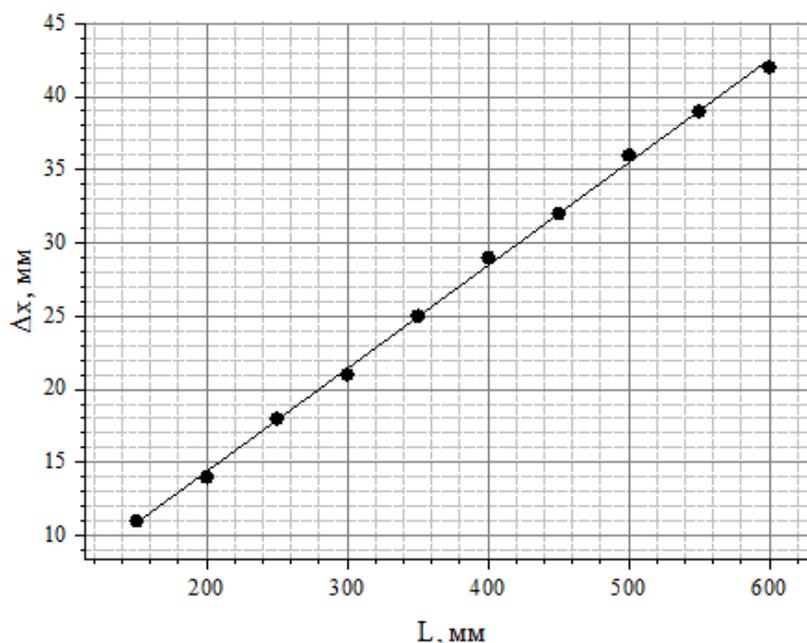
В теоретических расчетах ранее мы получили, что это отношение в обоих случаях должно быть равно  $\sqrt{2} \approx 1,4$ . Учитывая сложность проведения эксперимента, особенно в измерении отклонений соответствие между расчетными и измеренными данными можно признать вполне удовлетворительным.

## Задача 11-2 Оптический коллаж.

### Часть 1. Определение длины волны.

#### 1.1 Результаты измерений в таблице и на графике

| $N$ | $L, \text{мм}$ | $\Delta x, \text{мм}$ |
|-----|----------------|-----------------------|
| 1   | 600            | 42                    |
| 2   | 550            | 39                    |
| 3   | 500            | 36                    |
| 4   | 450            | 32                    |
| 5   | 400            | 29                    |
| 6   | 350            | 25                    |
| 7   | 300            | 21                    |
| 8   | 250            | 18                    |
| 9   | 200            | 14                    |
| 10  | 150            | 11                    |

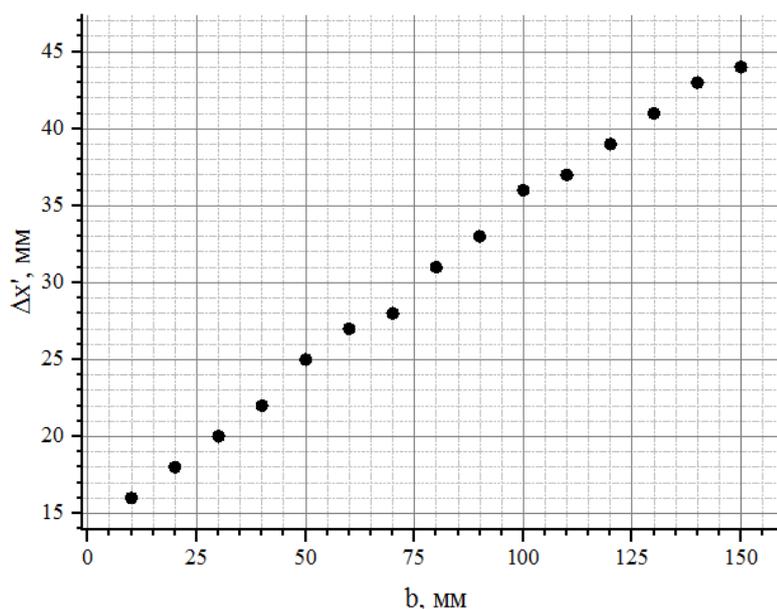


Так как  $d \frac{\Delta x}{L} = \lambda$ , то коэффициент наклона равен  $\frac{\lambda}{d}$ . Нетрудно с помощью МНК определить коэффициент наклона **0.070**, а значит  $\lambda = 0.70 \text{ мкм}$ .

### Часть 2. Фокусное расстояние линзы.

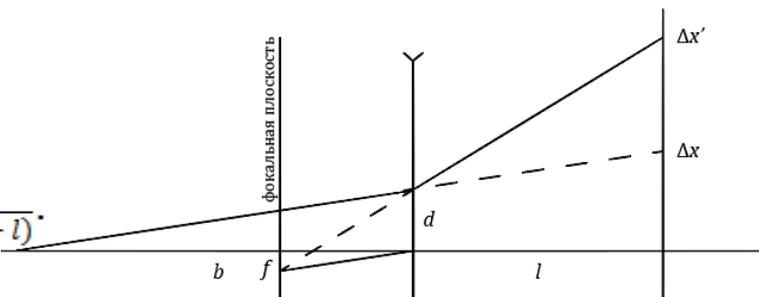
2.1 Измерьте зависимость расстояния между первыми максимумами на экране  $x$  от расстояния  $b$  между решеткой и линзой. Постройте график полученной зависимости. Результаты измерений в таблице и на графике. Измерения проведены при  $l$  равным 20 см

| $N$ | $b, \text{мм}$ | $\Delta x', (b)$ |
|-----|----------------|------------------|
| 1   | 150            | 44               |
| 2   | 140            | 43               |
| 3   | 130            | 41               |
| 4   | 120            | 39               |
| 5   | 110            | 37               |
| 6   | 100            | 36               |
| 7   | 90             | 33               |
| 8   | 80             | 31               |
| 9   | 70             | 28               |
| 10  | 60             | 27               |
| 11  | 50             | 25               |
| 12  | 40             | 22               |
| 13  | 30             | 20               |
| 14  | 20             | 18               |
| 15  | 10             | 16               |
| 16  | 0              | 14               |



Вывод формулы для расчета фокусного расстояния.  
 На рисунке показан ход луча через рассеивающую линзу.  
 Из рисунка можно получить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d}{b} = \frac{\Delta x}{b+l} \\ \frac{d}{b(b+f)} = f \frac{\Delta x' - d}{l} \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta x'}{\Delta x} = 1 + \frac{bl}{f(b+l)}$$



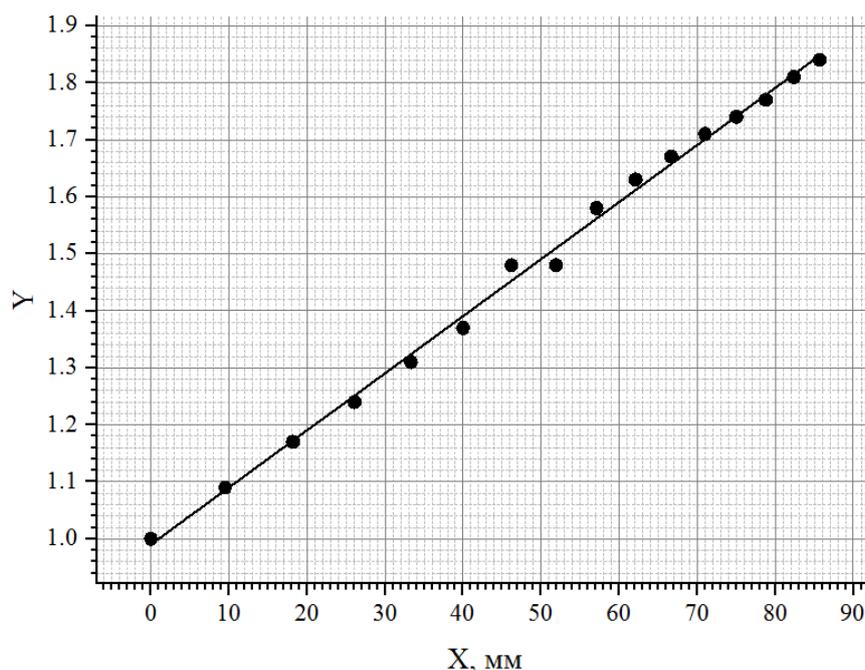
Произведем линейаризацию полученной ранее зависимости. Так как

$$\Delta x = \frac{\lambda(b+l)}{d}, \text{ то } \frac{d \Delta x'}{\lambda(b+l)} = 1 + \frac{bl}{f(b+l)}$$

$$\text{Произведем замену } X = \frac{bl}{(b+l)}, Y = \frac{d \Delta x'}{\lambda(b+l)}$$

Для зависимости  $Y(X)$  коэффициент наклона будет равен  $f^{-1}$ . Результаты расчетов и линейаризованный график – на рисунке.

| N  | Y    | X, мм |
|----|------|-------|
| 1  | 1.84 | 85.7  |
| 2  | 1.81 | 82.4  |
| 3  | 1.77 | 78.8  |
| 4  | 1.74 | 75.0  |
| 5  | 1.71 | 71.0  |
| 6  | 1.67 | 66.7  |
| 7  | 1.63 | 62.1  |
| 8  | 1.58 | 57.1  |
| 9  | 1.48 | 51.9  |
| 10 | 1.48 | 46.2  |
| 11 | 1.37 | 40.0  |
| 12 | 1.31 | 33.3  |
| 13 | 1.24 | 26.1  |
| 14 | 1.17 | 18.2  |
| 15 | 1.09 | 9.5   |
| 15 | 1.00 | 0.0   |



По МНК получаем

коэффициент наклона **0.010**, следовательно фокусное расстояние  **$f = 10$  см**.

### Часть 3. Наклонное падение света на решетку.

Не сложно показать, что условие максимума дифракции при наклонном падении на решетку имеет вид

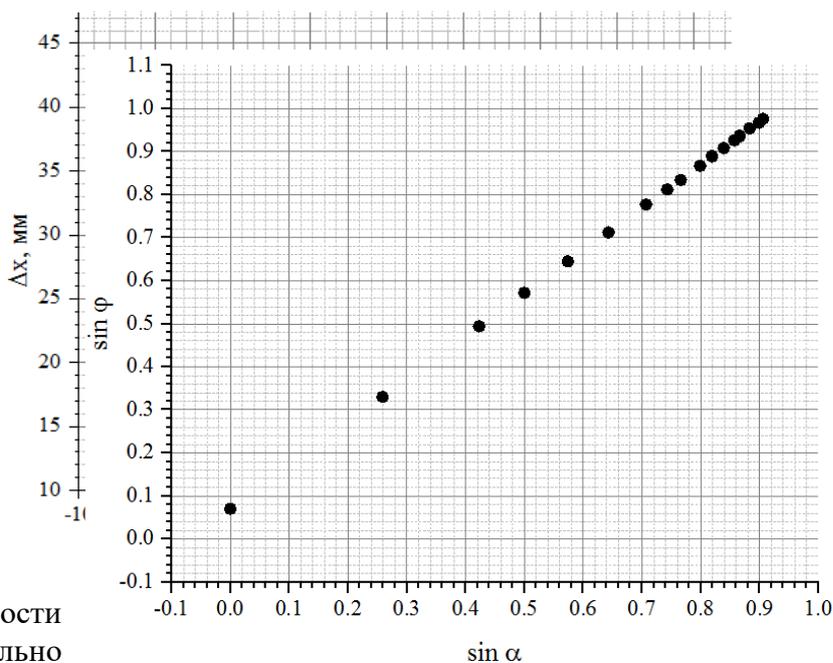
$$d(\sin \varphi - \sin \alpha) = m\lambda$$

Таким образом, синус угла дифракции первого порядка, отсчитываемый от нормали к решетке, связан с углом падения соотношением

$$\sin \varphi = \sin \alpha \pm \frac{\lambda}{d}$$

Т.е. линейно связан с синусом угла падения, причем коэффициент наклона равен 1. В следующей таблице приведен график зависимости смещения луча первого максимума от угла поворота дифракционной решетки. Рядом приведен график полученной зависимости (этот график не обязателен). Измерения проведены при  $L = 20 \text{ см}$

| $N$ | $\alpha, ^\circ$ | $\Delta x$ |
|-----|------------------|------------|
| 1   | 0                | 14         |
| 2   | 15               | 15         |
| 3   | 25               | 16         |
| 4   | 30               | 17         |
| 5   | 35               | 18         |
| 6   | 40               | 19         |
| 7   | 45               | 21         |
| 8   | 48               | 22         |
| 9   | 50               | 23         |
| 10  | 45               | 21         |
| 11  | 48               | 22         |
| 12  | 50               | 23         |
| 13  | 53               | 25         |
| 14  | 55               | 27         |
| 15  | 57               | 29         |
| 16  | 59               | 31         |
| 17  | 60               | 33         |
| 18  | 62               | 37         |
| 19  | 64               | 40         |
| 20  | 65               | 44         |



По этим данным можно построить график зависимости  $\sin \varphi$  от  $\sin \alpha$  (предварительно надо рассчитать синусы углов дифракции). Этот график приведен на рисунке. Полученная зависимость является практически линейной. Ее параметры рассчитаны по МНК. Коэффициент наклона равен 0,996 (что в пределах погрешности совпадает с 1), а величина сдвига равна 0,072, что очень близко к теоретическому значению  $\frac{\lambda}{d} = \frac{0,7 \cdot 10^6}{0,01 \cdot 10^{-3}} = 0,07$ .

Таким образом, экспериментально формула полностью подтверждается!