



Республиканская физическая олимпиада 2024 года (Заключительный этап)

Экспериментальный тур

Решения задач 9 класс (для жюри)

Уважаемые члены жюри!

Задачи, предложенные школьникам для решения на олимпиаде, не стандартные и достаточно сложные. Предложенные здесь варианты путей решений не являются единственно возможными. Участники олимпиады могут предложить свои способы решения. Если эти способы приводят к правильным ответам и физически обоснованы, то задача (или ее отдельные пункты) должны оцениваться максимальными баллами.

Не забывайте, что Вы должны оценивать не только конечные ответы, но и отдельные правильные шаги в ходе решения!



Не жалейте баллов (если, конечно, есть за что!) для наших замечательных школьников!

Задание 1. Зона застоя. (Решение)

Часть 1. Чисто теоретическая

1.1 Так как удлинения пружин, когда шайба находится в положении равновесия, равны Δl_1 и Δl_2 . Тогда при смещении шайбы на величину x удлинения пружин станут равными

$$\begin{aligned} \Delta L_1 &= \Delta l_1 + x \\ \Delta L_2 &= \Delta l_2 - x \end{aligned} \quad (1)$$

Следовательно, суммарная проекция силы упругости будет равна

$$\begin{aligned} F_x &= F_2 - F_1 = k_2(\Delta l_2 - x) - k_1(\Delta l_1 + x) = \\ &= (k_2\Delta l_2 - k_1\Delta l_1) - (k_2 + k_1)x \end{aligned} \quad (2)$$

Первое слагаемое в этом выражении равно нулю, как условие равновесия при $x = 0$. Поэтому окончательно получаем, что

$$F_x = -(k_2 + k_1)x. \quad (3)$$

что совпадает с формулой, приведенной в условии.

1.2 Из формулы (3) следует, что жесткость установки равна

$k = k_2 + k_1.$	(4)
------------------	-----

1.3 Запишем выражение для изменения потенциальной энергии двух пружин и преобразуем его:

$$\begin{aligned} \Delta U &= \frac{k_1(\Delta l_1 + x)^2}{2} - \frac{k_1(\Delta l_1)^2}{2} + \frac{k_2(\Delta l_2 - x)^2}{2} - \frac{k_2(\Delta l_2)^2}{2} = \\ &= k_1\Delta l_1 \cdot x + \frac{k_1x^2}{2} - k_2\Delta l_2 \cdot x + \frac{k_2x^2}{2} = \\ &= (k_1\Delta l_1 - k_2\Delta l_2)x + \frac{(k_1 + k_2)x^2}{2} \end{aligned} \quad (5)$$

Первое слагаемое равно опять обращается в нуль (условие равновесия!), поэтому окончательно получаем

$$\Delta U = \frac{(k_1 + k_2)x^2}{2} = \frac{kx^2}{2}, \quad (6)$$

что и требовалось доказать.

1.4 На границах зоны застоя (при $x = \pm h$) максимально возможная сила трения покоя уравнивает силу упругости, поэтому

$$\mu mg = kh, \quad (7)$$

откуда следует, что полуширина зоны застоя равна

$$h = \frac{\mu mg}{k} . \quad (8)$$

1.4 Очевидно, что функция $x_F(x_S)$ является нечетной: при изменении знака начальной координаты изменяется знак координаты точки остановки. Поэтому достаточно рассмотреть случай $x_0 > 0$. Если начальная координата x_0 лежит в зоне застоя $x_S \in [-h, +h]$, то шайба не сдвинется с места, поэтому в этой области

$$x_F = x_S \quad (9)$$

Рассмотрим случай, когда $x_S > h$.

Запишем уравнения закона сохранения энергии между начальным и конечным положением шайбы (изменение потенциальной энергии пружины равно работе силы трения):

$$\frac{kx_S^2}{2} - \frac{kx_F^2}{2} = \mu mg(x_0 - x_S). \quad (10)$$

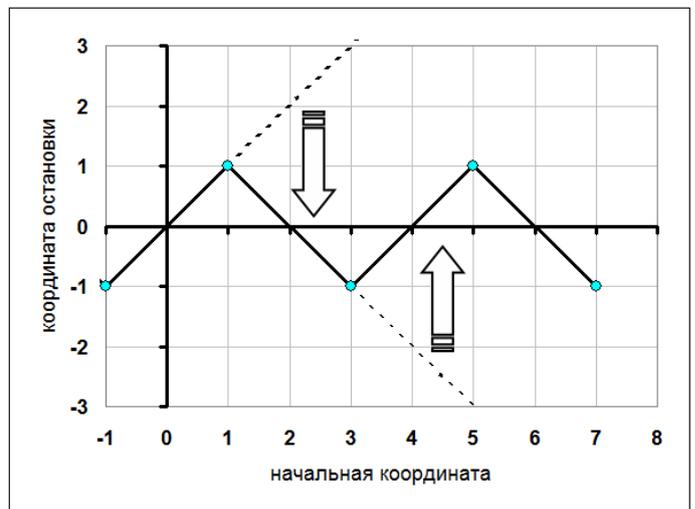
Из этого уравнения следует, что

$$x_F = 2 \frac{\mu mg}{k} - x_S = 2h - x_S. \quad (11)$$

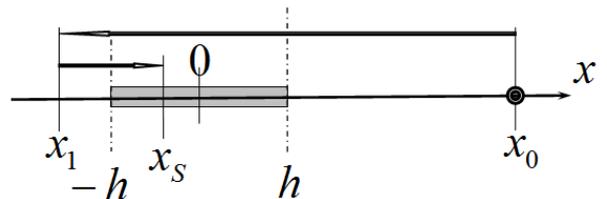
Т.е. отклонение от положения равновесия уменьшается на ширину зоны застоя $2h$. Это соотношение можно записать в виде

$$x_S - h = h - x_F. \quad (12)$$

Это выражение показывает, что точка остановки зеркально отражает начальную точку относительно границы зоны застоя. Поэтому при построении графика можно провести такое же отражение!

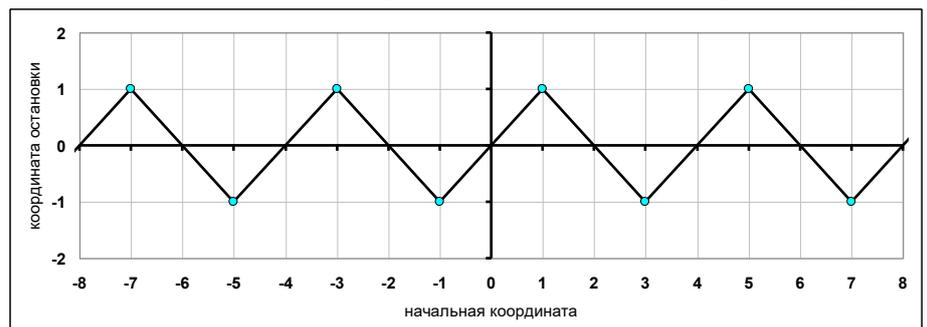


Формула (11) будет справедлива до тех пор, пока координата точки остановки не станет меньше левой границы зоны застоя $x_F > -h$, или что равносильно $x_S < 3h$.



Если начальная координата превысит это значение $x_S < 3h$, то шайба в процессе движения проскочит зону застоя и остановится в некоторой точке с координатой x_1 . После этого она начнет движение в противоположном направлении. Не повторяя проведенных рассуждений, заметим, что координата следующей остановки зеркально отразится относительно левой границы зоны застоя. Процесс будет продолжаться до тех пор, пока очередная точка остановки не окажется в зоне застоя.

Таким образом, теоретический график зависимости координаты точки окончательной



Экспериментальный тур.

остановки шайбы от ее начальной координаты представляет собой ломаную линию, показанную на рисунке. На графиках по осям отложены значения $\frac{x}{h}$.

Часть 2. Экспериментальная - подготовительная.

2.1 Масса шайба равна $m = (10,0 \pm 0,1) \text{ г}$.

Измерения параметров установки можно проводить различными способами, но во всех экспериментах непосредственно измеряются координаты центра шайбы. Поэтому приборная погрешность этих измерений может быть принята равной цене деления линейки

$$\Delta x_{\text{пр.}} = 1 \text{ мм}. \quad (13)$$

Наличие случайной ошибки может увеличить полную погрешность

Предлагается следующая последовательность проведения измерений.

Располагаем прибор горизонтально и, смещая шайбу по линейке находим границы зоны застоя (т.е. предельные положения шайбы, когда она может находиться в положении равновесия):

$$\begin{aligned} X_1 &= (144 \pm 1) \text{ мм} \\ X_2 &= (164 \pm 1) \text{ мм} \end{aligned} \quad (14)$$

Точка положения равновесия находится на середине зоны застоя, поэтому ее координата равна

$$X_0 = \frac{X_1 + X_2}{2} = (149 \pm 1) \text{ мм}. \quad (15)$$

Полуширина зоны застоя равна

$$h = \frac{X_2 - X_1}{2} = (15 \pm 1) \text{ мм}. \quad (16)$$

Располагаем прибор вертикально, измеряем смещение шайбы относительно положения равновесия $\Delta X = (225 - 149) \text{ мм} = (76 \pm 2) \text{ мм}$. Затем по формуле, следующей из условия равновесия шайбы, рассчитываем коэффициент жесткости

$$k = \frac{mg}{\Delta x} = (1,3 \pm 0,2) \frac{\text{Н}}{\text{м}}. \quad (17)$$

Примечание. Можно попытаться измерить смещения шайбы при двух вертикальных положениях. По этим измерениям найти координату точки равновесия (по формуле аналогичной (15)), а затем рассчитать коэффициент жесткости. Однако в таком эксперименте возможно, что короткая пружина полностью сожмется, что сделает второе измерение невозможным.

Коэффициент трения можно рассчитать, зная границы зоны застоя и найденное значение жесткости установки

$$\mu = \frac{k(X_2 - X_1)}{2mg} = 0,20 \pm 0,08. \quad (18)$$

Примечание. Допустимо проведение экспериментов с наклонным положением прибора.

Часть 3. Экспериментальная – зона застоя.

3.1 Результаты измерений зависимости координаты точки окончательной остановки x_S от начальной координаты x_0 приведены в Таблице 1.

Таблица 1. Результаты измерений

координаты точек (мм)							S , мм	$\Delta\tilde{U}$
X_S	X_1	X_2	X_F	x_S	x_F			
139	139	139	139	-10	-10		0	0
129	136	136	136	-20	-13		7	0,23
119	141	141	141	-30	-8		22	0,84
109	149	149	149	-40	0		40	1,60
99	160	160	160	-50	11		61	2,38
89	166	162	162	-60	13		81	3,43
79	180	157	157	-70	8		124	4,84
69	188	153	153	-80	4		154	6,38
59	195	147	147	-90	-2		184	8,10
49	205	137	137	-100	-12		224	9,86
39	213	132	132	-110	-17		255	11,81
169	163	163	163	20	14		6	0,20
179	158	158	158	30	9		21	0,82
189	151	151	151	40	2		38	1,60
199	144	144	144	50	-5		55	2,48
209	135	135	135	60	-14		74	3,40
219	123	138	138	70	-11		111	4,78
229	116	144	144	80	-5		141	6,38
239	110	153	153	90	4		172	8,08
249	100	156	156	100	7		205	9,95
259	90	164	164	110	15		243	11,88
269	86	176	163	120	14		286	14,20
279	77	180	169	130	20		316	16,50
289	65	190	156	140	7		383	19,55
299	57	200	148	150	-1		437	22,50
309	48	210	142	160	-7		491	25,55
319	39	218	134	170	-15		543	28,68

В таблице приведены:

X_S - начальная координата шайбы по шкале линейки;

X_1, X_2 - координаты промежуточных остановок (если они есть) по шкале линейки;

X_F - координата окончательной остановки по шкале линейки;

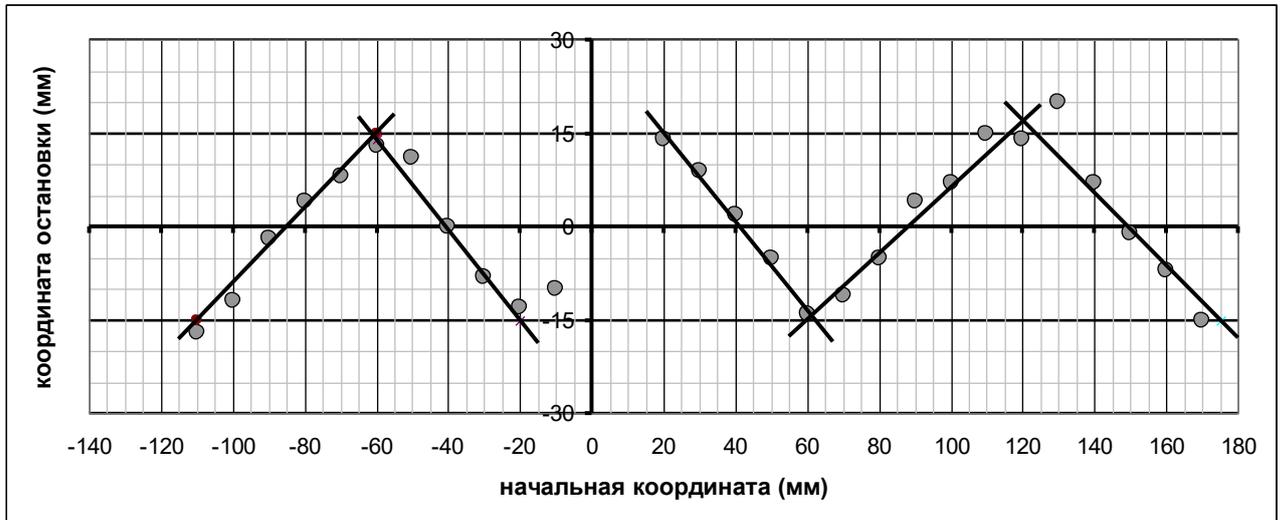
x_S, x_F - координаты начальной и конечной точек относительно положения равновесия X_0 :

$$x_{S,F} = X_{S,F} - X_0. \quad (19)$$

Экспериментальный тур.

9 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

3.2 График полученной зависимости с набором аппроксимирующих отрезков прямых показан на рисунке.



3.3 Качественно график похож на график теоретической зависимости – четко видна «зигзагообразная» линия.

Самым существенным отступлением от теоретической зависимости являются существенные отклонения «точек изломов». Теоретически они должны отстоять на ширину зоны застоя, т.е. 15 мм. На экспериментальном графике расстояния между этими точками значительно больше (превышают 20 мм, максимальное – даже 60 мм). Теоретически это расстояние равно ширине зоны застоя. Однако эксперимент не подтверждает этот вывод.

По-видимому, основной причиной таких различий является различие между коэффициентом трения покоя (именно он измерялся в описанных выше экспериментах) и коэффициентом трения скольжения, который определяет путь шайбы между двумя последовательными остановками. Обычно коэффициент трения скольжения меньше коэффициента трения покоя, что и объясняет полученные данные.

3.4 Максимальное ускорение шайба имеет при максимальном смещении от положения равновесия. В проведенных экспериментах это отклонение равно $x_{\max} = 170 \text{ мм}$, поэтому на основании второго закона Ньютона можно рассчитать:

$$a_{\max} = \frac{kx_{\max}}{m} - \mu g \approx 20 \frac{m}{c^2}, \quad (20)$$

что в два раза превышает ускорение свободного падения.

3.5 Путь, пройденный шайбой до полной остановки, можно рассчитать по формуле

$$S = \sum_i |X_i - X_{i-1}|. \quad (21)$$

где X_i - координаты последовательных остановок шайбы. Результаты таких расчетов приведены в Таблице 1.

3.6 Изменение потенциальной энергии пружин следует рассчитывать по формуле

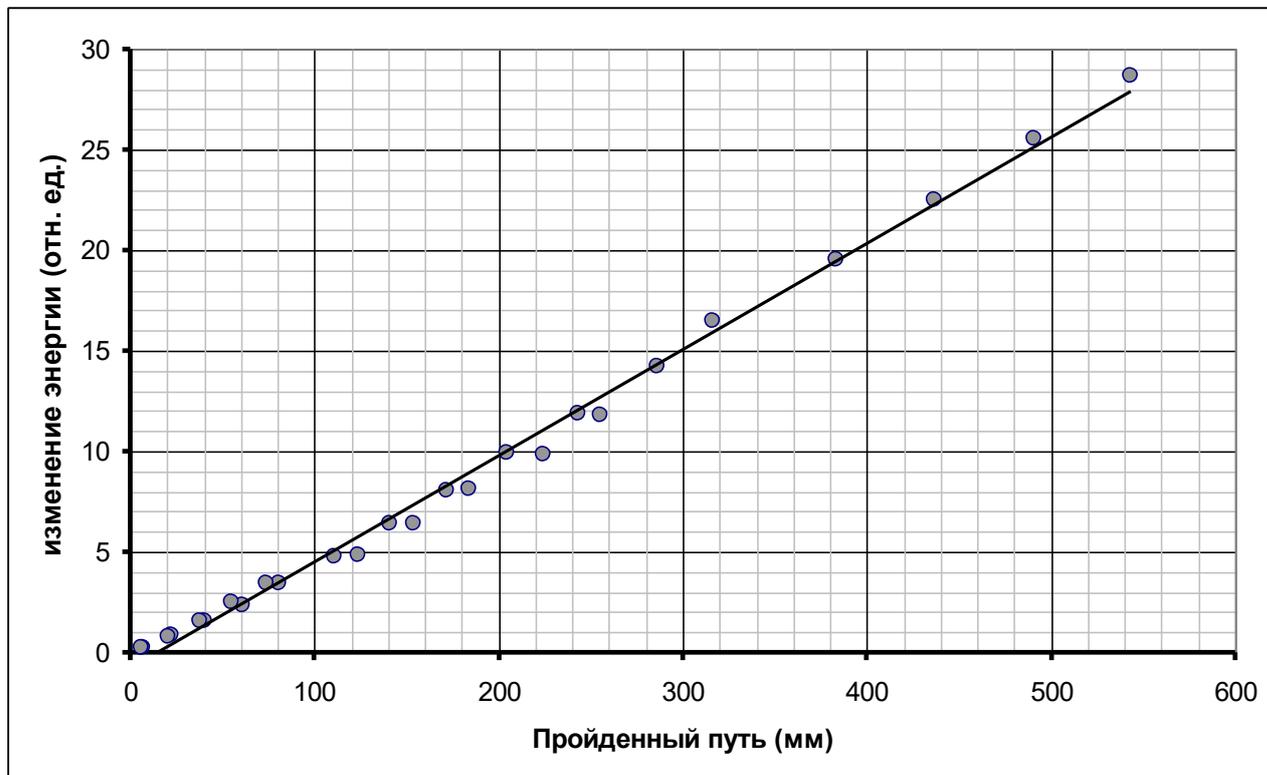
$$\Delta U = \frac{k}{2} (x_S^2 - x_F^2), \quad (22)$$

В качестве изменения энергии в относительных единицах, можно взять разность квадратов начального и конечного отклонений. В таблице приведены результаты расчетов величин

$$\Delta\tilde{U} = \frac{x_S^2 - x_F^2}{1000} \quad (23)$$

Мы разделили на 1000, чтобы оперировать с меньшими числами.

График зависимости $\Delta\tilde{U}$ от пройденного пути S показан на рисунке.



3.7 Из закона сохранения энергии следует, что

$$\frac{k}{2}(x_S^2 - x_F^2) = \mu mgS \Rightarrow (x_S^2 - x_F^2) = 2 \frac{\mu mg}{k} S. \quad (24)$$

Из построенного графика можно найти коэффициент наклона графика $a = 0,053$. Простой пересчет к одним единицам измерения дает следующее значение коэффициента пропорциональности в функции (24)

$$2 \frac{\mu mg}{k} = 53 \text{ мм}. \quad (25)$$

Эта величина показывает, на сколько уменьшается отклонение от положения равновесия между двумя последовательными остановками шайбы.



Республиканская физическая олимпиада 2024 года (Заключительный этап)

Экспериментальный тур

Решения задач 10 класс (для жюри)

Уважаемые члены жюри!

Задачи, предложенные школьникам для решения на олимпиаде, не стандартные и достаточно сложные. Предложенные здесь варианты путей решений не являются единственно возможными. Участники олимпиады могут предложить свои способы решения. Если эти способы приводят к правильным ответам и физически обоснованы, то задача (или ее отдельные пункты) должны оцениваться максимальными баллами.

Не забывайте, что Вы должны оценивать не только конечные ответы, но и отдельные правильные шаги в ходе решения!



Не жалейте баллов (если, конечно, есть за что!) для наших замечательных школьников!

Экспериментальное задание 1. «Шипучка» (Решение)

Часть 1. Измерение внутреннего объема.

1.1 Измерения проводились при атмосферном давлении

$$P_0 = 730 \text{ мм рт. ст.}$$

и температуре

$$T = 23^\circ\text{C} = 296\text{K}$$

1.2 Результаты измерений зависимости разности давлений от объема газа в шприце приведены в Таблице 1.

Таблица 1.

v , мл	p , мм рт. ст.	параметр Z
150	0	1,000
140	12	0,984
130	25	0,967
120	36	0,953
110	49	0,938
100	60	0,925
90	75	0,907
80	93	0,888
70	116	0,864
60	124	0,856

1.3 Теоретическая зависимость $p(v)$ следует из закона Бойля – Мариотта:

$$(P_0 + p)(V_0 + v) = P_0(V_0 + v_{\max}) \Rightarrow p = \frac{P_0(V_0 + v_{\max})}{(V_0 + v)} - P_0. \quad (1)$$

1.4 Возможная линеаризация данной зависимости имеет вид

$$\frac{P_0}{P_0 + p} = \frac{(V_0 + v)}{(V_0 + v_{\max})} = \frac{1}{(V_0 + v_{\max})} v + \frac{V_0}{(V_0 + v_{\max})}. \quad (2)$$

В этой зависимости безразмерный параметр Z есть

$$Z = \frac{P_0}{P_0 + p}. \quad (3)$$

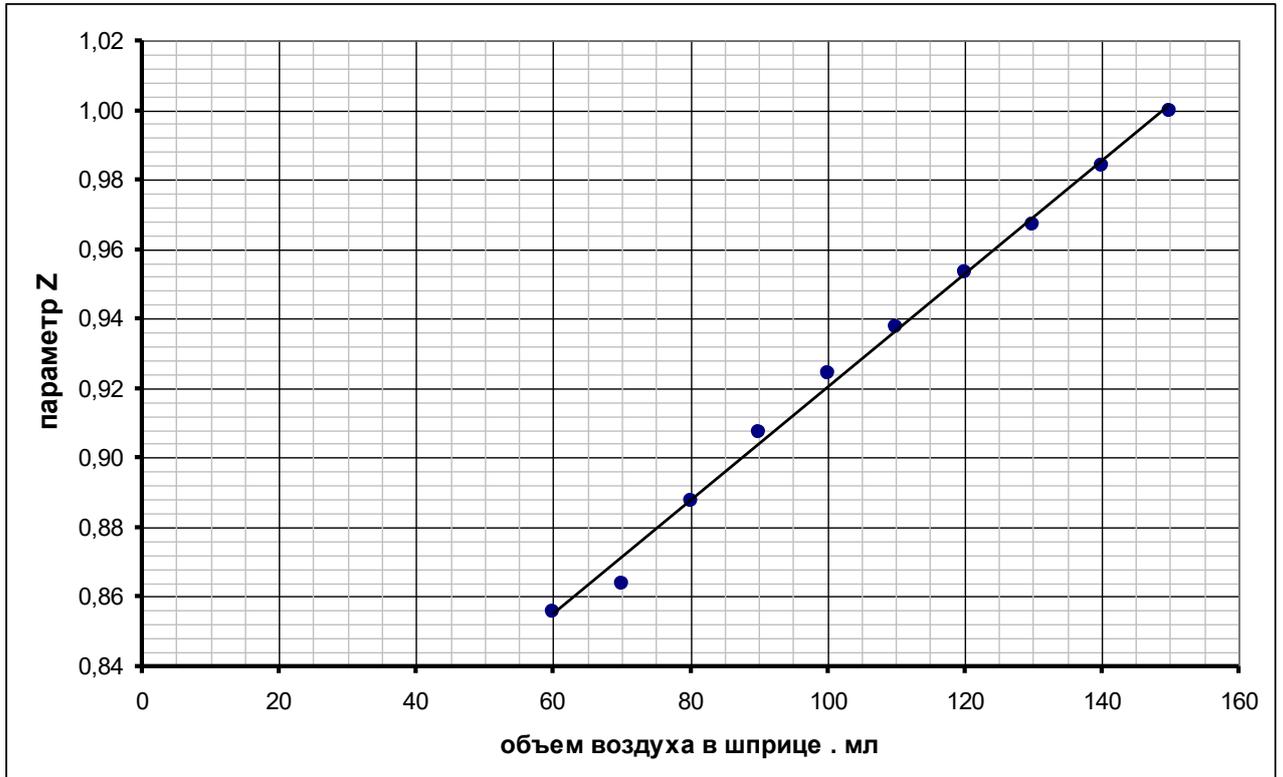
Коэффициенты линейной зависимости выражаются формулами

$$A = \frac{1}{(V_0 + v_{\max})}, \quad B = \frac{V_0}{(V_0 + v_{\max})}. \quad (4)$$

Если рассчитать эти коэффициенты, то искомый объем прибора вычисляется по простой формуле

$$V_0 = \frac{B}{A}. \quad (5)$$

1.5 Рассчитанные значения параметра Z приведены в Таблице 1. График линейризованной зависимости показан на рисунке



Значения коэффициентов линейной зависимости, рассчитанные по МНК, равны

$$\begin{aligned} A &= (1,63 \pm 0,08) \text{мл}^{-3} \\ B &= 0,757 \pm 0,008 \end{aligned} \quad (6)$$

1.6 Объем воздуха в колбе, рассчитанный по формуле (5), равен

$$V_0 = (456 \pm 23) \text{мл} \quad (7)$$

1.7 Массу воздуха в колбе можно посчитать, исходя из уравнения состояния Менделеева – Клапейрона

$$m = \frac{1}{M} \frac{P_0 V_0}{T} = 0,55 \text{ г} . \quad (8)$$

Часть 2. Выделение газа.

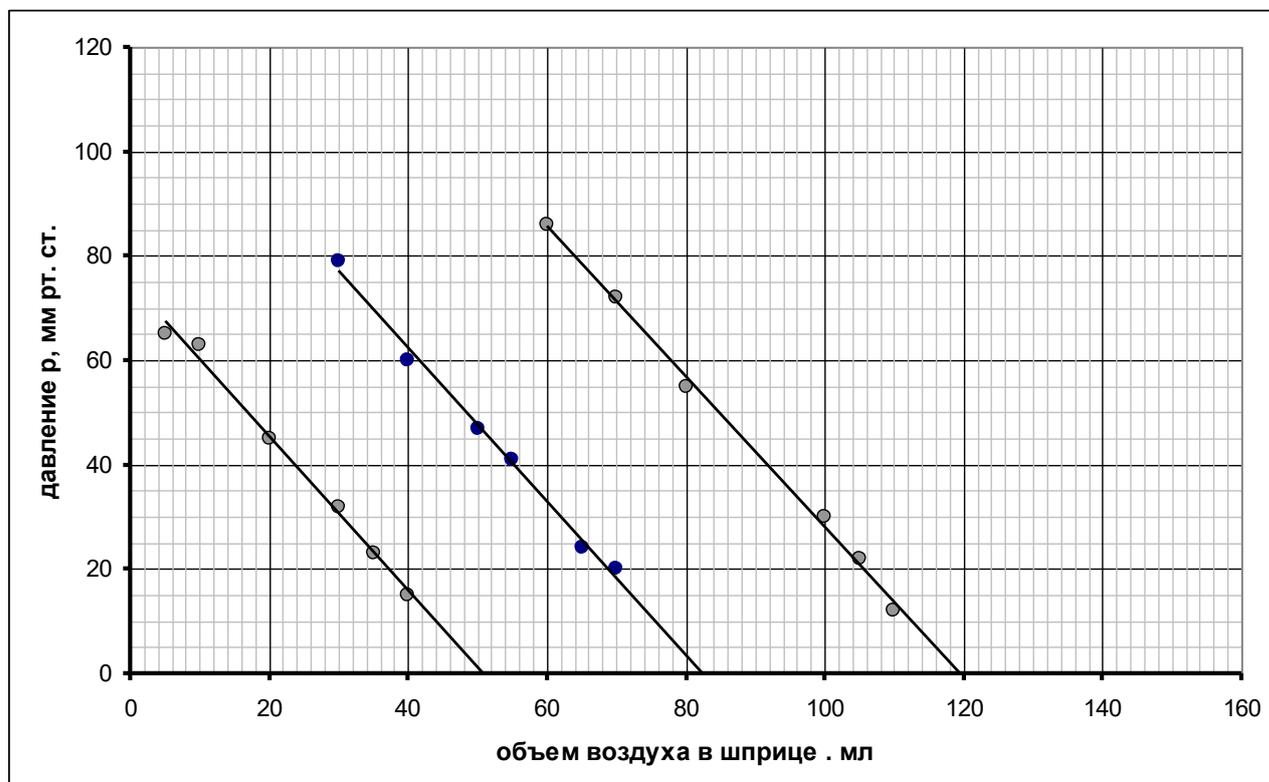
2.1 – 2.2 Результаты измерения зависимостей $p(v)$ после встряхивания колбы приведены в Таблице 2.

Таблица 2.

первое встряхивание		второе встряхивание		третье встряхивание	
v , мл	p , мм рт. ст.	v , мл	p , мм рт. ст.	v , мл	p , мм рт. ст.
30	32	40	60	100	30
40	15	55	41	60	86
20	45	30	79	80	55
10	63	50	47	70	72
5	65	65	24	110	12
35	23	70	20	105	22
$m=4,3\text{мг}$		$m=7,2\text{мг}$		$m=10,5\text{мг}$	

Жирным шрифтом в Таблице 2 выделены значения v_0 , p_0 .

2.3 Графики этих зависимостей показаны на рисунке.



2.4 Полученные графики практически линейны, что позволяет считать изменения объемов и давлений относительно малыми. В этом приближении уравнение состояния газа в приборе имеет вид

$$\begin{aligned}(P_0 + p)(V_0 + v) &= (v_0 + \Delta v)RT \Rightarrow \\ P_0 v + V_0 p &= \Delta v RT\end{aligned}\quad (9)$$

Из которого следует, что полученные зависимости могут быть описаны линейной функцией

$$p = -\frac{P_0}{V_0} v + \frac{\Delta m}{M_2} \frac{RT}{P_0}.\quad (10)$$

Построенные графики хорошо подтверждают эту зависимость: во-первых, они линейны; во-вторых, коэффициенты наклона примерно одинаковы и примерно равны теоретическому значению.

Свободные члены в функциях (10) легко определить графически с помощью точек пересечения графиков с осью объемов v' . Полагая для этих точек $p = 0$, получим формулу для расчета массы выделившегося углекислого газа

$$-\frac{P_0}{V_0} v' + \frac{\Delta m}{M_2} \frac{RT}{P_0} = 0 \Rightarrow \Delta m = \frac{M_2 P_0^2}{V_0 RT} v'.\quad (11)$$

Рассчитанные по этой формуле значения масс приведены в последней строке таблицы 2.

2.5 Для определения силы трения поршня о стенки шприца достаточно заметить, что если сжать газ, а затем освободить поршень, он останавливается при показаниях манометра примерно равным 23 мм рт. ст. Значит при этой разности давлений сила трения уравнивает давления газа, поэтому она равна

$$F = pS = 3,6H.\quad (12)$$

Экспериментальное задание 2. Жидкая... проволока (Решение)

Часть 1. Измерения ЭДС и внутреннего сопротивления

1.1

1.1.1 Мультиметр должен быть включен в режим измерения напряжения (режим вольтметра)

1.1.2 Показания мультиметра

$$U_1 = 652 \text{ мВ}$$

$$U_2 = -656 \text{ мВ}$$

1.1.3 Да, это значения ЭДС, так как сопротивление мультиметра значительно превышает сопротивление трубки – источника.

1.2

1.2.1 Мультиметр надо включить в режим измерения сопротивлений (режим омметра)

1.2.2 Показания мультиметра

$$R_1 = 55 \text{ кОм}$$

$$R_2 = -27 \text{ кОм}$$

1.2.3 Нет, это не есть сопротивление трубки, так как трубка имеет источник ЭДС.

1.3 Теоретическое описание.

1.3.1 Из закона Ома для полной цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (1)$$

следует, что искомая зависимость напряжения на внешней цепи $U = IR$ от силы тока имеет вид

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow I(R + r) = \varepsilon \Rightarrow U = \varepsilon - Ir \quad (2)$$

1.3.2 Схематический график зависимости (2) является прямой линией с отрицательным наклоном (см. рис.). Продолжение графика до пересечения с осями координат отсекает:

на оси напряжений значение ЭДС - ε ;

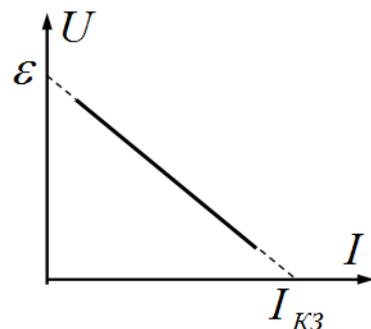
на оси сил токов значение тока короткого замыкания $I_{КЗ} = \frac{\varepsilon}{r}$.

1.3.3 Значение ЭДС снимается непосредственно с графика, а значение внутреннего сопротивления рассчитывается по формуле

$$r = \frac{\varepsilon}{I_{КЗ}}. \quad (3)$$

1.3.4 Значение силы тока рассчитывается на основании закона Ома для участка цепи

$$I = \frac{U}{R}. \quad (4)$$

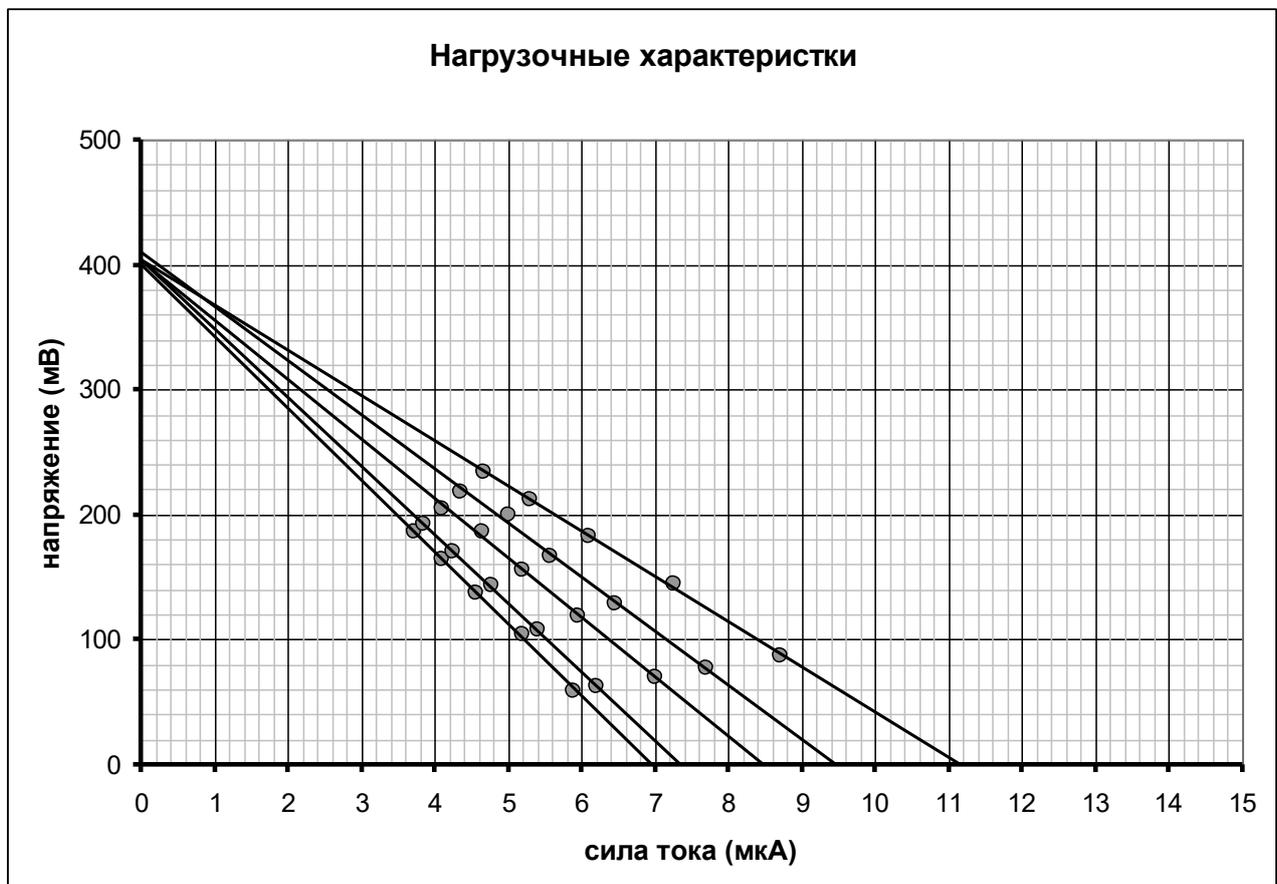


1.4 Измерения и расчеты.

Результаты измерений и расчетов приведены в Таблице 1.
Таблица 1.

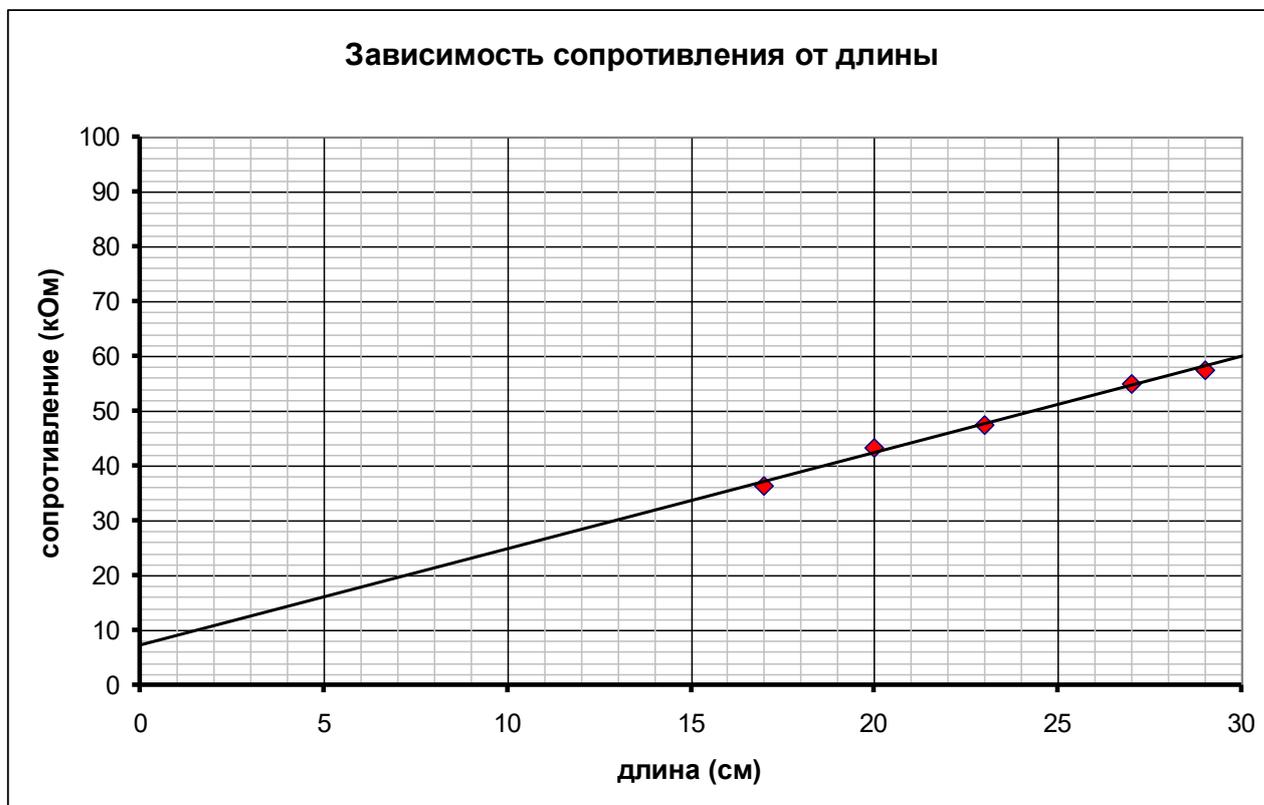
L , см	29		27		23		20		17	
R , кОм	U , мВ	I , мкА								
10	59	5,90	62	6,20	70	7,00	77	7,70	87	8,70
20	104	5,20	108	5,40	119	5,95	129	6,45	145	7,25
30	137	4,57	143	4,77	156	5,20	167	5,57	183	6,10
40	164	4,10	170	4,25	186	4,65	200	5,00	212	5,30
50	186	3,72	192	3,84	205	4,10	218	4,36	234	4,68
ЭДС, мВ	400		404		403		410		405	
r , кОм	58		55		47		43		36	

Графики полученных нагрузочных характеристик показаны на рисунке.



1.5 Зависимость внутреннего сопротивления от расстояния между электродами.

1.5.1 График зависимости внутреннего сопротивления от расстояния между электродами $r(L)$.



1.5.2 Данная зависимость линейна, но не проходит через нуль. По-видимому, помимо сопротивления самого столбика раствора присутствует заметное дополнительное сопротивление – сопротивление «контактов» электродов с раствором кислоты.

1.5.3 Формулу, описывающую полученную зависимость $r(L)$, является линейной функцией

$$r = r_0 + \rho L. \quad (5)$$

Параметры этой функции можно найти по графику, или По МНК.

Численные значения:

$r_0 = 1,8 \text{ кОм}$ - имеет смысл сопротивления контактов;

$$\rho = 7,2 \frac{\text{кОм}}{\text{см}}$$

1.5.4 Электрическое сопротивление 1 см столбика раствора в трубке и есть параметр ρ .

Часть 2. Трубка во внешней цепи.

2.1 Теоретическое описание.

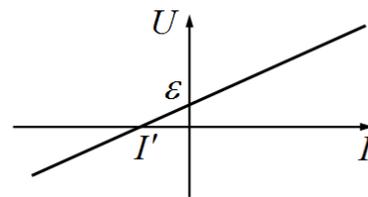
2.1.1 Формула, описывающая зависимость напряжения на трубке от силы тока через нее непосредственно следует из закона Ома

$$U(I) = \varepsilon + Ir. \quad (6)$$

Экспериментальный тур.

10 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

2.1.2 Построенный схематический график зависимости $U(I)$ в данной цепи показан на рисунке



2.1.3 Точка пересечения с осью напряжений – ЭДС элемента; точка пересечения с осью тока - I' - значение силы тока, когда напряжение на нем равно и противоположно ЭДС.

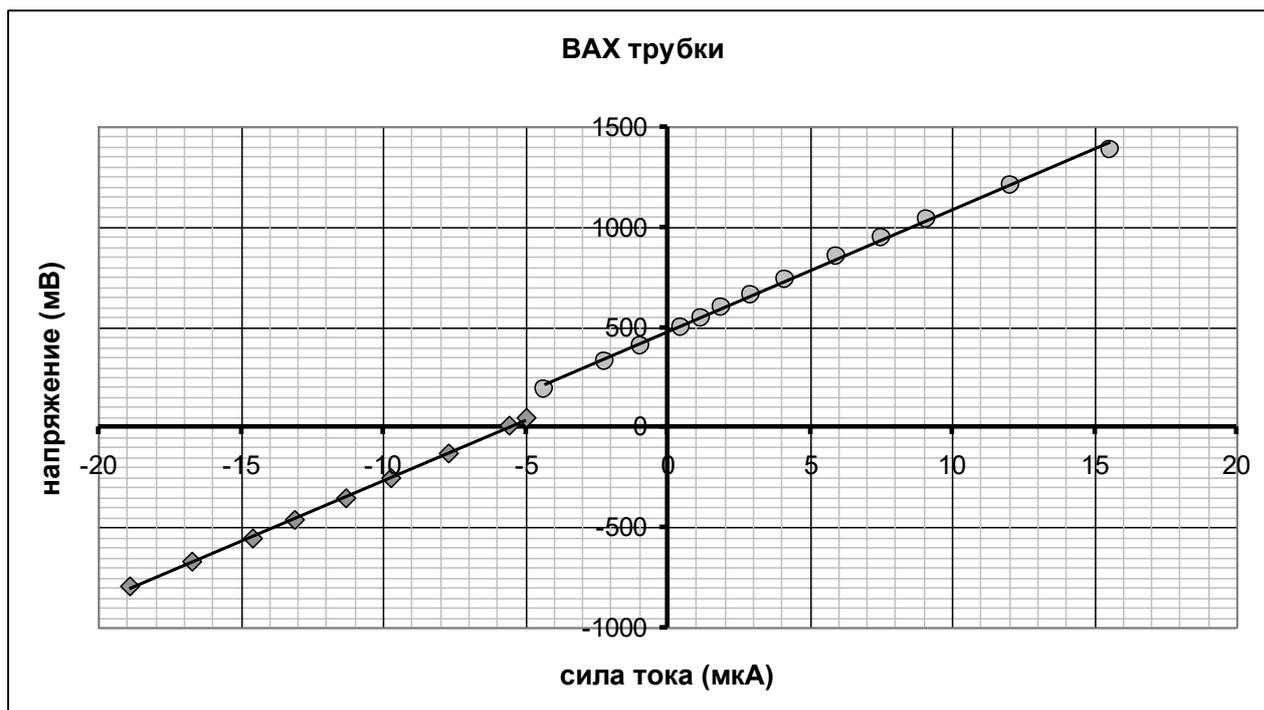
2.2 Измерения и обработка результатов.

Результаты измерений и расчетов приведены в Таблице 2. график зависимости на рисунке.

Таблица 2.

прямое подключение			обратное подключение		
$U_0, мВ$	$U, мВ$	$I, мкА$	$U_0, мВ$	$U, мВ$	$I, мкА$
156	1388	15,6	-189	-790	-18,9
121	1206	12,1	-167	-668	-16,7
91,4	1036	9,14	-146	-552	-14,6
75,6	943	7,56	-131	-460	-13,1
59,8	849	5,98	-113	-352	-11,3
41,6	738	4,16	-97	-255	-9,7
29,4	662	2,94	-77	-129	-7,7
19,1	596	1,91	-55,5	9	-5,55
12,1	545	1,21	-50	48	-5
4,8	498	0,48			
-9,2	405	-0,92			
-22	325	-2,2			
-43	192	-4,3			
-52	126	-5,2			
-61	64	-6,1			
ЭДС, мВ	$(463 \pm 32) мВ$		ЭДС, мВ	$(339 \pm 25) мВ$	
r	$(61,7 \pm 1,4) кОм$		r	$(60,5 \pm 1,0) кОм$	

2.2.3



Силы токов рассчитаны по формуле $I = \frac{U_0}{R_0}$

2.2.4 Рассчитанные здесь значения внутреннего сопротивления примерно в два раза отличаются от полученных в части 1. Значения ЭДС также отличаются от полученных ранее. Это свидетельствует о том, что под действием электрического тока изменяются свойства контактного слоя, примыкающего к электродам.

2.2.5 Наиболее существенная особенность полученной зависимости – разрыв графика, проявляющийся в различных значениях ЭДС трубки при разных полярностях внешнего поля. Это означает, что под действием электрического тока возникает дополнительная контактная ЭДС, зависящая от направления тока. Подтверждением этого служит тот факт, что среднее значение ЭДС по двум полярностям подключения примерно равно ЭДС, полученной в первой части. Поэтому дополнительная ЭДС оказывается примерно равной 60 мВ.



Республиканская физическая олимпиада 2024 года (Заключительный этап)

Экспериментальный тур

Решения задач 11 класс (для жюри)

Уважаемые члены жюри!

Задачи, предложенные школьникам для решения на олимпиаде, не стандартные и достаточно сложные. Предложенные здесь варианты путей решений не являются единственно возможными. Участники олимпиады могут предложить свои способы решения. Если эти способы приводят к правильным ответам и физически обоснованы, то задача (или ее отдельные пункты) должны оцениваться максимальными баллами.

Не забывайте, что Вы должны оценивать не только конечные ответы, но и отдельные правильные шаги в ходе решения!



Не жалейте баллов (если, конечно, есть за что!) для наших замечательных школьников!

Задание 1. Колебания линейки на цилиндре (Решение)

Часть 1. Зависимость периода от диаметра.

1.1 Чтобы провести измерения с максимальной точностью и оценить случайную погрешность необходимо провести измерения времен максимального числа периодов колебаний несколько раз. В данном эксперименте провести измерения времен более 3 колебаний практически невозможно из-за сильного затухания. Поэтому проведены измерения 3 колебаний по 5 раз для одной и для двоянных линеек. Результаты этих измерений приведены в Таблице 1., в которой также приведены формулы, по которым проведен расчет погрешностей

Таблица 1.

	одна линейка	две линейки
Времена 3 колебаний t_i	11,18	12,86
	11,15	12,69
	11,22	12,65
	11,13	12,51
	11,17	12,55
Среднее время $\langle t \rangle = \frac{\sum t_i}{N}$	11,170	12,652
Случайная погрешность $\Delta t_{сл} = 2\sqrt{\frac{\sum (t_i - \langle t \rangle)^2}{n(n-1)}}$	0,030	0,123
Приборная погрешность $\Delta t_{пр.}$	0,010	0,010
Полная погрешность $\Delta t = \sqrt{\langle \Delta t_{сл} \rangle^2 + \langle \Delta t_{пр.} \rangle^2}$	0,032	0,123
Период колебаний T	3,723	4,217
Погрешность измерения периода ΔT	0,011	0,041

Окончательные результаты измерения периодов колебаний
одна линейка

$$T = (3,72 \pm 0,01)c ; \quad (1)$$

две линейки

$$T = (4,22 \pm 0,04)c ; \quad (2)$$

1.2 Зависимости периодов колебаний от диаметра цилиндра приведены в Таблице 2 (одна линейка) и Таблице 3 (две линейки).

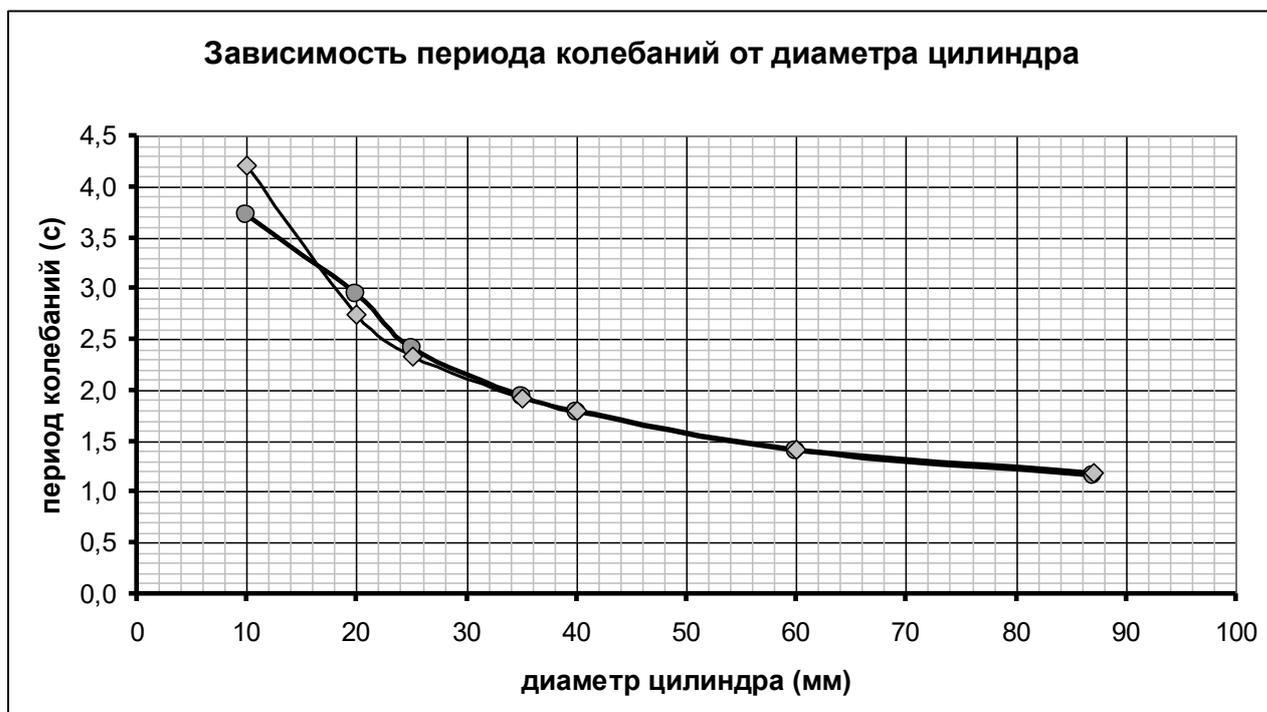
Таблица 2. Одна линейка

d , мм	N	время N колебаний			T , с	$\frac{1}{T^2}$
		t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с		
10	3				3,723	0,072
20	3	8,93	8,69	8,91	2,948	0,115
25	5	12,03	12,07	12,08	2,412	0,172
35	5	9,69	9,66	9,75	1,940	0,266
40	5	8,97	8,98	8,86	1,787	0,313
60	5	7,05	6,98	7,01	1,403	0,508
87	10	11,67	11,64	11,68	1,166	0,735

Таблица 3. Две линейки

d , мм	N	время N колебаний			T , с	$\frac{1}{T^2}$
		t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с		
10	3				4,210	0,056
20	3	8,15	8,33	8,22	2,744	0,133
25	5	11,61	11,74	11,55	2,327	0,185
35	5	9,65	9,64	9,56	1,923	0,270
40	5	9,5	9,04	8,56	1,807	0,306
60	5	7,12	7,08	7,13	1,422	0,495
87	10	11,86	11,88	12,03	1,192	0,703

Графики полученных зависимостей показаны на рисунке.



1.4 Линеаризация зависимости (1), приведенной в условии задачи достигается очевидным способом: необходимо построить зависимость величины $z = T^{-2}$ от диаметров цилиндров. Эту зависимость можно представить в виде

$$z = C(d - a). \quad (3)$$

Если определить параметры линейной зависимости $z = Kd + B$, то искомый параметр a выражается через коэффициенты линейной зависимости следующим образом:

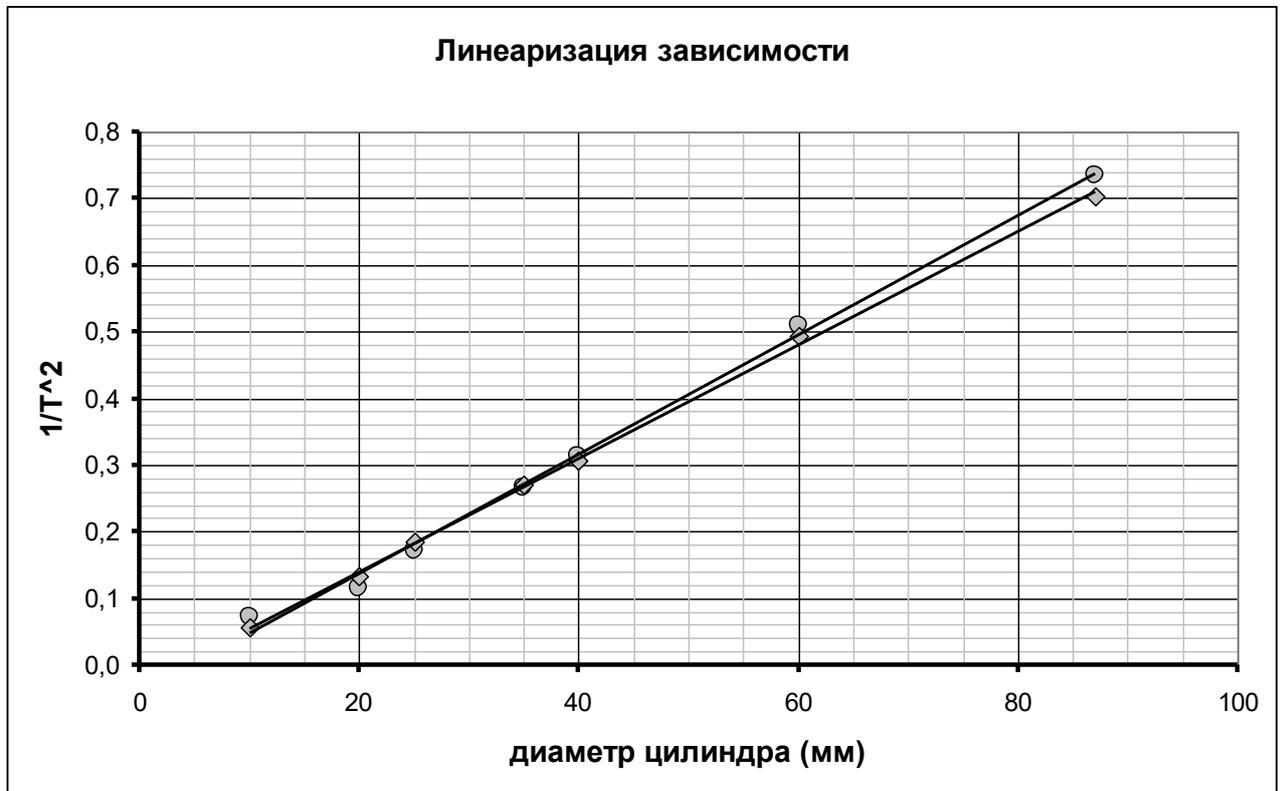
$$a = -\frac{B}{K}, \quad (4)$$

с погрешностью

$$\Delta a = |a| \sqrt{\left(\frac{\Delta K}{K}\right)^2 + \left(\frac{\Delta B}{B}\right)^2}. \quad (5)$$

В последних столбцах Таблиц 2 и 3 приведены значения величин z .

1.5 Графики линеаризованных зависимостей $z(d)$ показаны на следующем рисунке.



Так как полученные зависимости линейны, то формула (1) из условия задачи правильно описывает экспериментальные данные.

1.6 Расчет коэффициентов линейной зависимости проведен по МНК, в результате получены следующие значения для одной линейки:

$$K_1 = (9,0 \pm 0,4) \cdot 10^{-3} \frac{1}{c^2 \cdot мм}; \quad \Rightarrow \quad B_1 = (4,3 \pm 2,4) \cdot 10^{-2} \frac{1}{c^2}; \quad (6)$$

для двух линеек

$$K_2 = (8,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-3} \frac{1}{c^2 \cdot мм}; \quad \Rightarrow \quad B_2 = (3,0 \pm 1,1) \cdot 10^{-2} \frac{1}{c^2}. \quad (7)$$

Расчет параметров a по формулам (4) – (5) приводит к следующим значениям для одной линейки

$$a_1 = (4,8 \pm 2,7) \text{ мм} \quad (8)$$

для двух линеек

$$a_1 = (3,5 \pm 1,4) \text{ мм} \quad (9)$$

Данный параметр имеет смысл толщины линейки.

1.7 Если положение равновесия является устойчивым, то колебания возможны. Из формулы (1) следует, что колебания могут происходить при

$$d > a \quad (10)$$

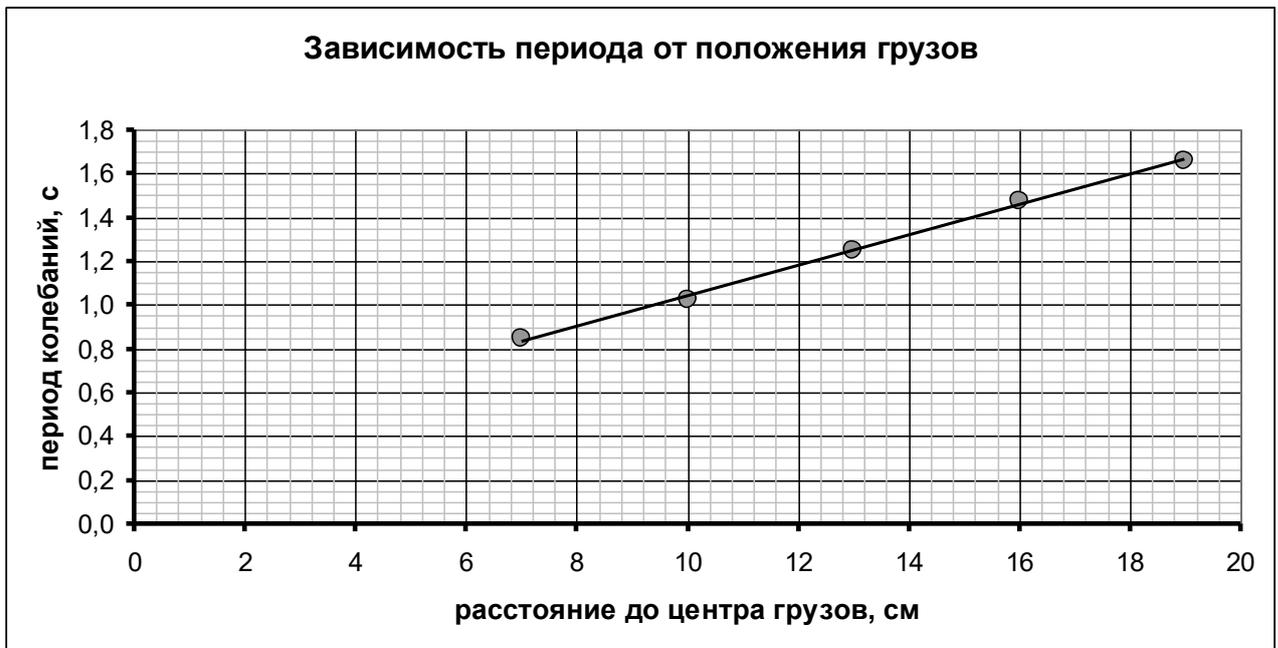
Часть 2. Зависимость периода колебаний от положения грузов.

2.1 Результаты измерений зависимости периода колебаний от положения магнитов приведены в Таблице 4.

Таблица 4. Результаты измерений

x , см	Время 5 колебаний					период T , с
	t_1 , с	t_2 , с	t_3 , с	t_4 , с	t_5 , с	
19	8,38	8,37	8,27	8,14	8,23	1,66
16	7,47	7,37	7,34	7,42	7,28	1,48
13	6,17	6,28	6,22	6,37	6,21	1,25
10	5,08	5,03	5,12	5,2	5,09	1,02
7	4,19	4,28	4,11	4,26	4,28	0,84

График полученной зависимости показан на рисунке.

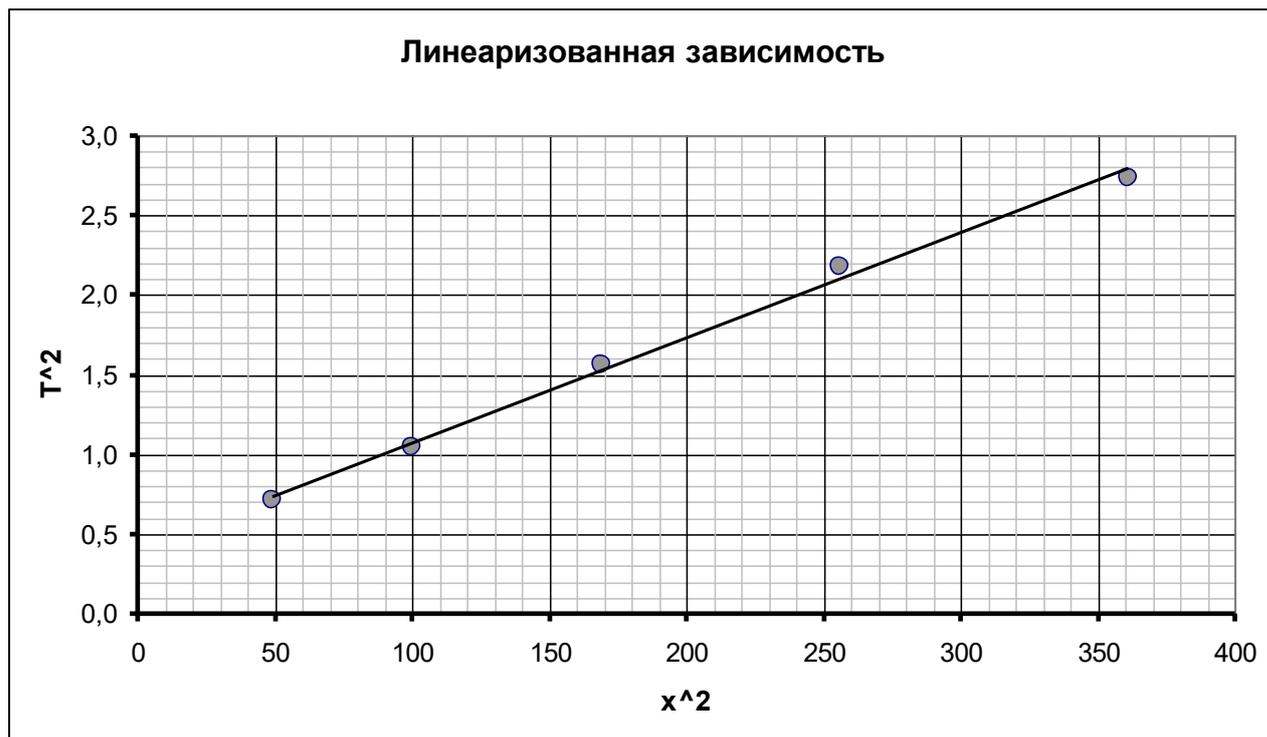


Простые теоретические рассуждения, основанные на анализе кинетической энергии линейки с грузами, приводят к следующему виду зависимости

$$A(x) = \alpha + \beta x^2. \quad (11)$$

Для проверки этой зависимости следует построить график линеаризованной зависимости $T^2(x^2)$. График линеаризованной зависимости показан на следующем рисунке.

Линейность данной зависимости подтверждает справедливость формулы (11) для описания полученных экспериментальных данных.



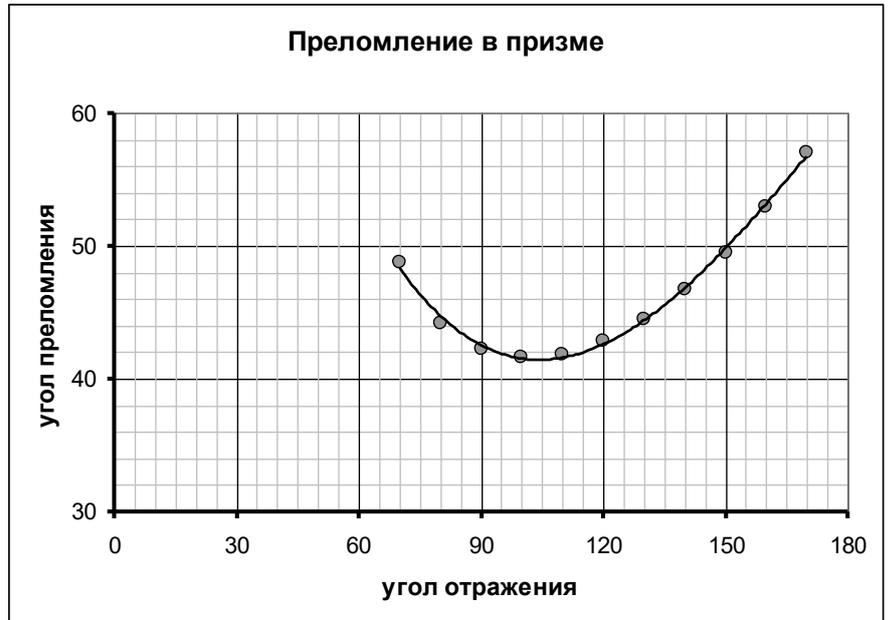
Экспериментальное задание 2. Преломление света (Решение)

Часть 1. Показатель преломления и дисперсия стекла.

1.1 Результаты измерений углов α и β приведены в Таблице 1. График полученной зависимости показан на рисунке.

Таблица 1.

α°	β°
70	49
80	44
90	42
100	42
110	43
120	43
130	44
140	47
150	50
160	53
170	57



Важно отметить, что данная зависимость имеет точку минимума.

1.2 Для увеличения точности измерения следует продлить лучи на большее расстояние, нарисовать их на листе бумаги, а затем провести измерения углов.

В результате проведенных измерений получены следующие значения

$$\begin{aligned} \alpha_{\min} &= 100^\circ \pm 10^\circ \\ \beta_{\min} &= 42^\circ \pm 1^\circ \end{aligned} \quad (1)$$

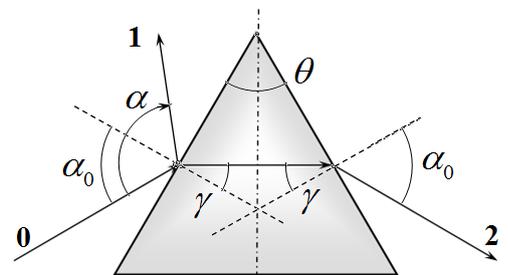
1.3 – 1.4 Получим формулы для расчета показателя поглощения.

На рисунке показан симметричный ход луча через призму. Обозначим: α_0 - угол падения луча на грань призмы; γ - угол преломления на одной грани призмы; $\theta = \frac{\pi}{3}$ - угол при вершине призмы

Из закона отражения света следует, что

$$\alpha = 2\alpha_0. \quad (2)$$

При симметричном ходе луча, используя известное значение суммы углов треугольника, можно выразить



$$\theta + 2\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right) = \pi \Rightarrow \gamma = \frac{\theta}{2}. \quad (3)$$

Закон преломления в данном случае имеет вид

$$\sin \alpha_0 = n \sin \gamma, \quad (4)$$

из которого с учетом выражений для углов следует формула для расчета показателя преломления по измеренному углу α :

$$n = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \gamma} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\pi}{6}} = 2 \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (5)$$

Угол отклонения луча 2 равен (сумма отклонений при двух преломлениях)

$$\beta = 2(\alpha_0 - \gamma) \quad (6)$$

отсюда следует, что $\alpha_0 = \frac{\beta + 2\gamma}{2} = \frac{\beta + \theta}{2}$

Из закона преломления следует искомая формула для расчета показателя преломления по углу β

$$n = \frac{\sin \alpha_0}{\sin \gamma} = \frac{\sin \frac{\beta + \theta}{2}}{\sin \frac{\pi}{6}} = 2 \sin \frac{\beta + \theta}{2}. \quad (7)$$

При расчетах в эти формулы следует подставить измеренные значения α_{\min} и β_{\min} . Расчеты приводят к следующим результатам:

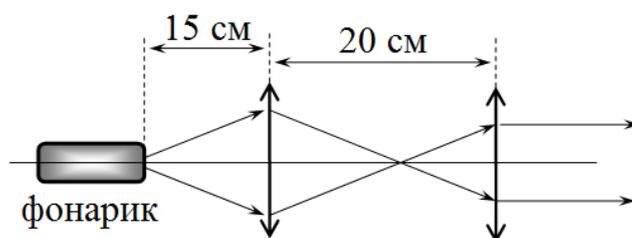
По углу α_{\min} :

$$n = 1,5 \pm 0,1 \quad (8)$$

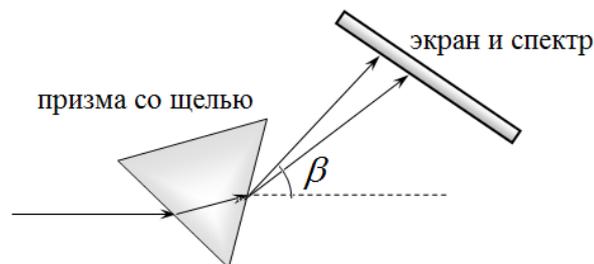
по углу β_{\min} :

$$n = 1,55 \pm 0,01 \quad (9)$$

1.5 Оптическая схема для получения параллельного пучка света показана на рисунке.



1.6 Оптическая схема для получения спектра на экране показана на следующем рисунке.



1.7 Для расчета показателя преломления необходимо измерить значения угла минимального отклонения β для крайних цветов спектра. а затем по формуле (7) рассчитать соответствующие показатели преломления.

Результаты измерений и расчетов

Для красного цвета (примерное значение длины волны $\lambda_{кр} \approx 700\text{нм}$):

$$\beta_{кр} = 41^\circ$$

$$n_{кр} = 1,54$$

Для фиолетового цвета (примерное значение длины волны $\lambda_{кр} \approx 400\text{нм}$):

$$\beta_{кр} = 38^\circ$$

$$n_{кр} = 1,51$$

Таким образом, в пределах видимого диапазона показатель преломления изменяется на величину

$$\Delta n \approx 0,03. \quad (10)$$

1.8 Оценочный расчет дисперсии приводит к следующему значению дисперсии показателя преломления

$$D = \frac{0,03}{300\text{нм}} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ нм}^{-1}. \quad (11)$$

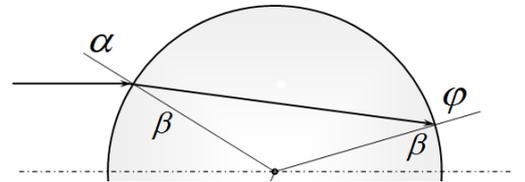
Часть 2. Преломление в жидкости и... радуга.

2.1 Для измерения углов α и β следует расположить чашку Петри на угломерном лимбе, с помощью которого можно измерить угол входа луча (он же угол α) и угол выхода луча φ

$$\varphi = \alpha + \pi - 2\beta. \quad (12)$$

Тогда угол преломления можно рассчитать по формуле

$$\beta = \frac{\pi + \alpha - \varphi}{2}. \quad (13)$$



Результаты измерений и последующих расчетов приведены в Таблице 2.

Таблица 2.

α°	φ°		β°		$\sin \beta$	$\sin \alpha$
0	180		0,0		0,000	0,000
10	176		7,0		0,122	0,174
20	170		15,0		0,259	0,342
30	170		20,0		0,342	0,500
40	166		27,0		0,454	0,643
50	164		33,0		0,545	0,766
60	165		37,5		0,609	0,866
70	166		42,0		0,669	0,940
80	173		43,5		0,688	0,985

Экспериментальный тур.

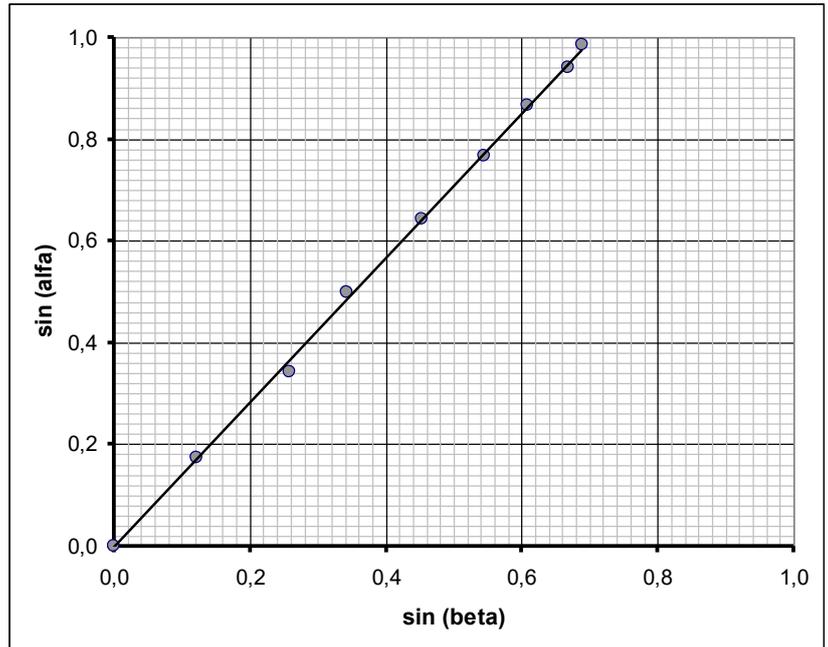
11 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

2.2 Для проверки закона преломления

$$\sin \alpha = n \sin \beta \quad (14)$$

следует построить график зависимости $\sin \alpha = F(\sin \beta)$. Тогда коэффициент наклона этого графика даст значение показателя преломления. Значения синусов углов приведены в Таблице 2.

График полученной зависимости показан на рисунке.



2.3 Прямая пропорциональность между синусами углов подтверждает справедливость закона преломления света.

2.4 Расчет коэффициента наклона графика (по МНК) дает следующее значение показателя преломления

$$n = 1,42 \pm 0,03 \quad (15)$$

2.5 Угол преломления β связан с углом падения α соотношением (14), из которого следует, что угол преломления β рассчитывается по формуле

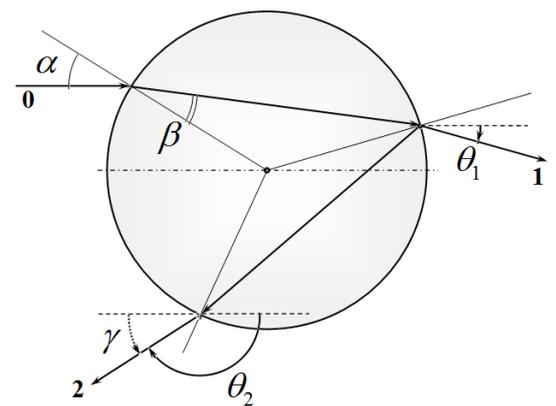
$$\beta = \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{n}\right). \quad (16)$$

При каждом преломлении на стенке чашки луч поворачивается по часовой стрелке на угол

$$\delta_1 = (\alpha - \beta). \quad (17)$$

Поэтому угол отклонения луча 1 равен

$$\theta_1 = 2(\alpha - \beta). \quad (18)$$



При отражении от внутренней поверхности угол поворота луча по часовой стрелке равен

$$\delta_2 = \pi - 2\beta. \quad (19)$$

Следовательно, угол поворота луча 2 равен

$$\theta_2 = 2\delta_1 + \delta_2 = \pi + 2\alpha - 4\beta. \quad (20)$$

Угол выхода луча из сосуда равен

$$\gamma = \pi - \theta_2 = 4\beta - 2\alpha. \quad (21)$$

Экспериментальный тур.

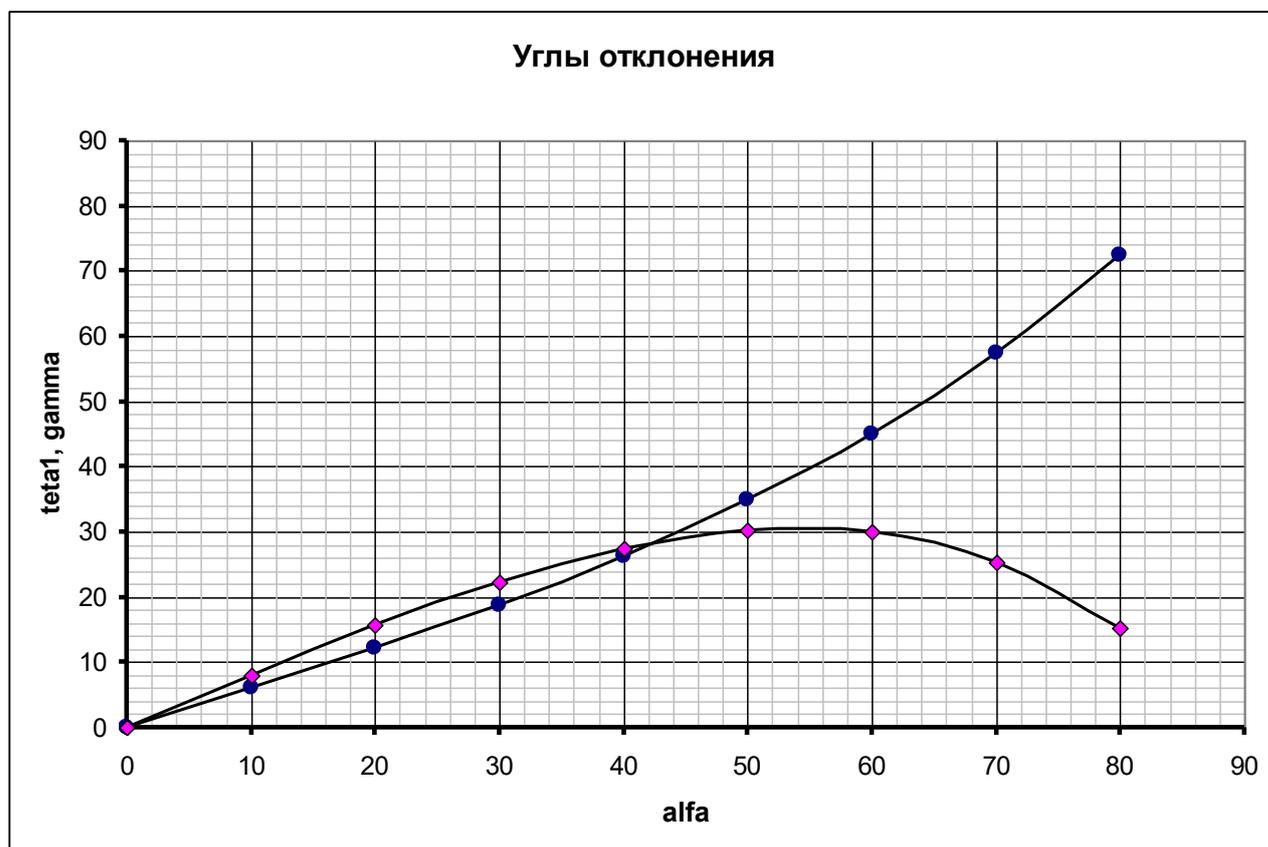
11 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

2.6 Результаты расчетов по полученным выше формулам приведены в Таблице 3.

Таблица 3.

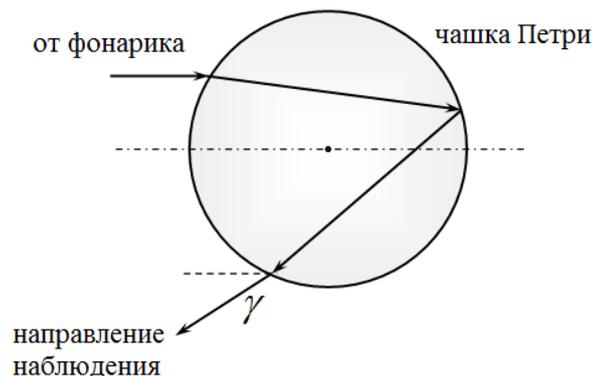
α°	β°	θ_1°	θ_2°	γ°
0	0,0	0,0	180,0	0,0
10	7,0	6,0	172,0	8,0
20	13,9	12,2	164,4	15,6
30	20,6	18,8	157,7	22,3
40	26,9	26,3	152,6	27,4
50	32,6	34,8	149,7	30,3
60	37,5	45,0	150,0	30,0
70	41,3	57,3	154,6	25,4
80	43,8	72,4	164,8	15,2

2.7 Графики полученных зависимостей.



2.8 Зависимость угла γ от угла падения на каплю имеет точку максимума. Вблизи экстремума происходит резкая концентрация лучей, поэтому в отраженном свете хорошо видна яркая граница отраженных лучей. Угол отклонения преломленных лучей экстремумов не имеет, поэтому резких ярких полос в проходящем свете не наблюдается.

2.9 Для наблюдения радуги на чашку следует направить параллельный пучок белого света от фонарика. Затем можно наблюдать глазом появление ярких бликов на стенке чашки, если смотреть в направлении угла γ . при этом можно измерить с помощью прозрачной линейки углы γ и $\Delta\gamma$ (эти углы совпадают с углами ψ в условии задачи) для границ видимого спектра.



2.10 Измерения дали следующие результаты

$$\psi \approx 38^\circ$$

$$\Delta\psi \approx 3^\circ$$

(22)