



Республиканская физическая олимпиада 2024 года (Заключительный этап)

Теоретический тур

9 класс.

Внимание! Прочтите в первую очередь.

1. Полный комплект состоит из 3 заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.
2. На отдельном листе приведены формулы приближенных вычислений, используйте их при решении задач, там, где это необходимо.
3. Решения задач выполняйте на отдельных чистых рабочих листах. Самостоятельно разделите их на черновики и чистовые листы. Рекомендуем сначала решать в черновике, а затем красиво оформить решение на чистовых листах. Решение каждого задания начинайте с нового чистового листа. В решении приведите рисунки (в некоторых заданиях рисунки необходимы, даже в том случае, когда это не оговорено в условии), исходные уравнения с кратким обоснованием, решения уравнений (комментарии к математическим выкладкам не требуются), окончательные результаты. Окончательные решения обязательно занесите в листы ответов. Чистовые листы пронумеруйте. Черновые листы после окончания работы перечеркните. **Черновики проверяться не будут!**
4. Листы ответов содержат отдельные разделы в соответствии с пунктами полученных Вами заданий. Конечные формулы и требуемые численные значения занесите в соответствующие выделенные поля. Если по условию заданий от Вас требуется построение графика, используйте подготовленные бланки в Листах ответов, не забудьте подписать и оцифровать оси координат.
5. Все ваши работы сканируются, поэтому пишите только на одной стороне листа. Подписывать рабочие листы и листы ответов запрещается.
6. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
7. После окончания работы сложите листы в следующем порядке: листы ответов; пронумерованные чистовые листы; перечеркнутые черновики.
8. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.



Пакет содержит:

- титульный лист (1 стр.);
- лист математических подсказок (1 стр.);
- условия 3 теоретических заданий (8 стр.);
- листы ответов (8 стр.);

Формулы приближенных вычислений.

При решении задач Вам могут понадобиться следующие приближенные формулы

1. $(1 + x)^\gamma \approx 1 + \gamma x$

формула справедлива при любых (целых, дробных, положительных, отрицательных) значениях степени γ .

$$\sin x \approx x$$

2. $\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$

аргументы тригонометрических функций должны быть заданы в радианах.

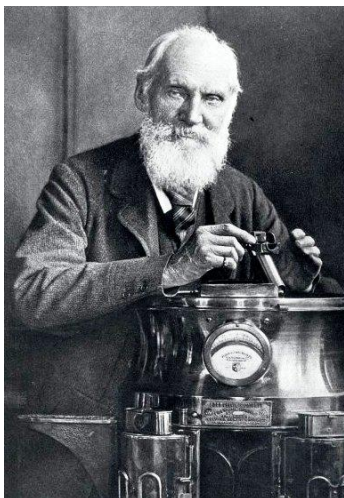
3. $e^x \approx 1 + x$.

Комментарии.

1. Во всех формулах величина x безразмерная и значительно меньше 1: $x \ll 1$
2. Для использования этих формул, прежде всего необходимо привести вашу формулу к стандартному виду, которые даны здесь.
3. В ходе приближенных преобразований соблюдайте правило соблюдения порядка малости: если вы отбрасываете малые величины порядка x^2 и выше – отбрасывайте их сразу в промежуточных выкладках; если вы сохраняете величины определенного порядка, то сохраняйте их во всех преобразованиях

Задание 1. Как Уильям Томсон стал лордом Кельвином

Задание состоит из 4 логично связанных между собой задач.



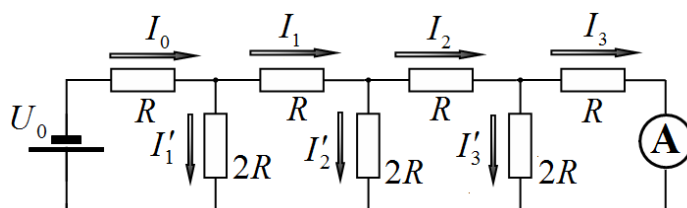
Уильям Томсон (1824 – 1907) – британский физик и инженер, известен своими работами в области механики, термодинамики, электродинамики. За необыкновенные заслуги Томсона в науке 1866 году Томсон был посвящён в рыцарское достоинство. В 1892 году королева Виктория пожаловала Томсону наследственное пэрство. Вследствие этого известный уже как «лорд Кельвин» стал первым британским учёным, получившим право заседать в палате лордов. Одной из самых существенных заслуг Уильяма Томсона являлось разработка теории и усовершенствование трансатлантического кабеля.

Данное задание касается изучения некоторых теоретических проблем, связанных с распространением электрического тока по длинному проводящему кабелю с неидеальной изоляцией.

Может и вам удастся получить дворянский титул?

Задача 1.

На рисунке показана электрическая цепь, состоящая из источника постоянного напряжения U_0 и семи резисторов, сопротивления которых указаны на рисунке. Сопротивление амперметра пренебрежимо мало.



1.1 Рассчитайте значения сил токов через все резисторы, считая силу тока I_3 через амперметр известной.

Используйте обозначения сил токов, приведенные на рисунке.

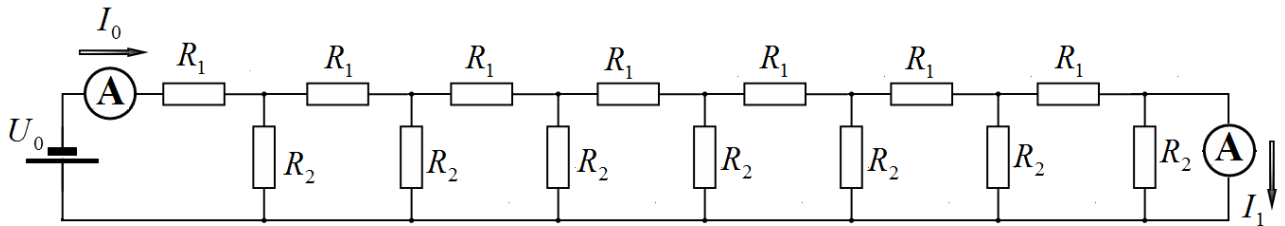
Подсказка. Расчет таких цепей удобно начинать с крайних элементов. Чтобы облегчить Ваши расчеты, в Листе ответов приведена Таблица 1. Заполнять эту таблицу следует слева направо и сверху вниз. Пунктиром выделены участки цепи, сопротивления которых обозначены $R_{x3}, R_{x2}, R_{x1}, R_{x0}$ (R_{x0} - конечно, сопротивление всей цепи). Удобно каждое следующее из этих сопротивлений выразить через предыдущее.

Приведите в Таблице 1 формулы для расчета этих сопротивлений, рассчитайте их значения, выраженные через величину R . Все коэффициенты должны быть записаны в виде обыкновенных дробей. Запишите в соответствующих ячейках Таблицы 1 расчетные формулы для сил токов и их значения, выраженных через I_3 .

1.2 Выразите значения сил токов I_0 и I_3 через напряжение источника U_0 и сопротивление R .

1.3 Рассчитайте численные отношения сил токов $\frac{I_1}{I_0}$ и $\frac{I_2}{I_1}$.

Задача 2.



В цепи, показанной на рисунке сопротивления $R_1 = 1,0 \text{ Ом}$, а сопротивления $R_2 = 1,0 \text{ кОм}$.
Напряжение источника $U_0 = 7,0 \text{ В}$. Амперметры идеальные.

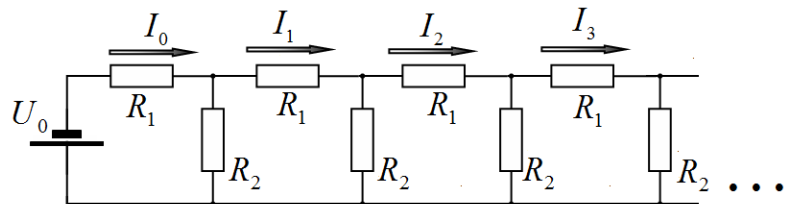
2.1 Рассчитайте значения сил токов I_0 и I_1 .

2.2 Рассчитайте разность сил токов $\Delta I = (I_0 - I_1)$

Подсказка. Нет необходимости решать эту задачу абсолютно точно. Посмотрите внимательно на заданные значения сопротивлений и проведите расчет с необходимым числом значащих цифр.

Задача 3.

Бесконечная цепочка, состоящая из одинаковых звеньев, подключена к источнику постоянного напряжения U_0 .



Пусть в бесконечной цепочке сопротивления резисторов равны $R_1 = R_0$, $R_2 = 2R_0$.

3.1 Найдите полное сопротивление цепи.

3.2 Покажите, что силы токов I_0, I_1, I_2, \dots образуют геометрическую прогрессию. Найдите

отношение сил токов $\frac{I_1}{I_0}$.

3.3 Получите формулу, позволяющую рассчитать значения всех сил токов I_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) через заданные значения U_0 и R_0 .

Подсказка. Если от бесконечности отнять единицу, то получится та же бесконечность.

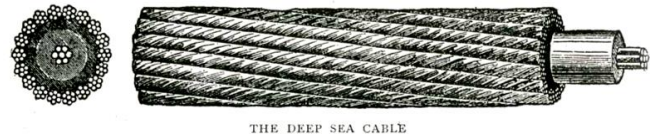
Пусть в бесконечной цепочке, показанной на рисунке, сопротивления R_2 в несколько тысяч раз больше сопротивлений R_1 , что позволяет делать разумные приближения при расчетах.

3.4 Получите формулу для общего сопротивления всей цепочки, при условии $R_2 \gg R_1$.

3.5 Получите формулу для расчета силы тока в произвольном звене I_k ($k = 0, 1, 2, \dots$) через заданные значения U_0 , R_1 , R_2

Задача 4

Телеграфный кабель, который изучал У. Томсон, имел достаточно сложную структуру (см. рисунок): медная жила, резиновая изоляция, броневая защита.



Для расчетов существенно:

- диаметр медной жилы $d_0 = 20\text{мм}$ (удельное сопротивление меди $\rho_1 = 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$);
- толщина слоя резиновой изоляции $h = 10\text{мм}$ (удельное сопротивление резины считайте равным $\rho_2 = 1,7 \cdot 10^{10} \text{ Ом} \cdot \text{м}$).
- длина кабеля $L = 5000\text{км}$.

Кабель проложен по дну Атлантического океана, поэтому можно считать, что внешний слой изоляции контактирует с хорошо проводящей электрический ток морской водой. Не смотря, на высокое удельное сопротивление изоляции электрический ток частично проходит через изоляционный слой и уходит в океанскую воду.

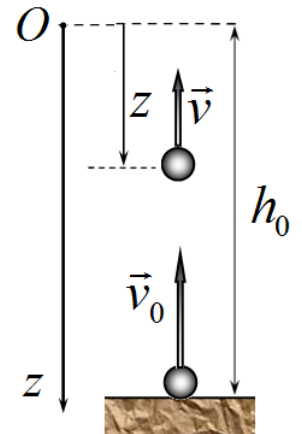
- 4.1** Рассчитайте электрическое сопротивление R_1 десяти километров ($\Delta l = 10\text{км}$) медной жилы кабеля. Рассчитайте полное сопротивление медной жилы кабеля.
- 4.2** Рассчитайте (приблизительно, но с хорошей точностью) электрическое сопротивление R_2 десяти километров изоляции кабеля. Рассчитайте полное сопротивление изоляции. Учтите направление тока в изоляции.
- 4.3** Предложите приближенную эквивалентную электрическую схему подводного телеграфного кабеля, описывающую протекание электрических токов в кабеле.
- 4.4** Рассчитайте отношение силы тока на выходе из кабеля I_1 к силе тока на его входе I_0 .

Задание 2. Вытекание

Часть 1. Бросок

В данной части вам необходимо описать движение тела, брошенного вертикально вверх, в не совсем обычной системе координат. Сопротивлением воздуха можно пренебречь.

Небольшой шарик брошен вертикально вверх с начальной скоростью v_0 . Обозначим максимальную высоту подъема шарика h_0 . Введем ось координат z , направленную вертикально вниз, начало отсчета которой совпадает с максимальной высотой подъема. Далее под скоростью v_z и ускорением a_z подразумеваются проекции скорости и ускорения шарика на ось z .



1.1 Выразите максимальную высоту подъема шарика h_0 через начальную скорость v_0 и ускорение свободного падения g .

1.2 Чему равны проекции ускорения и начальной скорости шарика на ось z - a_z, v_{0z} ?

1.3 Найдите зависимость скорости шарика v_z от координаты z - $v_z(z)$.

1.4 Найдите зависимость координаты шарика z от времени $z(t)$. В качестве параметров этой функции используйте только начальную скорость v_0 и ускорение свободного падения g .

1.5 Постройте схематический график зависимости $z(t)$. Укажите характерные точки этого графика.

Обозначим $\tau_{0,5}$ («время полуподъема») - время, за которое шарик поднимается на высоту $\frac{h_0}{2}$, равную половине максимальной высоты. Это время $\tau_{0,5}$ может быть выражено через максимальную высоту подъема h_0 и ускорение свободного падения следующим образом:

$$\tau_{0,5} = Ch_0^\alpha g^\beta, \quad (1)$$

где C - некоторый безразмерный численный коэффициент, α, β - постоянные показатели степеней.

1.6 Найдите значения показателей степеней α, β в формуле (1).

1.7 Рассчитайте численное значение коэффициента C в формуле (1).

Часть 2. Дырявый сосуд

В данной части задачи вам необходимо описать процесс вытекания жидкости из сосуда, в стенке которого имеется небольшое отверстие.

В боковой стенке вертикального цилиндрического сосуда с диаметром поперечного сечения D проделали малое круглое отверстие диаметра d вблизи дна сосуда.

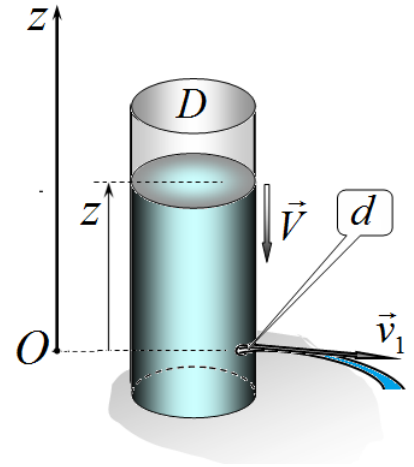
Обозначим отношение этих диаметров $\eta = \frac{d}{D} \ll 1$

В сосуд наливают воду. Уровень воды z в сосуде отсчитывается от середины отверстия. Ось z направлена вертикально вверх. Считайте, что диаметр отверстия значительно меньше высоты уровня воды в сосуде $d \ll z$.

Обозначим скорость вытекания воды из отверстия \vec{v}_1 ,

скорость опускания уровня воды в сосуде \vec{V} . Вязкостью

воды следует пренебречь, в этом приближении сохраняется механическая энергия воды, т.е. тепловых потерь нет.



2.1 Найдите зависимость скорости вытекания воды из отверстия v_1 от высоты уровня воды в сосуде $v_1(z)$.

2.2 Найдите зависимость проекции на ось z скорости опускания V_z от высоты уровня z . В качестве параметров этой функции используйте только ускорение свободного падения g и отношение диаметров η .

2.3 Чему равно ускорение, с которым опускается уровень воды в сосуде a_z ?

2.4 Найдите зависимость высоты уровня воды в сосуде от времени $z(t)$. При $t = 0$ высота уровня воды в сосуде равна h_0 . В качестве параметров функции используйте величины g, h_0, η .

2.5 Найдите через, какое время $\tau_{0,5}$ уровень воды в сосуде уменьшится в два раза.

2.6 Рассчитайте численное значение времени «полувытекания» $\tau_{0,5}$, если $h_0 = 20$ см, $\eta = \frac{1}{20}$,

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Задание 3. Теплокровный сферический кот.



Живые организмы могут существовать в достаточно узком температурном диапазоне. Так, например, нормальная температура человека примерно равна $36,5^\circ$. повышение температуры всего на 5° свидетельствует о серьезном заболевании. В каждом организме действуют сложные механизмы терморегуляции, позволяющие поддерживать температуру тела постоянной. В данном задании Вам предстоит проанализировать некоторые проблемы, связанные с терморегуляцией живых теплокровных организмов, используя простые модели.

Будем считать, что исследуемое существо имеет форму однородного шара (далее будем называть его сферическим котом). Внутри тела этого кота в результате постоянно происходит выделение теплоты. Теплопроводность тела высока, поэтому можно считать, что температура во всех его точках одинакова, но может изменяться с течением времени.

Во всех задачах этого задания под температурой тела подразумевается установившаяся температура, которую имеет тело кота после установления теплового равновесия.

Теоретическое введение.

1. Мощность теплоты, выделяющейся внутри сферического кота постоянна (т.е. не зависит от температуры тела) и пропорциональна его объему:

$$W = wV, \quad (1)$$

где w - некоторая постоянная величина (тепловыделение), одинаковая для всех котов, независимо от их размеров, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ - объем шара, R - радиус шара. Тепловыделение w живых существ может зависеть от температуры.

2. Мощность теплоты, уходящей в окружающую среду с любой поверхности пропорциональна разности температур поверхности t_x и окружающей среды t_0 , кроме того, она пропорциональна площади поверхности S :

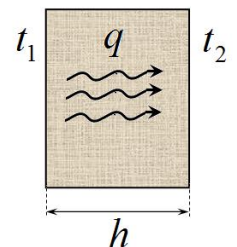
$$q = \beta S(t_x - t_0) \quad (2)$$

где β - известная постоянная величина (называется коэффициент теплоотдачи, зависящей от свойств окружающей среды, т.е. воздуха). Площадь поверхности шара $S = 4\pi R^2$.

3. Согласно закону Фурье плотность потока теплоты q (количество теплоты протекающей в единицу времени через площадку площади S) через пластинку пропорциональна разности температур на сторонах пластинки и определяется формулой

$$q = \gamma \frac{t_1 - t_2}{h} S, \quad (3)$$

здесь γ - постоянный коэффициент теплопроводности материала пластинки, h - толщина пластинки



4. Как вам предстоит показать в дальнейшем, что мощность потока теплоты, уходящей в окружающую среду (даже при наличии одежды) пропорциональна разности температур тела и окружающей среды

$$q = \alpha(t - t_0). \quad (4)$$

коэффициент пропорциональности α в данной формуле называется коэффициентом теплопередачи. Для голого кота этот коэффициент равен $\alpha = \beta S$.

Часть 1. Спящие коты

В этой части будем считать, что мощность тепловыделения w постоянна, т.е. не зависит от температуры и одинакова для котов любых размеров.

Температура окружающей среды равна $t_0 = 20^\circ\text{C}$, при этом установившаяся температура тела голого кота радиуса R_0 равна $t_1 = 36^\circ\text{C}$.

1.1 Почему маленькие дети больше мерзнут?

1.1 Рассчитайте, чему будет равна установившаяся температура голого котенка t_2 , радиус которого в два раза меньше, чем R_0 .

1.2 Почему «греет» шуба?

Благодаря одежде, надетой на котенка, коэффициент теплопередачи уменьшился в 2 раза.

1.2.1 Рассчитайте, чему будет равна установившаяся температура t_3 одетого котенка.

Покажите, что одежда действительно может изменить коэффициент теплопередачи.

Обозначим коэффициент теплопередачи голого кота - α_0 . Будем считать, что одежда является тонким слоем теплоизоляционного материала с коэффициентом теплопроводности γ толщины h (которая значительно меньше радиуса кота $h \ll R$). Можно считать, что тепловой контакт между телом кота и нижней поверхностью одежды хороший, потому их температуры равны. Температура верхнего слоя одежды отличается от температуры воздуха.

1.2.2 Покажите, что коэффициент теплопередачи одетого кота тоже может быть описан формулой $q = \alpha(t - t_0)$, но с другим коэффициентом пропорциональности α_1 , отличным от α_0 . Выразите значение этого коэффициента через величины α_0, h, γ

Часть 2. «Живая» модель

В данной части Вам необходимо проанализировать жизнь кота, в рамках более реальной модели. Размер кота остается неизменными. Примем, что мощность тепловыделения этого кота зависит от температуры: она принимает максимальное значение, при некоторой оптимальной температуре t_{opt} и монотонно уменьшается при отклонении температуры от оптимального значения (когда становится очень холодно или слишком жарко). Жизнь кота возможна, если его температура лежит в диапазоне от минимальной температуры $t_{min} = 30^\circ$ до максимальной температуры $t_{max} = 50^\circ$. Если температура кота выходит из этого диапазона, кот умирает.

Зависимость мощности тепловыделения от температуры t в указанном диапазоне описывается функцией

$$W(t) = A(t - t_{min})(t_{max} - t), \quad (5)$$

где A - постоянная величина. Вне этого температурного диапазона $W = 0$.

Известно, что при температуре воздуха $t_0^* = 20^\circ$ температура голого кота является оптимальной.

В пунктах задания 2.1 – 2.5 кот остается голым, т.е. коэффициент теплоотдачи α_0 остается постоянным.

2.1 Найдите оптимальную температуру кота t_{opt} .

Предложите такую нормировку мощностей тепловыделения $\bar{W} = \frac{W}{C}$ и теплоотдачи $\bar{q} = \frac{q}{C}$, чтобы значения $\bar{W}(t), \bar{q}(t)$ можно было рассчитать численно.

2.2 Укажите, что следует взять в качестве нормировочной постоянной C . Укажите физический смысл этой постоянной. Запишите формулы для зависимостей $\bar{W}(t), \bar{q}(t)$. Укажите численные значения параметров этих функций.

2.3 На одном бланке постройте: точный график зависимости $\bar{W}(t)$ и график зависимости $\bar{q}(t)$ при температурах окружающей среды $t_0^* = 20^\circ$.

Далее в пунктах 2.4 - 2.6 приведите графическую иллюстрацию решения, то есть постройте графики зависимостей $\bar{W}(t), \bar{q}(t)$ при указанных значениях параметров. В этих пунктах допускается численное решение уравнений (без получения окончательной формулы).

2.4 Рассчитайте установившуюся температуры голого кота, если температура окружающего воздуха равна а) $t_0 = 35^\circ$; б) $t_0 = 25^\circ$.

2.5 Рассчитайте, в каком диапазоне температур воздуха (от t_{0min} до t_{0max}) может жить голый кот.

Чтобы не замерзнуть, кот начинает одеваться, изменяя коэффициент теплоотдачи α .

2.6 Предложите такую зависимость коэффициента теплоотдачи $\alpha(t_0)$ от температуры воздуха t_0 (при $t_0 < 20^\circ$), чтобы температура кота оставалась оптимальной, независимо от температуры воздуха.

2.7 Постройте график зависимости $\frac{\alpha(t_0)}{\alpha_0}$ при $0^\circ < t_0 < 20^\circ$.

2.8 Оцените, во сколько раз надо изменить коэффициент теплопередачи, чтобы кот смог выжить при температуре воздуха $t_0 = 0^\circ$

Листы ответов

Задание 1. Как Уильям Томсон стал лордом Кельвином

Задача 1

1.1 Заполните Таблицу 1

Таблица 1. Расчет характеристик электрической цепи

Схема	Сопротивление	Силы токов	
	$R_{x3} =$	$I'_3 =$	$I_2 =$
	$R_{x2} =$	$I'_2 =$	$I_1 =$
	$R_{x1} =$	$I'_1 =$	$I_0 =$
	$R_{x0} =$	-	-

1.2 Силы токов

$I_0 = .$

$I_3 =$

1.3 Отношения сил токов

$\frac{I_1}{I_0} =$

$\frac{I_2}{I_1} =$

Задача 2.

2.1 Силы токов

$$I_0 =$$

$$I_1 =$$

2.2 Разность сил токов

$$\Delta I =$$

Задача 3.

3.1 Сопротивление цепи

$$R_x =$$

3.2 Отношение сил токов

$$\frac{I_1}{I_0} =$$

3.3 Формула для расчета сил токов

$$I_k =$$

3.4 Сопротивление цепи

$$R_x =$$

3.5 Формула для расчета сил токов

$$I_k =$$

Задача 4

4.1 Сопротивление участка медной жилы

$$R_1 = .$$

Сопротивление всей медной жилы

$$R_{1\Sigma} =$$

4.2 Сопротивление изоляции участка кабеля

$$R_2 =$$

Полное сопротивление изоляции

$$R_{2\Sigma} =$$

4.3 Эквивалентная электрическая схема кабеля

4.4 Отношение сил токов на выходе и входе кабеля

$$\frac{I_1}{I_0} =$$

Листы ответов

Задание 2. Вытекание

1.1 Высота подъема

$$h_0 =$$

1.2 Проекция ускорения и начальной скорости

$$a_z =$$

$$v_{0z} =$$

1.3 Зависимость скорости шарика v_z от координаты

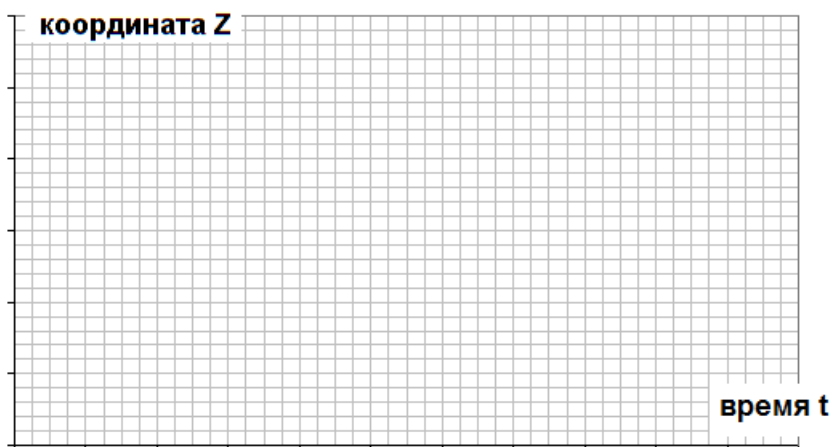
$$v_z(z) =$$

1.4 Зависимость координаты шарика от времени

$$z(t) =$$

1.5 График зависимости координаты от времени

Зависимость координаты от времени



1.6 Показатели степеней.

$$\alpha = \qquad \qquad \beta =$$

1.7 Постоянная C

$$C =$$

2.1 Зависимость скорости вытекания воды

$$v_1(z) =$$

2.2 Зависимость скорости опускания уровня воды

$$V_z(z) =$$

2.3 Ускорение, с которым опускается уровень воды в сосуде

$$a_z =$$

2.4 Зависимость высоты уровня воды в сосуде от времени

$$z(t) =$$

2.5 Время «полувывтекания»

$$\tau_{0,5} =$$

2.6 Численное значение

$$\tau_{0,5} =$$

Листы ответов

Задание 3. Теплокровный сферический кот

1.1 Установившаяся температура голого котенка

$$t_2 =$$

1.2.1 Установившаяся температура одетого котенка

$$t_3 =$$

1.2.2 Коэффициент теплопередачи

$$\alpha_0 =$$

2.1 Оптимальная температура кота

$$t_{opt} =$$

2.2 Нормировочная постоянная

$$C =$$

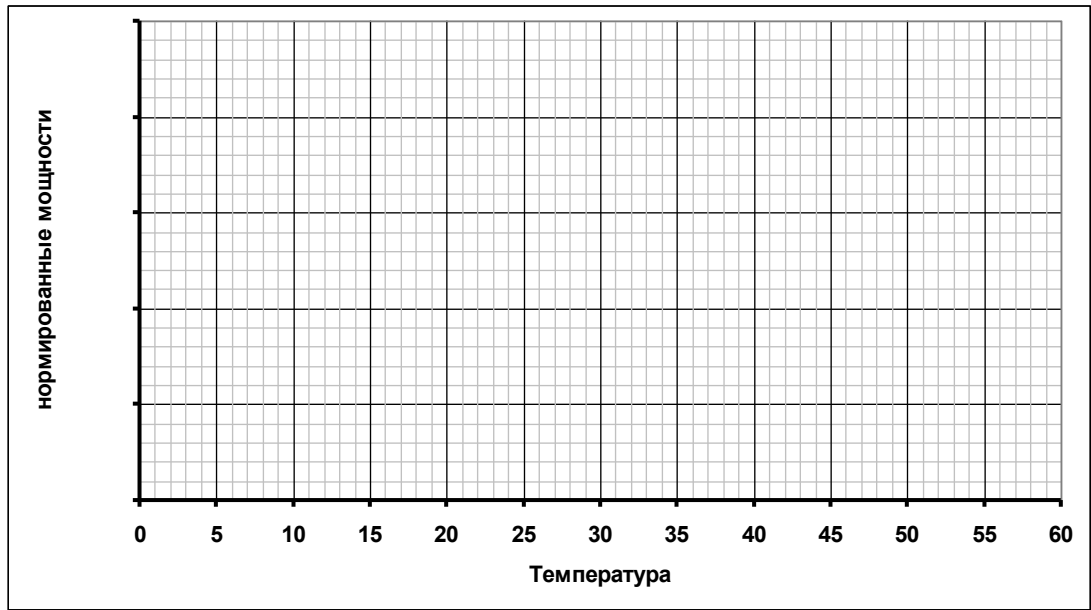
Формулы зависимостей

$$\bar{W}(t) =$$

$$\bar{q}(t) =$$

Значения параметров зависимостей

2.3 Графики зависимости $\bar{W}(t)$ и $\bar{q}(t)$



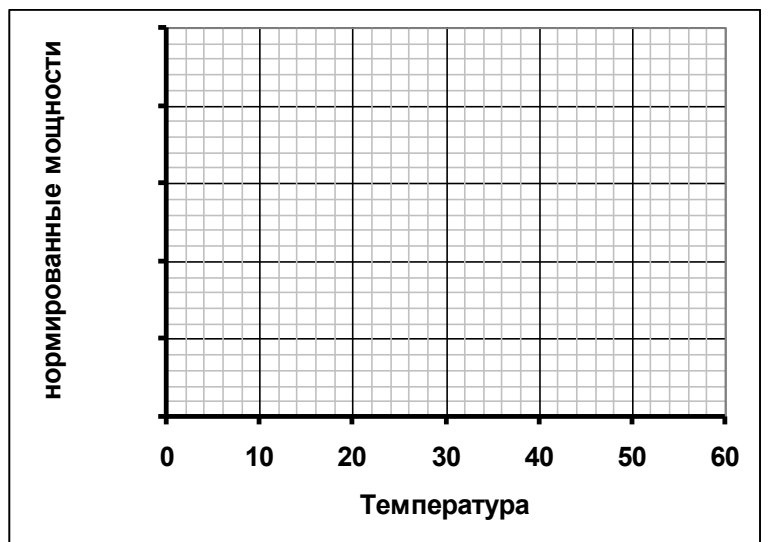
2.4 Установившиеся температуры

При температуре воздуха $t_0 = 35^\circ$

$t =$

при температуре воздуха $t_0 = 25^\circ$

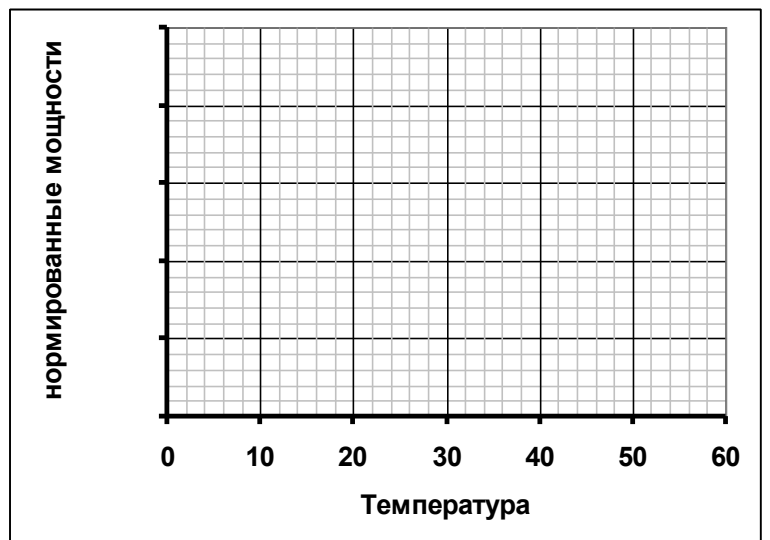
$t =$



2.5 Диапазон температур

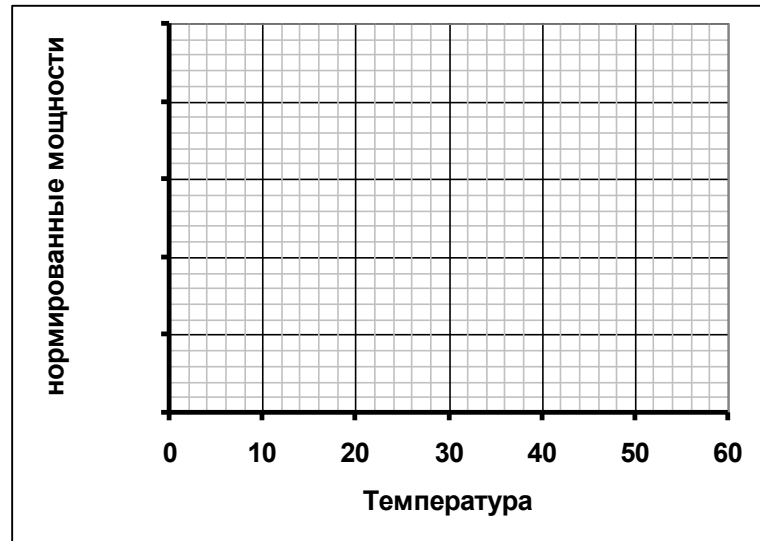
$t_{\min} =$

$t_{\max} =$

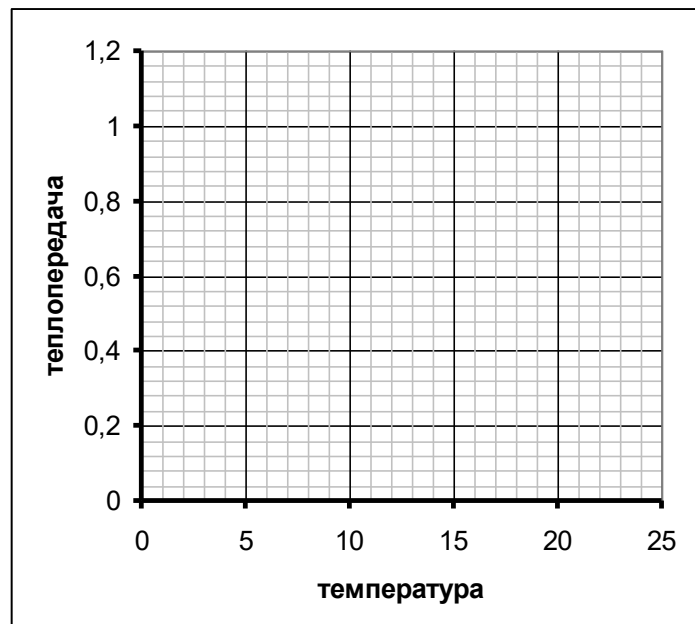


2.6 Зависимость коэффициента теплоотдачи от температуры воздуха

$$\alpha(t_0) =$$



2.7 График зависимости $\frac{\alpha(t_0)}{\alpha_0}$



2.8 Изменение коэффициента теплопередачи

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} =$$



Республиканская физическая олимпиада 2024 года (Заключительный этап)

Теоретический тур

10 класс.

Внимание! Прочтите в первую очередь.

1. Полный комплект состоит из 3 заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.
2. На отдельном листе приведены формулы приближенных вычислений, используйте их при решении задач, там, где это необходимо.
3. Решения задач выполняйте на отдельных чистых рабочих листах. Самостоятельно разделите их на черновики и чистовые листы. Рекомендуем сначала решать в черновике, а затем красиво оформить решение на чистовых листах. Решение каждого задания начинайте с нового чистового листа. В решении приведите рисунки (в некоторых заданиях рисунки необходимы, даже в том случае, когда это не оговорено в условии), исходные уравнения с кратким обоснованием, решения уравнений (комментарии к математическим выкладкам не требуются), окончательные результаты. Окончательные решения обязательно занесите в листы ответов. Чистовые листы пронумеруйте. Черновые листы после окончания работы перечеркните. **Черновики проверяться не будут!**
4. Листы ответов содержат отдельные разделы в соответствии с пунктами полученных Вами заданий. Конечные формулы и требуемые численные значения занесите в соответствующие выделенные поля. Если по условию заданий от Вас требуется построение графика, используйте подготовленные бланки в Листах ответов, не забудьте подписать и оцифровать оси координат.
5. Все ваши работы сканируются, поэтому пишите только на одной стороне листа. Подписывать рабочие листы и листы ответов запрещается.
6. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
7. После окончания работы сложите листы в следующем порядке: листы ответов; пронумерованные чистовые листы; перечеркнутые черновики.
8. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.



Пакет содержит:

- титульный лист (1 стр.);
- лист математических подсказок (1 стр.);
- условия 3 теоретических заданий (7 стр.);
- листы ответов (4 стр.);

Формулы приближенных вычислений.

При решении задач Вам могут понадобиться следующие приближенные формулы

$$1. (1+x)^\gamma \approx 1 + \gamma x$$

формула справедлива при любых (целых, дробных, положительных, отрицательных) значениях степени γ .

$$\sin x \approx x$$

$$2. \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$$

аргументы тригонометрических функций должны быть заданы в радианах.

$$3. e^x \approx 1 + x.$$

Комментарии.

1. Во всех формулах величина x безразмерная и значительно меньше 1: $x \ll 1$
2. Для использования этих формул, прежде всего необходимо привести вашу формулу к стандартному виду, которые даны здесь.
3. В ходе приближенных преобразований соблюдайте правило соблюдения порядка малости: если вы отбрасываете малые величины порядка x^2 и выше – отбрасывайте их сразу в промежуточных выкладках; если вы сохраняете величины определенного порядка, то сохраняйте их во всех преобразованиях

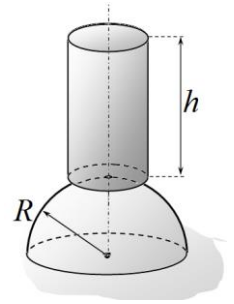
Задание 1. Цирковая разминка

Это задание состоит из двух не связанных между собой задач.



Задача 1. Девочка на шаре

Построим предельно упрощенную модель этого изящного циркового номера: первое – считаем, что шар закреплен и неподвижен; второе – считаем девочку сплошным однородным цилиндром; третье – считаем, что трение между поверхностью шара и основанием цилиндра достаточно велико, так, что цилиндр может прокатываться по поверхности шара без проскальзывания. Обозначим радиус шара R , высоту цилиндра h .



1. Определите, при каких значениях отношения $\frac{h}{R}$ цилиндр может устойчиво стоять вертикально на вершине шара.

Задача 2. Канатоходцы



Исполнение этого циркового номера требует серьезной технической подготовки. Для исследования возможности хождения по канату проводится следующий модельный эксперимент.

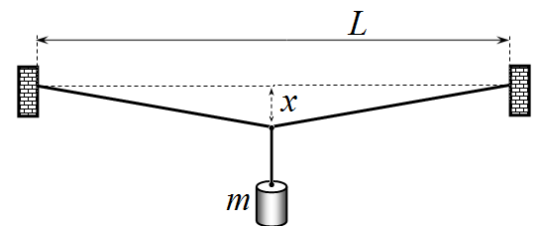
Медная проволока длины $L = 2,0\text{ м}$ подвешена горизонтально между двумя неподвижными упорами. Массой проволоки и ее натяжением в горизонтальном положении следует пренебрегать. К середине проволоки подвешивают груз массы m . При этом проволока провисает на некоторую величину x .

В ниже приведена диаграмма растяжения проволоки – зависимость силы упругости F , возникающей в проволоке, от ее относительной деформации $\varepsilon = \frac{\Delta l}{L}$. Там же приведены значения

относительной деформации и соответствующей силы упругости в двух характерных точках. Участок диаграммы 0-1 – линейный (область упругости), точка 2 – точка разрыва.

Ускорение свободного падения считать равным $g = 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$.

Используя приведенные данные, рассчитайте:

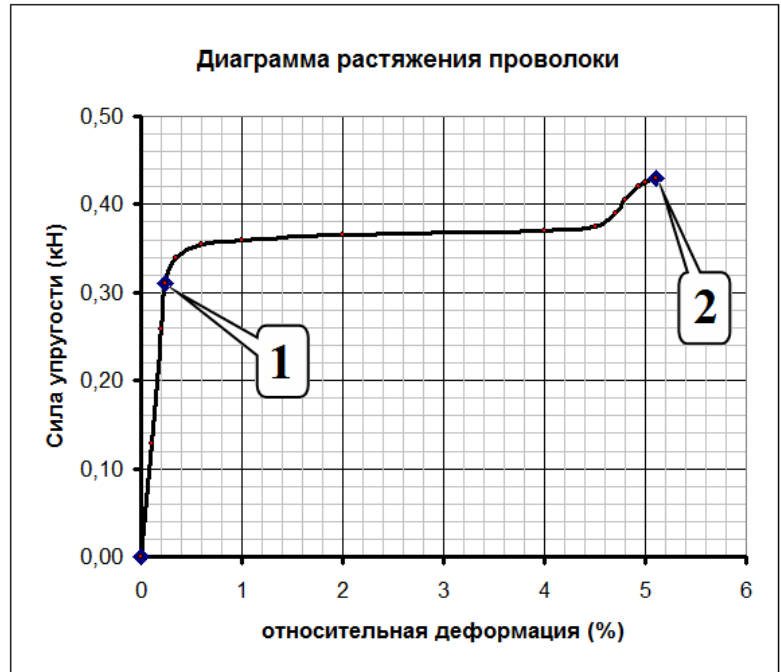


- 2.1 Величину провисания проволоки x , если масса подвешенного груза равна $m_1 = 2,0\text{ кг}$.

2.2 Максимальную массу груза m_2 , который можно подвесить к этой проволоке (до ее разрыва)

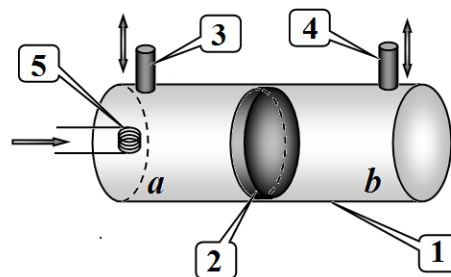
Диаграмма растяжения проволоки.

№	$\varepsilon(\%)$	$F, \text{кН}$
0	0,00	0,00
1	0,24	0,31
2	5,10	0,43



Задание 2. Газовые законы

Для проведения экспериментов используется следующая установка. Закрытый теплоизолированный цилиндрический сосуд 1 разделен на две части *a* и *b* подвижным поршнем 2. Объем поршня значительно меньше объема сосуда. Через небольшие трубки с кранами 3 и 4 в обе части сосуда можно закачивать газ. В части сосуда *a* находится нагреватель 5, с помощью которого газу можно передавать теплоту.



Теплоемкостью сосуда и поршня можно пренебречь. Трением поршня о стенки сосуда также можно пренебречь. Поршень является теплопроводящим, поэтому газы в разных частях сосуда могут медленно обмениваться теплотой. Во всех экспериментах используется аргон (одноатомный газ). Внутренний объем сосуда равен $2V_0$.

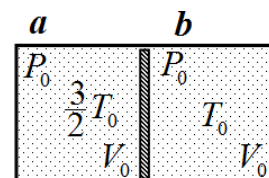
Часть 1. Горизонтальный сосуд.

В листе ответов приведена Таблица 1, в которой показаны последовательные состояния газов и примерное положение поршня. В этой Таблице приведены известные значения параметров газов. Вам необходимо заполнить эту таблицу, привести значения параметров газов (давление, объем температура) в различных состояниях.

При проведении расчетов, используйте обозначения параметров газов в различных состояниях, приведенные в Таблице 1. При решении уравнений можете использовать численные данные, приведенные в условии. Допускается проведение промежуточных численных расчетов. Все ответы должны быть выражены через значения параметров P_0, V_0, T_0 .

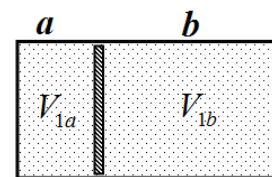
Помните, что обыкновенные дроби – числа точные, а десятичные – приближенные!

Сосуд расположили горизонтально, поршень делит сосуд на две равные части. Обе части сосуда заполняют газом и закрывают краны. При этом давление газов в обеих частях сосуда одинаковы и равны P_0 .



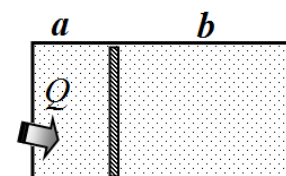
Температура газа в части *b* равна T_0 , а в части *a* – $\frac{3}{2}T_0$.

Поршень начинает медленно смещаться и через какой-то промежуток времени приходит в состояние равновесия.



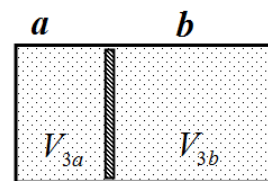
1.1 Рассчитайте значения параметров газов (давления, объемы, температуры) в обеих частях сосудов, после установления теплового равновесия.

После достижения равновесия, газу в части *a* с помощью нагревателя быстро сообщают количество теплоты равное $Q = \frac{1}{2} P_0 V_0$.



1.2 Пренебрегая смещением поршня и теплопередачей через поршень за время нагрева, рассчитайте значение параметров газов после прекращения нагревания.

После прекращения нагревания поршень приходит в движение и переходит в состояние равновесия.

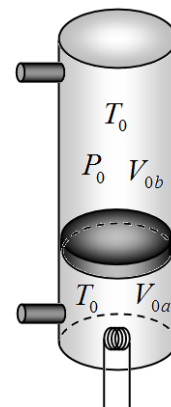


1.3 Рассчитайте значения параметров газов в обеих частях сосудов, после установления теплового равновесия.

Часть 2. Вертикальный сосуд.

Обе части сосуда заполнили одинаковыми количествами аргона, и расположили сосуд вертикально.

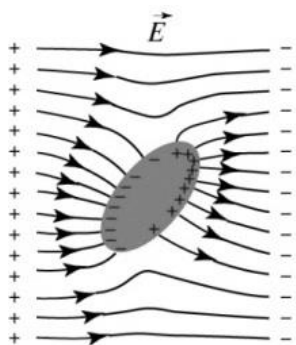
Поршень находится в равновесии. При этом температуры газа в обеих частях сосуда равны, отношение объемов частей сосуда равно $\frac{V_{0b}}{V_{0a}} = \frac{3}{1}$, давление газа в верхней части сосуда - P_0 . (которое отличается начального давления в Части 1).



2. Рассчитайте, какое количество теплоты Q необходимо сообщить газу, чтобы после достижения равновесия отношение объемов частей сосуда стало равным $\frac{V_{1b}}{V_{1a}} = \frac{2}{1}$.

Примечание. Изменением потенциальной энергии взаимодействия газа с Землей можно пренебречь.

Задание 3. Поле в диэлектрике



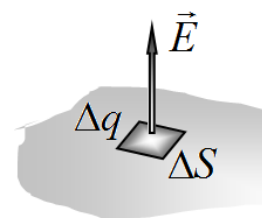
Диэлектрик, помещенный во внешнее электрическое поле, поляризуется, т.е. происходит частичное смещение электрических зарядов (электронов и ядер). Вследствие чего на поверхности **однородного** диэлектрика возникают индуцированные (поляризационные) заряды, которые создают собственное электрическое поле, как внутри диэлектрика, так и вне его. Если силовые линии электрического поля везде на границе диэлектрика **перпендикулярны** этой границе, то напряженность электрического поля внутри диэлектрика оказывается в ε раз меньше, чем напряженность поля при отсутствии диэлектрика (где ε - диэлектрическая проницаемость диэлектрика).

В данном задании Вам необходимо продемонстрировать понимание описанного механизма изменения поля в диэлектрике.

Если электрические заряды распределены по поверхности, то удобно ввести такую характеристику зарядов, как их поверхностная плотность:

$$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}.$$

(1)



где Δq - заряд, находящийся на малой площадке площади ΔS .

Во всех частях этого задания предполагается, что электрические заряды распределены по плоским поверхностям равномерно $\sigma = const$, а создаваемое ими электрическое поле является однородным. Т.е. краевыми эффектами следует пренебрегать.

Считайте, что вне диэлектриков находится вакуум.

Часть 1. Нормальное поле

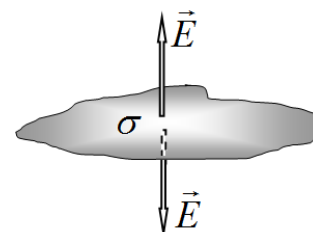
В учебнике физики для 10 класса приведена формула для емкости плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}.$$

(2)

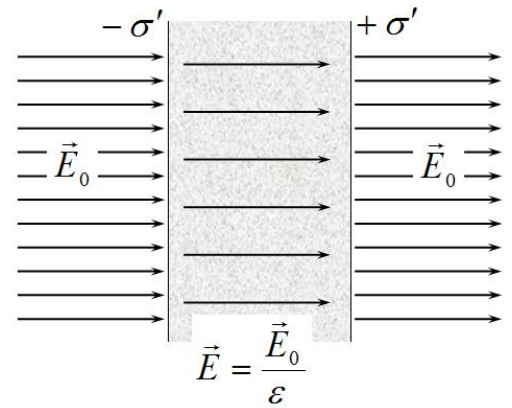
где S - площадь пластин (обкладок) конденсатора, d - расстояние между обкладками, ε - диэлектрическая проницаемость вещества, находящегося между обкладками, ε_0 - электрическая постоянная.

1.1 Бесконечная равномерно заряженная с поверхностной плотностью заряда σ плоскость создает однородное электрическое поле, напряженности \vec{E} .



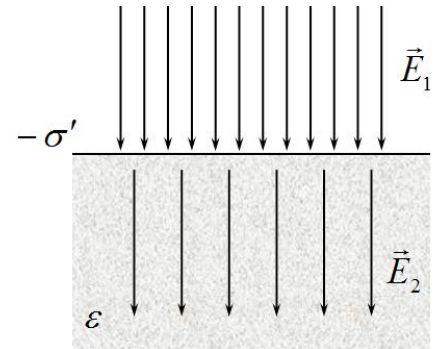
1.1 Используя формулу для емкости плоского конденсатора (2), выразите модуль напряженности электрического поля E , создаваемого зарядами на плоскости, через их поверхностную плотность σ .

1.2 В однородное электрическое поле напряженности \vec{E}_0 помещена незаряженная плоскопараллельная пластина, изготовленная из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε . Силовые линии поля перпендикулярны пластине.



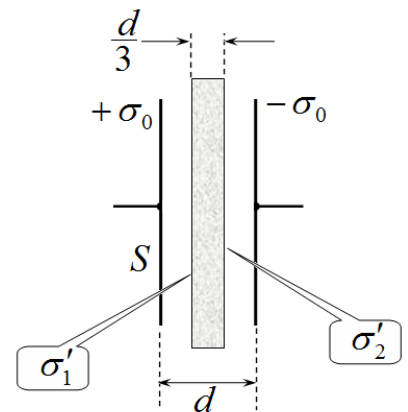
1.2 Найдите поверхностную плотность индуцированных зарядов на пластине σ' . Выразите значение этой плотности а) через напряженность поля E_0 вне пластины; б) через напряженность поля E внутри пластины.

1.3 Силовые линии электрического поля перпендикулярны плоской границе однородного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε (нижняя граница находится бесконечно далеко). Над диэлектриком напряженность поля равна \vec{E}_1 .



1.3 Найдите поверхностную плотность индуцированных на границе зарядов σ' . Выразите ее через напряженность поля внутри диэлектрика E_2 .

1.4 Плоский конденсатор состоит из двух проводящих параллельных пластин площади S , находящихся на расстоянии d друг от друга, которое значительно меньше размеров пластин. Между пластинами находится непроводящая плоскопараллельная пластинка толщины $\frac{d}{3}$, расположенная параллельно пластинам-обкладкам конденсатора. На обкладках конденсатора равномерно распределены электрические заряды, поверхностные плотности которых равны $\pm \sigma_0$.



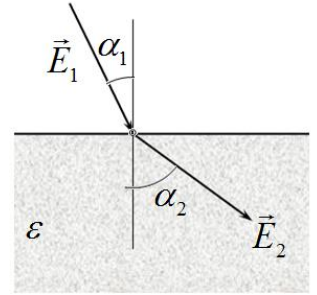
1.4.1 Найдите поверхностные плотности зарядов σ'_1, σ'_2 на поверхностях диэлектрической пластинки (укажите знаки этих зарядов).

1.4.2 Найдите электрическую емкость этого конденсатора C_0 .

1.4.3 Найдите давление, которое оказывает электрическое поле на одну из граней диэлектрической пластинки. Укажите, растягивается или сжимается пластинка под действием электрического поля.

Часть 2. Наклонное поле

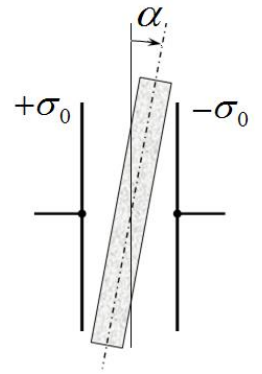
2.1 Силовые линии однородного электрического поля напряженности \vec{E}_1 образуют угол α_1 с нормалью к плоской границе диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε . Внутри диэлектрика вектор напряженности однородного электрического поля \vec{E}_2 направлен под углом α_2 к нормали к границе диэлектрика.



2.1.1 Получите «закон преломления» силовых линий, т.е. соотношение, связывающее углы α_1 , α_2 и диэлектрическую проницаемость ε .

2.1.2 Найдите отношение модулей напряженностей полей $\frac{E_2}{E_1}$ как функцию диэлектрической проницаемости ε и угла α_1 .

2.2 Диэлектрическую пластину конденсатора, описанного в п. 1.4, повернули на угол α .



2.2.1 Найдите емкость конденсатора C с повернутой пластиной.

2.2.2 Найдите относительное изменение емкости конденсатора $\frac{C - C_0}{C_0}$ при повороте пластины на малый угол α . (C_0 - емкость конденсатора, найденная в п. 1.4.2.)

Примечание. Считайте, что при повороте пластины распределение зарядов на обкладках конденсатора и на гранях диэлектрической пластины остается равномерным, а электрическое поле в зазорах между обкладками пластинкой остается однородными перпендикулярным обкладкам конденсатора.

Листы ответов

Задание 1. Цирковая разминка

Задача 1. Девочка на шаре

1. Цилиндр может стоять на шаре при

$$\frac{h}{R}$$

Задача 2. Канатоходцы

2.1 Провисание проволоки равно (формула и численное значение)

$$x =$$

2.2 Максимальная масса груза равна (формула и численное значение)

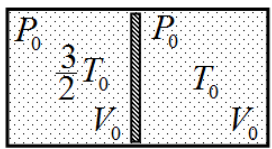
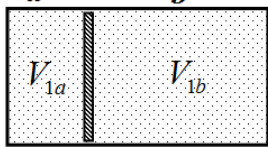
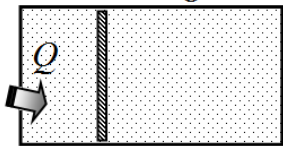
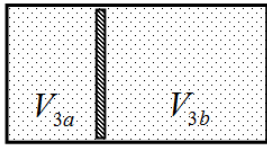
$$m_{\max} =$$

Листы ответов

Задание 2. Газовые законы

Часть 1. Горизонтальный сосуд.

Таблица 1. Параметры газов

№	рисунок	параметры газа в части a	параметры газа в части b
1.1		$P_{0a} = P_0$	$P_{0b} = P_0$
		$V_{0a} = V_0$	$V_{0b} = V_0$
		$T_{0a} = \frac{3}{2}T_0$	$T_{0b} = T_0$
1.1		$P_{1a} =$	$P_{1b} =$
		$V_{1a} =$	$V_{1b} =$
		$T_{1a} =$	$T_{1b} =$
1.2		$P_{2a} =$	$P_{2b} =$
		$V_{2a} =$	$V_{2b} =$
		$T_{2a} =$	$T_{2b} =$
1.3		$P_{3a} =$	$P_{3b} =$
		$V_{3a} =$	$V_{3b} =$
		$T_{3a} =$	$T_{3b} =$

Часть 2. Вертикальный сосуд

2. Количество переданной теплоты

$$Q =$$

Листы ответов

Задание 3. Поле в диэлектрике

1.1 Напряженность электрического поля

$$E =$$

1.2 Поверхностная плотность зарядов

$$\sigma(E_0) = \quad \sigma(E) =$$

1.3 Поверхностная плотность зарядов

$$\sigma(E_2) =$$

1.4.1 Поверхностные плотности зарядов

$$\sigma'_1 = \quad \sigma'_2 =$$

1.4.2 Электрическую емкость конденсатора

$$C_0 =$$

1.4.3 Давление электрического поля

$$P =$$

2.1.1 «Закон преломления» силовых линий

2.1.2 Отношение модулей напряженностей полей

$$\frac{E_2}{E_1} =$$

2.2.1 Емкость конденсатора с повернутой пластиной

$$C =$$

2.2.2 Относительное изменение емкости конденсатора

$$\frac{C - C_0}{C_0} =$$



Республиканская физическая олимпиада 2024 года (Заключительный этап)

Теоретический тур

11 класс.

Внимание! Прочтите в первую очередь.

1. Полный комплект состоит из 3 заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.
2. На отдельном листе приведены формулы приближенных вычислений, используйте их при решении задач, там, где это необходимо.
3. Решения задач выполняйте на отдельных чистых рабочих листах. Самостоятельно разделите их на черновики и чистовые листы. Рекомендуем сначала решать в черновике, а затем красиво оформить решение на чистовых листах. Решение каждого задания начинайте с нового чистового листа. В решении приведите рисунки (в некоторых заданиях рисунки необходимы, даже в том случае, когда это не оговорено в условии), исходные уравнения с кратким обоснованием, решения уравнений (комментарии к математическим выкладкам не требуются), окончательные результаты. Окончательные решения обязательно занесите в листы ответов. Чистовые листы пронумеруйте. Черновые листы после окончания работы перечеркните. **Черновики проверяться не будут!**
4. Листы ответов содержат отдельные разделы в соответствии с пунктами полученных Вами заданий. Конечные формулы и требуемые численные значения занесите в соответствующие выделенные поля. Если по условию заданий от Вас требуется построение графика, используйте подготовленные бланки в Листах ответов, не забудьте подписать и оцифровать оси координат.
5. Все ваши работы сканируются, поэтому пишите только на одной стороне листа. Подписывать рабочие листы и листы ответов запрещается.
6. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, калькулятор.
7. После окончания работы сложите листы в следующем порядке: листы ответов; пронумерованные чистовые листы; перечеркнутые черновики.
8. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

Пакет содержит:

- титульный лист (1 стр.);
- лист математических подсказок (1 стр.);
- условия 3 теоретических заданий (7 стр.);
- листы ответов (5 стр.);

11 класс. Теоретический тур. Вариант 1.



Формулы приближенных вычислений.

При решении задач Вам могут понадобиться следующие приближенные формулы

$$1. (1+x)^\gamma \approx 1 + \gamma x$$

формула справедлива при любых (целых, дробных, положительных, отрицательных) значениях степени γ .

$$\sin x \approx x$$

$$2. \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$$

аргументы тригонометрических функций должны быть заданы в радианах.

$$3. e^x \approx 1 + x.$$

Комментарии.

1. Во всех формулах величина x безразмерная и значительно меньше 1: $x \ll 1$
2. Для использования этих формул, прежде всего необходимо привести вашу формулу к стандартному виду, которые даны здесь.
3. В ходе приближенных преобразований соблюдайте правило соблюдения порядка малости: если вы отбрасываете малые величины порядка x^2 и выше – отбрасывайте их сразу в промежуточных выкладках; если вы сохраняете величины определенного порядка, то сохраняйте их во всех преобразованиях

Задание 1. Гигантомания

Данное задание состоит из трех не связанных между собой задач на одну тему.

Во всех задачах следует пренебрегать:

- взаимодействием тел с Солнцем и другими небесными телами;
- движением Земли вокруг Солнца и ее вращение вокруг собственной оси;
- сопротивлением воздуха.

Вам могут понадобиться (а могут и не понадобиться) следующие характеристики Земли:
радиус $R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$; масса $M = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ кг}$; ускорение свободного падения на поверхности Земли $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Задача 1.1 Падение камушка

Сферическое тело радиуса $R = 200 \text{ м}$ находится на расстоянии $h = 100 \text{ м}$ от поверхности Земли (см. рис.) и начинает падать на землю без начальной скорости.



1.1.1 За какое время τ тело упадет на Землю? Получите формулу и рассчитайте численное значение.

1.1.2 С какой скоростью v относительно Земли упадет тело на поверхность Земли? Получите формулу и рассчитайте численное значение.

Решите задачу в двух случаях:

- а) плотность падающего тела равна средней плотности Земли;
- б) масса тела равна массе Земли (т.е. тело – небольшая нейтронная звездочка).

Задача 1.2 Космический корабль.

Космический корабль движется по круговой орбите вокруг Земли на высоте h над поверхностью Земли, которая значительно меньше радиуса Земли. Размеры корабля значительно меньше радиуса Земли.

1.2. Чему равен период обращения спутника вокруг Земли T ? Получите формулу и рассчитайте численное значение.

Решите задачу в двух случаях:

- а) масса корабля значительно меньше массы Земли;
- б) масса корабля равна массе Земли.

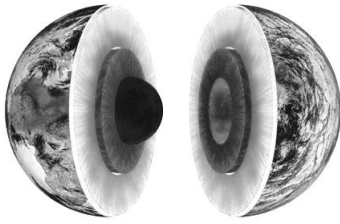
Задача 1.3 Эталон часа

На поверхности Земли построили башню, высота которой немного превышает радиус Земли R . К вершине башни прикрепили математический маятник длины R . Массой подвеса можно пренебречь, подвешенный груз можно считать материальной точкой, масса которой значительно меньше массы Земли.



1.3 Чему равен период малых колебаний T этого маятника? Получите формулу и рассчитайте численное значение.

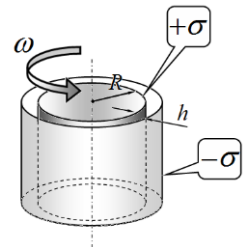
Задание 2. Магнитное динамо



Теория возникновения и существования магнитного поля Земли до настоящего времени окончательно не разработана. В данном задании вам предстоит проанализировать примитивную модель, на первый взгляд, позволяющую описать возникновение магнитного поля, благодаря эффекту магнитного динамо.

Не вызывает сомнений, что магнитное поле Земли существует благодаря, во-первых, наличию в ядре Земли хорошо проводящего слоя расплавленного железа, во-вторых, вращению Земли вокруг своей оси.

Рассмотрим следующую модель: тонкий цилиндрический слой проводящего вещества вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω . Обозначим внутренний радиус этого слоя R , а его толщину h , причем $h \ll R$, удельное электрическое сопротивление этого слоя равно ρ , диэлектрическими и магнитными свойствами слоя пренебрегаем $\varepsilon = \mu = 1$. Этот слой находится в непроводящей среде.

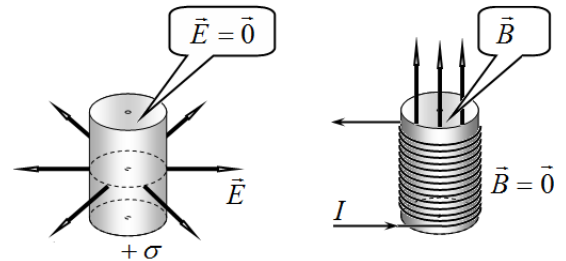


Основная идея генерации магнитного поля следующая. Пусть на внутренней поверхности слоя случайно возник электрический заряд, поверхностная плотность которого равна $+\sigma$, тогда на внешней поверхности появится равный по модулю электрический заряд с поверхностной плотностью $-\sigma$. При вращении слоя эти заряды создают магнитное поле, которое воздействует на электроны в проводящем слое, что может приводить к возникновению электрического тока между внутренней и внешней поверхностью рассматриваемого поля, что, в свою очередь, может приводить к увеличению плотности зарядов и как, следствие, к усилению самого магнитного поля.

Подсказки

Если на боковой поверхности цилиндра находится равномерно распределенный заряд с поверхностной плотностью σ , то эти заряды создают радиальное электрическое поле у поверхности цилиндра, напряженность которого равна

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} . \quad (1)$$



Внутри цилиндра электрическое поле отсутствует. В данном задании можно считать, что модуль напряженности электрического поля в рассматриваемом тонком слое постоянен и определяется формулой (1)

Если по обмотке цилиндрического соленоида протекает электрический ток силы I , то этот ток внутри цилиндра создает однородное магнитное поле, направленное вдоль оси цилиндра, модуль которого равен

$$B = \mu_0 n I , \quad (2)$$

где n - плотность намотки (число витков на единицу длины). Вне соленоида магнитное поле отсутствует.

Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$. Магнитная постоянная $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \frac{\Gamma_H}{\text{м}}$.

Часть 1. Поле в слое

Для описания рассматриваемого явления введем декартовую систему координат внутри слоя:

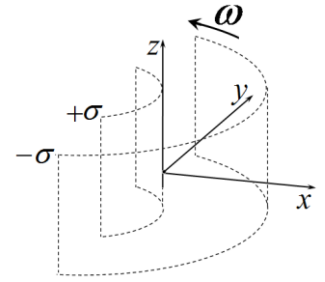
Ось x - радиально, перпендикулярно боковым поверхностям слоя;

Ось y - по касательной к внутренней поверхности слоя,

перпендикулярно его оси;

Ось z - параллельно оси слоя;

начало координат находится на внутренней поверхности слоя.



- 1.1 В листе ответов укажите направления векторов: напряженности электрического поля \vec{E} , индукции магнитного поля \vec{B} , скорости движения \vec{v} в точке, находящейся внутри слоя на оси x .
- 1.2 Выразите модуль индукции магнитного поля внутри слоя B через поверхностную плотность зарядов σ , угловую скорость вращения ω и радиус слоя R .
- 1.3 В листе ответов укажите направления сил, действующих на электрон внутри слоя: \vec{F}_E со стороны электрического поля, \vec{F}_B - со стороны магнитного поля.
- 1.4 Укажите, чему равны модули сил \vec{F}_E и \vec{F}_B .

Часть 2. Заряды и токи

В этой части массой электроном следует пренебречь.

- 2.1 Получите уравнение, описывающее изменение поверхностной плотности зарядов с течением времени $\frac{\Delta\sigma}{\Delta t}$, включающее только характеристики проводящего слоя и физические постоянные.
- 2.2 Определите «критическую» скорость движения слоя $V^* = \omega^* R$, при превышении которой магнитное поле внутри слоя может возрасти с течением времени. Рассчитайте ее численное значение.

Будем считать, что радиус слоя равен $R = 3,5 \cdot 10^6 \text{ м}$ (что равно радиусу ядра Земли), удельное электрическое сопротивление слоя $\rho = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ Ом} \cdot \text{ м}$ (сопротивление расплавленного железа).

- 2.3 Рассчитайте длительность суток на Земле, если скорость движения рассматриваемого слоя достигнет критической величины V^* .
- 2.4 Пусть поверхностная плотность зарядов на поверхностях слоя в некоторый момент равна σ_0 . Оцените характерное время исчезновения этих зарядов, если угловая скорость вращения слоя равна угловой скорости вращения Земли.

Часть 3. Спасает ли модель масса электрона?

В этой части вам необходимо модифицировать рассматриваемую модель с учетом массы электрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ (заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$). Считайте, что рассматриваемый слой вращается с угловой скоростью равной угловой скорости вращения Земли.

3.1 Покажите, что при учете массы электрона, возможно существования стационарных зарядов на поверхностях слоя. Получите формулу для поверхностной плотности этих зарядов.

3.2 Рассчитайте индукцию магнитного поля внутри слоя в этом случае. Сравните полученное значение со средним значением индукции магнитного поля на поверхности земли $B_0 \approx 40 \text{ мкТл}$

3.3 Сделайте вывод: описывает ли рассмотренная модель механизм возникновения магнитного поля Земли?

Задание 3. Таутохронизм и принцип Ферма

Принцип Ферма (принцип наименьшего времени Ферма) — постулат в геометрической



оптике, согласно которому свет выбирает из множества путей между двумя точками тот путь, который потребует наименьшего времени.

Этот принцип, сформулированный в I в. Героном Александрийским для отражения света, в общем виде был сформулирован Пьером Ферма в 1662 году в качестве самого общего закона геометрической оптики.

Википедия

Долгое время принцип Ферма считался мистическим: «Где у света такой мозг, который заранее может рассчитать путь кратчайшего времени?»

Конечно, у света мозга нет, но докажите, что он есть у Вас!

В данном задании вам необходимо решить несколько оптических задач с помощью принципа Ферма. Будем считать, что законы отражения и преломления света Вам не известны, но Вы знаете и верите в принцип Ферма. Закон прямолинейного распространения света использовать разрешено.

Внимание! Решения, в которых явно используются законы отражения и преломления света не рассматриваются и не оцениваются!

Во всех задачах, связанных с зеркалами и линзами, используйте параксиальное приближение, т.е. считайте, что рассматриваются лучи идут на малом расстоянии от оптической оси и под малыми углами к этой оси.

Часть 1. Математическое введение.

Чтобы упростить математические выкладки при решении физических задач, используйте следующие математические формулы.

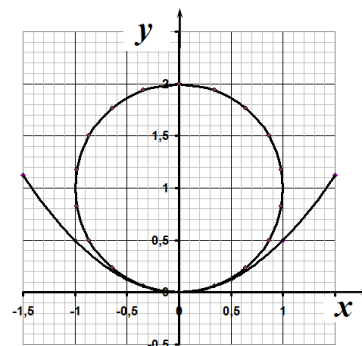
1.1 Докажите, что при $x \ll a$ справедлива приближенная формула

$$\sqrt{a^2 + x^2} \approx a + \frac{x^2}{2a}. \quad (1)$$

Небольшую дугу окружности можно приближенно заменить участком параболы. Пусть центр окружности радиуса R лежит на оси y и окружность касается оси x . Тогда, уравнение соприкасающейся с окружностью в начале координат параболы имеет вид

$$y = \frac{x^2}{2R}. \quad (2)$$

На рисунке показана окружность единичного радиуса и соприкасающаяся с ней парабола.

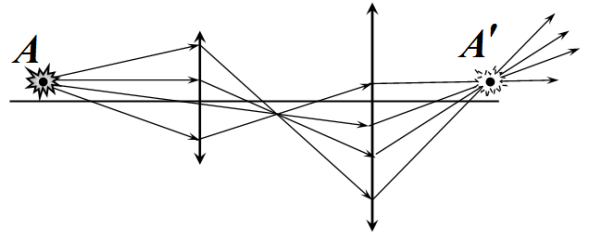


1.2 Докажите формулу (2) для уравнения соприкасающейся параболы.

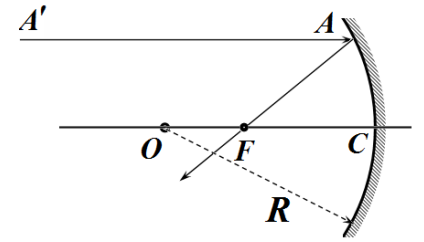
Даже если Вы не смогли доказать эти формулы, Вы имеете право использовать их в дальнейшем.

Часть 2. Таутохронизм

Таутохронизм означает постоянство времени. Частным случаем принципа Ферма является **принцип таутохронизма**. Этот принцип утверждает, что для любой оптической системы, формирующей изображение, время прохождения света от точечного источника A до его изображения A' вдоль любого луча одинаково. Иными словами – точка изображение есть точка A' время достижения которой от источника не зависит от траектории луча света.

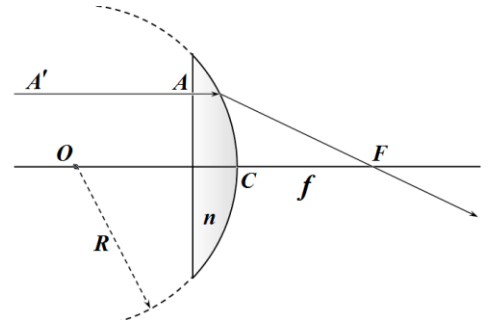


Задача 2.1 На рисунке показано вогнутой сферическое зеркало радиуса R : O - центр кривизны зеркала, C - его оптический центр; OC - главная оптическая ось зеркала.



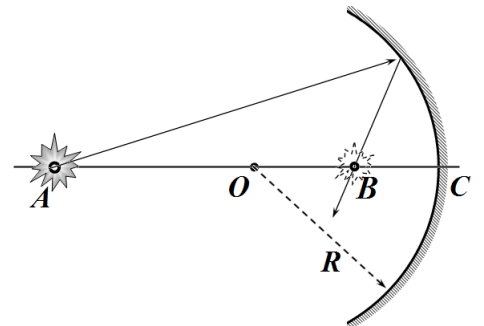
2.1 Используя принцип таутохронизма, докажите, что все лучи $A'A$, параллельные главной оптической оси после отражения от зеркала пересекутся в одной точке F , которая называется фокусом. Найдите фокусное расстояние зеркала $f = |FC|$.

Задача 2.2 На рисунке показана плосковыпуклая линза. Радиус сферической поверхности линзы равен R , показатель преломления материала линзы равен n . O - центр кривизны выпуклой поверхности; C - оптический центр линзы, OC - главная оптическая ось линзы.



2.2 Используя принцип таутохронизма, докажите, что все лучи $A'A$, параллельные главной оптической оси после преломления в линзе от пересекутся в одной точке F , которая называется фокусом. Найдите фокусное расстояние линзы $f = |FC|$.

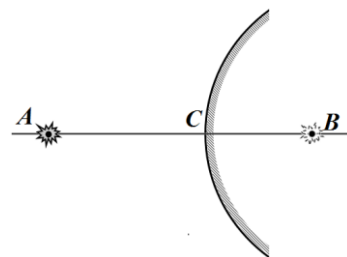
Задача 2.3 На главной оптической оси вогнутого сферического зеркала радиуса R находится точечный источник света A на расстоянии $a = |AC|$ от оптического центра зеркала. Изображение этого источника находится в точке B на расстоянии $b = |BC|$ от оптического центра.



2.3.1 Используя принцип таутохронизма, докажите, что зеркало формирует действительное изображение точечного источника.

2.3.2 Получите «формулу вогнутого зеркала», связывающую расстояния a и b и фокусное расстояние зеркала f .

Задача 2.4 Как известно, изображения могут быть мнимыми.



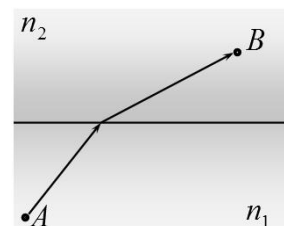
2.4.1 Модернизируйте принцип таутохронизма так, чтобы с его помощью можно было рассчитывать положения мнимых изображений. (Приведите свою формулировку, доказательство не требуется).

2.4.2 Покажите, «формула выпуклого зеркала», связывающая расстояние от точечного источника до оптического центра зеркала $a = |AC|$, расстояние от оптического центра до изображения этого источника $b = |CB|$ и фокусное расстояние зеркала, можно записать в том же виде, что и «формулу вогнутого зеркала», полученную в п. 2.3.2, если переопределить величины, входящие в эту формулу (укажите, эти величины).

2.4.3 Несмотря на то, что уважаемая «Википедия» называет рассматриваемый принцип Ферма постулатом (утверждением, не требующим доказательства), дайте словесное обоснование (не более 50 слов) принципа таутохронизма.

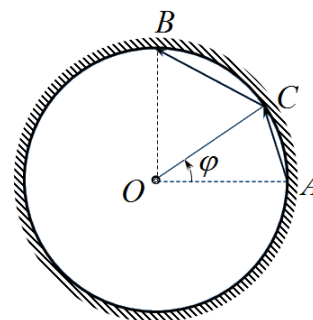
Часть 3. Принцип Ферма

Задача 3.1 Точка A находится в среде с показателем преломления n_1 , точка B в среде с показателем преломления n_2 . Луч света выходит из точки A и после преломления на плоской границе двух сред проходит через точку B .



3.1 Используя принцип Ферма получите формулу для закона преломления света.

Задача 3.2 Рассмотрим отражение света от внутренней зеркальной поверхности цилиндрической трубки радиуса R в плоскости, перпендикулярной оси трубки (см. рис). Рассмотрим все возможные траектории светового луча ACB . Точки A, B, C находятся на внутренней поверхности цилиндра. Центр сечения – точка O . Положение точки C задается углом φ . Угол $\angle AOB$ – прямой.



3.2.1 Найдите зависимость длины траектории ACB от угла φ – $L(\varphi)$. Постройте схематический график этой зависимости для всех возможных значений φ .

3.2.2 Укажите, каким значениям угла φ соответствуют истинные траектории луча. Укажите эти значения на построенном графике $L(\varphi)$.

Задача 3.3 Выводы из проделанной работы.

3.3.1 Уточните формулировку принципа Ферма, так, чтобы она описывала все рассмотренные в данном задании случаи движения луча света.

3.3.2 Дайте словесное обоснование принципа Ферма в общем случае (не более 50 слов).

Листы ответов

Задание 1. Гигантомания

Задача 1.1 Падение камушка

а) плотность падающего тела равна средней плотности Земли;

1.1.1а Время падения (формула и численное значение)

$$\tau =$$

1.1.2а Скорость падения (формула и численное значение)

$$V =$$

а) масса падающего тела равна массе Земли

1.1.1б Время падения (формула и численное значение)

$$\tau =$$

1.1.2б Скорость падения (формула и численное значение)

$$V =$$

Задача 1.2 Космический корабль.

1.2 Период обращения спутника вокруг Земли (формула и численное значение)

а) масса корабля значительно меньше массы Земли;

$$T =$$

б) масса корабля равна массе Земли.

$$T =$$

Задача 1.3 Эталон часа

1.3 Период колебаний

$$T =$$

Листы ответов

Задание 2. Магнитное динамо

1.1 Направления векторов: напряженности электрического поля \vec{E} , индукции магнитного поля \vec{B} , скорости движения \vec{v} в точке, находящейся внутри слоя на оси x (рисунок)

1.2 Модуль индукции магнитного поля внутри слоя

$$B =$$

1.3 Направления сил, действующих на электрон (рисунок)

1.4 Модули сил

$$F_E =$$

$$F_B =$$

2.1 Уравнение, описывающее изменение поверхностной плотности зарядов с течением времени

2.2 «Критическая» скорость движения слоя

$$V^* = \omega^* R =$$

2.3 Длительность суток на Земле

$$T =$$

2.4 Характерное время исчезновения зарядов

$$\tau =$$

3.1 Поверхностной плотности этих зарядов

$$\sigma =$$

3.2 Индукция магнитного поля внутри слоя

$$B =$$

3.3 Описывает ли рассмотренная модель механизм возникновения магнитного поля Земли?

Листы ответов

Задание 3. Таутохронизм и принцип Ферма

2.1 Фокусное расстояние зеркала

$$f =$$

2.2 Фокусное расстояние линзы.

$$f =$$

2.3.2 «Формула вогнутого зеркала»

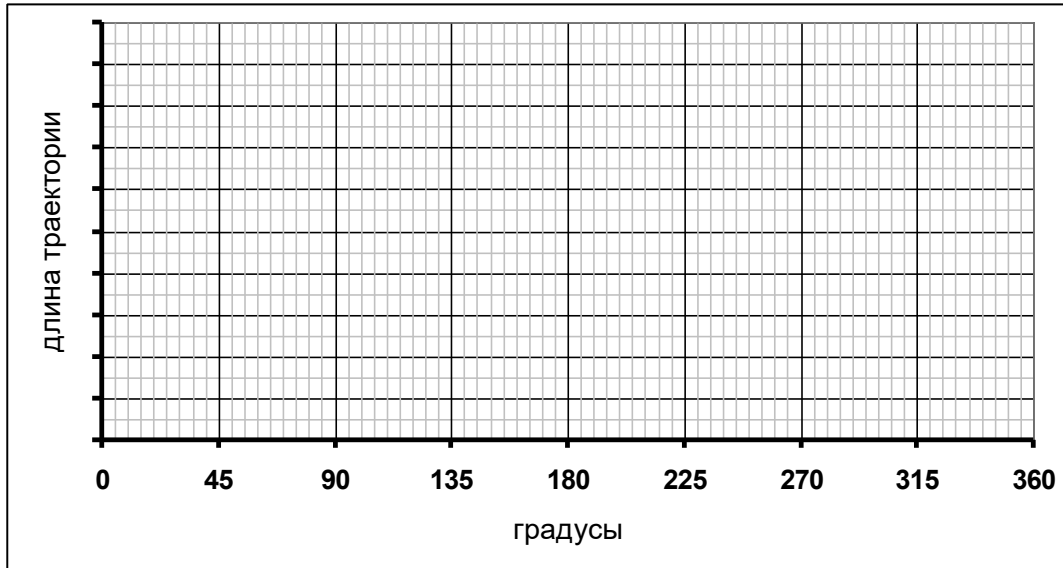
2.4.1 Модернизированный принцип таутохронизма

2.5 Обоснование принципа таутохронизма

3.2.1 Зависимость длины траектории от угла φ

$$L(\varphi) =$$

Схематический график зависимости



3.2.2 Каким значениям угла φ соответствуют истинные траектории луча. Укажите эти значения на построенном графике $L(\varphi)$.

3.3.1 Формулировка принципа Ферма

3.3.2 Обоснование принципа Ферма