



Республиканская физическая олимпиада 2025 года (Заключительный этап) Теоретический тур

Решения задач 9 класс (для жюри)

Уважаемые члены жюри!

Задачи, предложенные школьникам для решения на олимпиаде, не стандартные и достаточно сложные. Предложенные здесь варианты путей решений не являются единственно возможными. Участники олимпиады могут предложить свои способы решения. Если эти способы приводят к правильным ответам и физически обоснованы, то задача (или ее отдельные пункты) должны оцениваться максимальными баллами.

Не забывайте, что Вы должны оценивать не только конечные ответы, но и отдельные правильные шаги в ходе решения!



***Не жалейте баллов (если, конечно, есть за что!) для наших
замечательных школьников!***

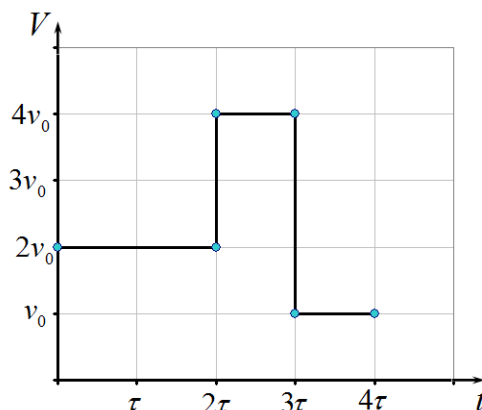
Задание 1. Поговорим о средних... (решение)

Задача 1.1 Средняя скорость.

1.1.1 Расчет средней скорости в данном случае проводится традиционно. Пройденный путь численно равен площади под графиком зависимости $v(t)$:

$$S = \sum_k v_k \Delta t_k = 2v_0 \cdot 2\tau + 4v_0\tau + v_0\tau = 9v_0\tau. \quad (1)$$

Следовательно, средняя скорость за все время движения будет равна

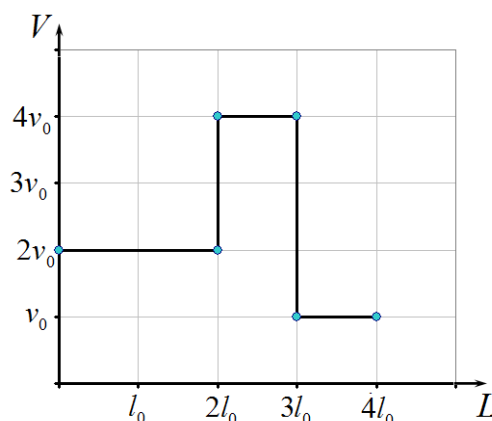


$$\langle v \rangle = \frac{S}{\Delta t} = \frac{9v_0\tau}{4\tau} = \frac{9}{4}v_0. \quad (2)$$

1.1.2 В данном случае пройденный путь известен, необходимо рассчитать время движения, что также делается элементарно

$$\Delta t = \sum_k \frac{l_k}{v_k} = \frac{2l_0}{2v_0} + \frac{l_0}{4v_0} + \frac{l_0}{v_0} = \frac{9}{4} \frac{l_0}{v_0} \quad (3)$$

Средняя скорость равна



$$\langle v \rangle = \frac{S}{\Delta t} = \frac{4l_0}{\frac{9}{4} \frac{l_0}{v_0}} = \frac{16}{9}v_0. \quad (4)$$

Задача 1.2 Средняя сила.

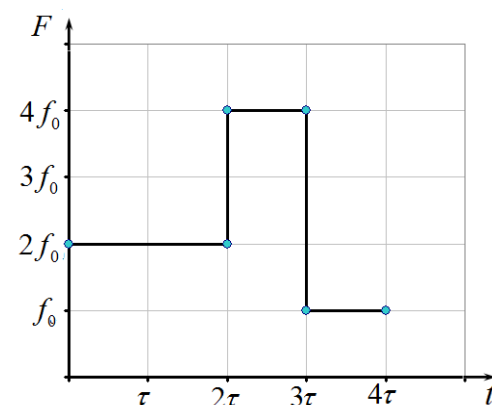
1.2.1 Согласно второму закону Ньютона изменение импульса тела равно импульсу действующей силы

$$\Delta p = F\Delta t. \quad (1)$$

Данное в условии задачи определение «средней импульсной» силы может быть записано в виде соотношения

$$\langle F \rangle_p \cdot 4\tau = 2f_0 \cdot 2\tau + 4f_0\tau + f_0\tau = 9f_0\tau \quad (2)$$

Откуда следует, что «средняя импульсная» сила в данном случае равна



$$\langle F \rangle_p = \frac{9}{4}f_0 \quad (3)$$

1.2.2 Работа, совершенная постоянной силой, рассчитывается по формуле

Теоретический тур. Вариант 2.

9 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

$$\Delta A = F \Delta S \quad (4)$$

Из определения «средней энергетической» силы следует соотношение

$$\langle F \rangle_E \cdot (S_1 + S_2 + S_3) = F_1 S_1 + F_2 S_2 + F_3 S_3 \quad (5)$$

где S_i - путь, пройденный телом на i - том участке.

Для расчета этих путей следует воспользоваться законами равноускоренного движения:

- изменение скорости

$$\Delta v = a \Delta t; \quad (6)$$

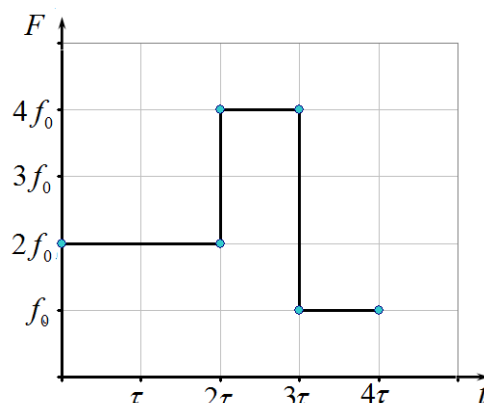
- пройденный путь

$$\Delta S = v_0 \tau + \frac{1}{2} a \tau^2 = \frac{v_0 + v}{2} \tau, \quad (7)$$

где v, v_0 - скорости в начале и конце рассматриваемого временного интервала, a - постоянное ускорение на данном интервале. Обозначим

$$a_0 = \frac{f_0}{m}. \quad (8)$$

Тогда ускорение на первом временном интервале будет равно $2a_0$, на втором - $4a_0$, на третьем - a_0



Для удобства представим все расчеты таблице. В последней строке суммарный пройденный путь и суммарная совершенная работа

Таблица расчетов.

интервал времени	ускорение	начальная скорость	конечная скорость	Пройденный путь	Работа на участке
$0 \rightarrow 2\tau$	$2a_0$	v_0	$v_0 + 4a_0\tau$	$2v_0\tau + 4a_0\tau^2$	$2f_0(2v_0\tau + 4a_0\tau^2)$
$2\tau \rightarrow 3\tau$	$4a_0$	$v_0 + 4a_0\tau$	$v_0 + 4a_0\tau + 4a_0\tau = v_0 + 8a_0\tau$	$v_0\tau + 6a_0\tau^2$	$4f_0(v_0\tau + 6a_0\tau^2)$
$3\tau \rightarrow 4\tau$	a_0	$v_0 + 8a_0\tau$	$v_0 + 8a_0\tau + a_0\tau = v_0 + 9a_0\tau$	$v_0\tau + \frac{17}{2}a_0\tau^2$	$f_0\left(v_0\tau + \frac{17}{2}a_0\tau^2\right)$
$0 \rightarrow 3\tau$				$4v_0\tau + \frac{37}{2}a_0\tau^2$	$f_0\left(9v_0\tau + \frac{81}{2}a_0\tau^2\right)$

В итоге с помощью формулы (5) получаем, что «средняя энергетическая» сила равна

$$\langle F \rangle_E = f_0 \frac{\left(9v_0 + \frac{81}{2}a_0\tau\right)}{\left(4v_0 + \frac{37}{2}a_0\tau\right)}. \quad (9)$$

1.2.3 При $v_0 = 0$ из формулы (9) получаем

$$\langle F \rangle_E = \frac{81}{37} f_0, \quad (10)$$

что отличается от «средней импульсной» силы.

Теоретический тур. Вариант 2.

9 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

Задача 1.3 Средняя сила тока.

В условии задачи задана зависимость напряжения от времени $U(t)$. Зависимость силы тока от напряжения будет аналогичной. Обозначим

$$I_0 = \frac{U_0}{R} \quad (1)$$

- значение силы тока через резистор, при напряжении U_0 .

Так как сила тока изменяется по периодическому закону, то достаточно рассчитать средние значения по одному периоду изменения тока. В условии задачи

1.3.1 Заряд, протекающий через резистор при постоянной силе тока I за промежутки времени Δt определяется по формуле

$$q = I\Delta t. \quad (2)$$

Поэтому по определению средней зарядовой силы тока можно записать формулу для расчета этой средней силы

$$\langle I \rangle_q \cdot 3\tau = I_1\tau + I_2 \cdot 2\tau. \quad (3)$$

Используя приведенный в условии график зависимости $U(t)$, находим «среднее зарядовое» значение силы тока

$$\langle I \rangle_q = \frac{I_1 \cdot \tau + I_2 \cdot 2\tau}{3\tau} = \frac{\frac{2U_0}{R} \cdot \tau - \frac{U_0}{R} \cdot 2\tau}{3\tau} = 0 \quad (4)$$

1.3.2 Количество теплоты, выделяющейся в проводнике при протекании постоянного тока, определяется законом Джоуля – Ленца

$$Q = \frac{U^2}{R} \Delta t. \quad (5)$$

Поэтому для «средней тепловой» силы тока следует записать

$$\frac{\langle I \rangle_Q^2}{R} \cdot 3\tau = \frac{(2U_0)^2}{R} \cdot \tau + \frac{(-U_0)^2}{R} \cdot 2\tau = 6 \frac{U_0^2}{R} \tau \quad (6)$$

Из последней формула находим «среднее тепловое» значение силы тока

$$\langle I \rangle_Q = \sqrt{\frac{6U_0^2\tau}{3R\tau}} = \sqrt{2}I_0 \quad (7)$$

Заметим, что «среднее тепловое» называется «действующим» значением силы тока и широко используется в электротехнике.

Задание 2. Изучение лампочки накаливания (Решение)

Часть 1. Вольтамперная характеристика лампочки.

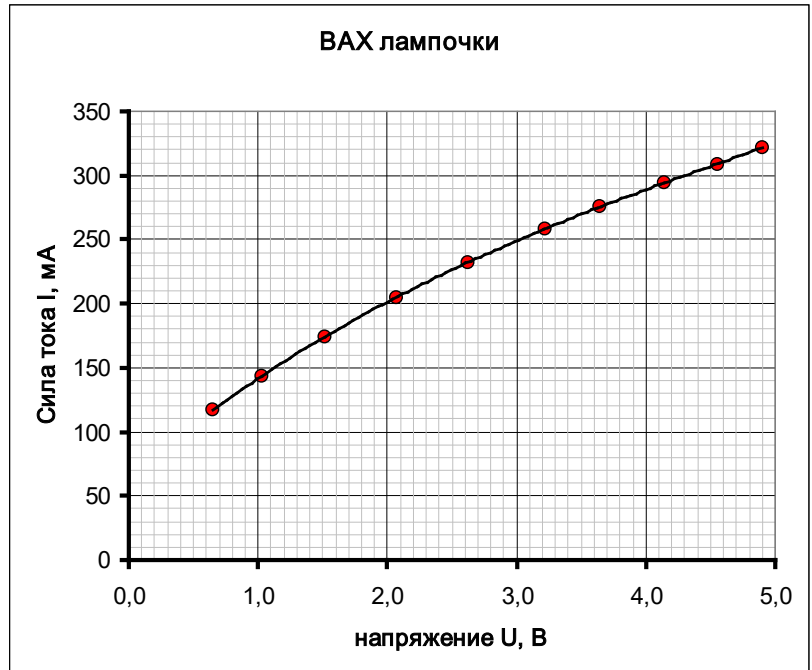
1.1 Для построения графика необходимо рассчитать значения сил токов через лампочку при известных напряжениях по формуле

$$I = \frac{U}{R_0}. \quad (1)$$

Результаты расчетов приведены в Таблице 1, рядом приведен необходимый график.

Таблица 1.

U, В	U ₀ , мВ	I, мА
0,65	72,6	
1,03	88,7	
1,51	108,1	
2,07	126,9	
2,62	143,9	
3,22	160,3	
3,64	170,9	
4,14	182,1	
4,55	191,3	
4,90	199,7	



1.2 Так как лампочки одинаковые, то напряжения на них также будут одинаковыми и равными

$$U_x = \frac{U_1}{3} = 1,5B \quad (2)$$

По графику ВАХ, находим, что сила тока (одинаковая для всех лампочек) равна

$$I_x = 174 \text{ мА} \quad (3)$$

Следовательно, мощность в этой цепи будет равна

$$P_1 = U_1 I_x = 0,26 \text{ Вт}. \quad (4)$$

1.3 При параллельном соединении напряжения на всех лампочках будет равно напряжению источника $U_1 = 4,5B$. По графику ВАХ находим, что сила тока через каждую лампочку равна

$$I_y = 310 \text{ мА} \quad (5)$$

Следовательно, мощность цепи будет равна

$$P_2 = 3U_1 I_y = 4,2 \text{ Вт}. \quad (6)$$

1.4 Для расчета ВАХ горячей лампочки используем закон Ома для участка цепи с учетом зависимости сопротивления от температуры:

$$I = \frac{U}{R_0(1 + \alpha\Delta t)}. \quad (7)$$

Здесь $\Delta t = t - t_0$ - разность между температурой нити и комнатной температурой. В этом уравнении не известна разность температур. Для получения системы уравнений воспользуемся законом теплоотдачи

$$P = \beta\Delta t \quad (8)$$

В условиях теплового равновесия, когда температура нити остается постоянной, мощность теплоты, выделяющейся при прохождении электрического тока, равна мощности теплоты, уходящей в окружающую среду. Мощность выделяющейся теплоты определяется законом Джоуля – Ленца:

$$P = UI \quad (9)$$

Из формул (2)-(3) выразим

$$\beta\Delta t = UI \Rightarrow \Delta t = \frac{UI}{\beta} \quad (10)$$

и подставим в формулу (1):

$$I = \frac{U}{R_0(1 + \alpha\Delta t)} = \frac{U}{R_0\left(1 + \frac{\alpha}{\beta}UI\right)}. \quad (11)$$

Мы получили уравнение, связывающее между собой силу тока и напряжение на лампочке. Это квадратное уравнение, которое можно решить аналитически:

$$I = \frac{U}{R_0\left(1 + \frac{\alpha}{\beta}UI\right)} \Rightarrow \frac{\alpha}{\beta}UI^2 + I - \frac{U}{R_0} = 0 \Rightarrow I = \frac{-1 \pm \sqrt{\left(\frac{U}{R_0}\right)^2 + 4\frac{\alpha}{\beta R} \frac{U}{R_0}}}{2\frac{\alpha}{\beta}U}. \quad (12)$$

Физический смысл имеет положительный корень этого уравнения. Поэтому зависимость силы тока от напряжения задается функцией:

$$I = \frac{\sqrt{\left(\frac{U}{R_0}\right)^2 + 4\frac{\alpha}{\beta R} \frac{U}{R_0}} - 1}{2\frac{\alpha}{\beta}U}. \quad (13)$$

1.5 Внимательно посмотрим на уравнение (5) и обратим внимание, что его можно представить в виде

$$I = \frac{U}{R_0(1 + \alpha\Delta t)} = \frac{U}{R_0\left(1 + \frac{\alpha}{\beta}UI\right)} \Rightarrow \frac{U}{I} = R_0\left(1 + \frac{\alpha}{\beta}UI\right). \quad (6)$$

Входящие в него комбинации силы тока и напряжения имеют наглядный физический смысл:

$\frac{U}{I} = R$ - сопротивление нити горячей нити накала; $UI = P$ - мощность тока через лампочку.

Итак, зависимость сопротивления лампочки от выделяющейся мощности имеет линейный характер:

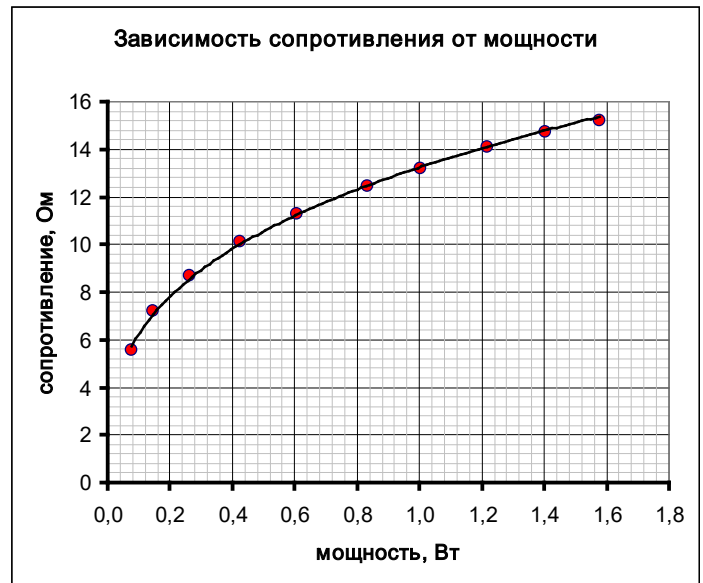
$$R = R_0 \left(1 + \frac{\alpha}{\beta} P \right). \quad (7)$$

1.6 Таким образом, по заданным значениям напряжения и силы тока необходимо рассчитать мощность в цепи и сопротивление нити накала по формулам (7). После чего можно построить требуемый график.

Результаты расчетов приведены в Таблице 1 и на графике

Таблица 1.

$U, \text{В}$	$I, \text{мА}$	$P, \text{Вт}$	$R, \text{Ом}$
0,65	117	0,076	5,55
1,03	143	0,147	7,20
1,51	174	0,264	8,68
2,07	205	0,424	10,1
2,62	232	0,608	11,3
3,22	259	0,833	12,5
3,64	276	1,003	13,2
4,14	294	1,216	14,1
4,55	309	1,404	14,7
4,90	322	1,578	15,2



Расчеты показали, что данная зависимость сильно нелинейная – поэтому линейная модель должна быть отвергнута.

1.7 Несмотря на то, что линейная модель оказалась не пригодной для описания результатов эксперимента, для оценки температуры нити можно воспользоваться зависимостью сопротивления от температуры

$$R = R_0 (1 + \alpha(t - t_0)) \quad (8)$$

Максимальное сопротивление лампочки равно $R = 15,2 \text{ Ом}$, тогда

$$t - t_0 = \frac{R - R_0}{\alpha R_0} \quad (9)$$

Подставляя численные значения находим, что максимальная температура нити накаливания равна

$$t = t_0 + \frac{R - R_0}{\alpha R_0} = 23^\circ + \frac{15,2 - 1,9}{5,0 \cdot 10^{-3} \cdot 1,9} \approx 1400^\circ \text{C} \quad (10)$$

Часть 2.

2.1 Для построения графика зависимости мощности потерь от температуры необходимо рассчитать значения температур (мощности уже подсчитаны). Для расчета температур следует воспользоваться приведенной зависимостью между сопротивлением и температурой

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{R}{R_0} \right)^{\frac{4}{5}} \quad (13)$$

Так как авторы задачи фактически построить график в относительных единицах, то можно рассчитать отношения $\frac{T}{T_0}$ (по формуле (13)) и $\frac{P}{P_0}$. Причем в качестве «нулевой точки»

можно выбрать любую из известных точек. Так как при повышении температуры вклад излучения в общие потери становится все более преобладающим, то разумно взять точки с максимальными значениями сил токов и напряжений. Поэтому в качестве «нулевой точки» выберем значения при $U = 3,22 В$. Результаты расчетов приведены в таблице 2.

Таблица 2.

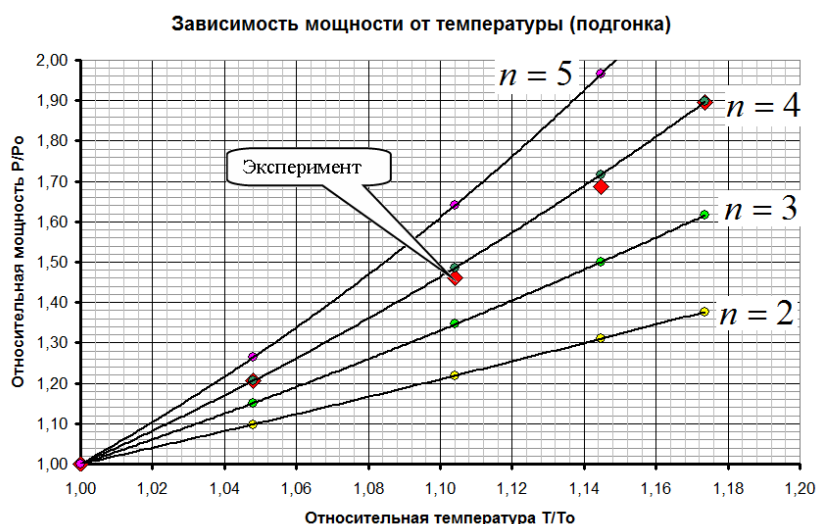
$U, В$	$I, мА$	$P, Вт$	$R, кОм$	$\left(\frac{T}{T_0}\right)$	$\left(\frac{P}{P_0}\right)$	$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2$	$\left(\frac{T}{T_0}\right)^3$	$\left(\frac{T}{T_0}\right)^4$	$\left(\frac{T}{T_0}\right)^5$
0,65	117	0,076	5,55						
1,03	143	0,147	7,20						
1,51	174	0,264	8,68						
2,07	205	0,424	10,1						
2,62	232	0,608	11,3						
3,22	259	0,833	12,5	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
3,64	276	1,003	13,2	1,05	1,21	1,10	1,15	1,21	1,26
4,14	294	1,216	14,1	1,10	1,46	1,22	1,35	1,49	1,64
4,55	309	1,404	14,7	1,14	1,69	1,31	1,50	1,72	1,97
4,90	322	1,578	15,2	1,17	1,90	1,38	1,62	1,90	2,23

График показан на рисунке ниже: экспериментальные точки отмечены большими красными ромбами. Для определения показателя степени (указано, что она целая) можно вычислить значения

величины $\left(\frac{T}{T_0}\right)^n$ для

нескольких значений n (в Таблице 2 $n = 2, 3, 4, 5$). Для наглядности эти точки нанесены на график.

Проведенные расчеты показывают, что экспериментальные точки очень близко ложатся на кривую, соответствующую $n = 4$.



Таким образом, ответ однозначен: показатель степени в зависимости мощности излучения от температуры равен

$n = 4$	(14)
---------	------

2.3 Максимальную температуру нити накаливания можно выразить и рассчитать с помощью формулы (13), используя данные для комнатной температуры

$$T = T_0 \left(\frac{R}{R_0} \right)^{\frac{4}{5}} = (273 + 23) \left(\frac{15,2}{1,9} \right)^{\frac{4}{5}} = 1560 \text{ K} \quad (15)$$

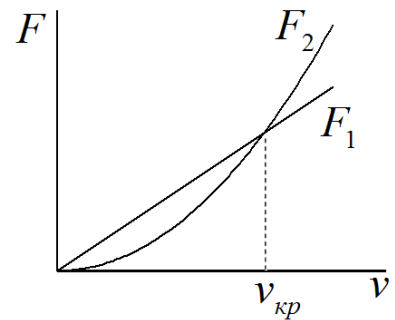
Переходя в привычную шкалу Цельсия, получаем:

$t_{\text{max}} \text{ } ^\circ\text{C} = T - 273 \approx 1300 \text{ } ^\circ\text{C}$	(16)
---	------

Полученный результат незначительно отличается от полученного в рамках линейной модели. Следовательно, основная причина неприменимости линейной модели действительно заключается в том, что основной механизм потерь – тепловое излучение нити накаливания.

Задание 3. Дождевые облака (Решение)

1.1 Графики зависимости силы сопротивления от скорости показаны на рисунке. Из этого рисунка следует, что формулу следует применять при скоростях меньше критической, а формулу (2) при скоростях больших критической.



1.2 Приравняем силы, задаваемые формулами (1) и (2) в условии задачи

$$\frac{1}{2} C_x \rho v^2 \cdot \pi r^2 = 6\pi\eta r v. \quad (1)$$

Из этого выражения следует, что критическая скорость равна

$$v_{кр} = \frac{12\eta}{C_x \rho r} = 0,37 \frac{м}{с}. \quad (1)$$

1.3 Очевидно, что скорость падения каплей значительно превышает величину найденной критической скорости. Поэтому для расчета силы сопротивления следует пользоваться формулой (2).

1.4 При скорости установившегося движения сила тяжести, действующая на каплю, уравновешивается силой сопротивления воздуха. Поэтому ее можно найти из условия

$$\frac{1}{2} C_x \rho V^2 \cdot \pi r^2 = mg = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_0 g \Rightarrow V = \sqrt{\frac{8\rho_0 g}{3C_x \rho}} r. \quad (2)$$

Эту формулу можно переписать в виде

$$V = \sqrt{\frac{8\rho_0 g}{3C_x \rho}} r = \sqrt{\frac{8\rho_0 g}{3C_x \rho}} r_0 = V_0 \sqrt{\frac{r}{r_0}}. \quad (3)$$

Что и требовалось доказать.

1.5 Значение критической скорости для шарика радиуса $r_0 = 1,0$ мм. как следует из формулы (3) равно

$$V_0 = \sqrt{\frac{8\rho_0 g}{3C_x \rho}} r_0 = 6,75 \frac{м}{с}. \quad (4)$$

1.6 Вторая, большая капля будет падать быстрее, разность времен падения рассчитывается по «детской» формуле:

$$\Delta t = \frac{H}{V_0} \left(1 - \sqrt{\frac{r_0}{r_2}} \right) = 74 с. \quad (5)$$

1.7 При падении капли ее скорость будет изменяться по закону

$$V = V_0 \sqrt{1 - \gamma t} \approx V_0 - V_0 \frac{\gamma t}{2}. \quad (6)$$

Т.е. движение капли будет равноускоренным. Поэтому закон движения капли будет иметь вид

$$z(t) = V_0 t - V_0 \frac{\gamma t^2}{4}. \quad (7)$$

Часть 2. Капля в облаке

2.1 Сила сопротивления, определяется формулой (2) из условия задачи, в случае движения воздуха, под скоростью тела следует понимать относительную скорость: т.е. скорость тела относительно движущегося воздуха. В системе отсчета связанной с воздухом, установившаяся скорость капли есть V , которая определяется формулой (3).

Следовательно, в системе отсчета, связанной с землей скорость движения капли равна

$$v = U - V \quad (8)$$

Если радиус капли не изменяется и равен $r_0 = 1,0 \text{ мм}$, то установившаяся скорость подъема капли будет равна

$$v = U - V_0 = 23 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (9)$$

2.2 При изменении радиуса капли скорость ее подъема будет изменяться. Так в условии оговорено, что капля достигает установившейся скорости очень быстро, то можно считать, что в любой момент времени скорость капли определяется формулой (7). Так как радиус капли изменяется, то изменяется и величина V . **В этом случае формула (7) описывает зависимость скорости капли от времени:**

$$v(t) = U - V(t) = U - V_0 \sqrt{\frac{r(t)}{r_0}} \quad (10)$$

Здесь использована полученная ранее зависимость скорости установившегося движения от радиуса капли (3).

Условие остановки капли может быть сформулировано различными способами:

- скорость капли стала равной нулю;
- относительная скорость капли стала равной по модулю скорости подъема;
- сила сопротивления стала равной силе тяжести;

и т.д.

При любом подходе должно выполняться соотношение

$$U = V_0 \sqrt{\frac{r_s}{r_0}} \quad (11)$$

Из этого условия рассчитываем радиус остановившейся капли

$$r_s = r_0 \left(\frac{U}{V_0} \right)^2 = 20 \text{ мм} \quad (12)$$

2.3 В данном пункте нам фактически необходимо найти закон движения капли $x(t)$ по известной зависимости скорости от времени. Используя приведенную в условии зависимость радиуса от времени, запишем явную зависимость скорости от времени

$$v(t) = U - V_0 \sqrt{\frac{r(t)}{r_0}} = U - \frac{V_0}{\sqrt{r_0}} (\alpha t)^{1/4}. \quad (13)$$

Используя «серьезную математическую подсказку» можно сразу записать закон движения капли

$$z(t) = Ut - \frac{V_0}{\sqrt{r_0}} (\alpha)^{1/4} \frac{4}{5} t^{5/4} = Ut \left(1 - \frac{4}{5} \frac{V_0}{U} \sqrt[4]{\frac{\alpha t}{r_0^2}} \right). \quad (14)$$

здесь z - вертикальная координата капли, отсчитываемая от нижнего края облака.

Этот закон описывает движение капли, как вверх, так и вниз. Как следует из выражения (13) в момент остановки τ_1 выполняется условие

$$\alpha \tau_1 = r_0^2 \left(\frac{U}{V_0} \right)^4 \quad (15)$$

Следовательно, время подъема капли равно

$$\tau_1 = \frac{r_0^2}{\alpha} \left(\frac{U}{V_0} \right)^4 = 1,3 \cdot 10^3 \text{ с} \approx 20 \text{ мин}. \quad (16)$$

Подставляя это выражение в закон движения (13), получаем, что максимальная высота подъема равна

$$z_{\max} = \frac{1}{5} U \tau_1 = 7,8 \cdot 10^3 \text{ м}. \quad (17)$$

2.4 Из формулы (13) следует, что в момент возвращения капли к нижнему краю облака τ_2 будет выполнено условие

$$\frac{4}{5} \frac{V_0}{U} \sqrt[4]{\frac{\alpha \tau_2}{r_0^2}} = 1. \quad (18)$$

Так как $\alpha \tau_2 = r_m^2$, (r_m - максимальный радиус градины при ее возвращении к нижней границе облака), то из формулы (18) следует, что этот радиус равен



$$r_m = \left(\frac{5}{4} \frac{U}{V_0} \right)^2 = 31 \text{ мм}. \quad (19)$$

Не мало, но такие градины бывают (см. рис.). Кроме того, они частично растают при полете к земле.



**Республиканская физическая олимпиада
2025 года
(Заключительный этап)
Теоретический тур**

***Решения задач
10 класс
(для жюри)***

Уважаемые члены жюри!

Задачи, предложенные школьникам для решения на олимпиаде, не стандартные и достаточно сложные. Предложенные здесь варианты путей решений не являются единственно возможными. Участники олимпиады могут предложить свои способы решения. Если эти способы приводят к правильным ответам и физически обоснованы, то задача (или ее отдельные пункты) должны оцениваться максимальными баллами.

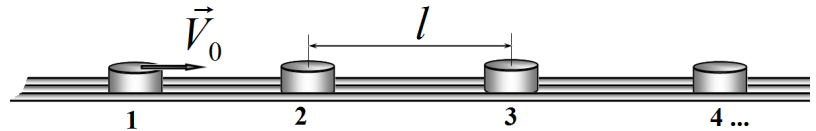
Не забывайте, что Вы должны оценивать не только конечные ответы, но и отдельные правильные шаги в ходе решения!



***Не жалейте баллов (если, конечно, есть за что!) для наших
замечательных школьников!***

Задание 1. Три цепочки.

Задача 1.1



Обозначим скорость шарика

номер k сразу после его столкновения - v_k . Из закона сохранения импульса

$$mV_0 = kmv_k, \quad (1)$$

Следует, что она равна

$$v_k = \frac{V_0}{k}. \quad (2)$$

Поэтому время движения k «слипшихся» шайб до очередного столкновения равно

$$\tau_k = \frac{l}{v_k} = k \frac{l}{V_0}. \quad (3)$$

Последняя шайба сдвинется через время T , которой равно сумме времен

$$T = \sum_{k=1}^{N-1} \tau_k = \frac{l}{V_0} \sum_{k=1}^{N-1} k. \quad (4)$$

Используя формулу для суммы членов арифметической прогрессии, получаем нужный результат

$$T = \frac{N(N-1)}{2} \frac{l}{V_0}. \quad (5)$$

Задача 1.2

Движение шарика в данной задаче удобно рассматривать в системе координат, связанной с наклонной плоскостью. Направим ось x вдоль наклонной плоскости, а ось y перпендикулярно к ней. Начало отсчета совместим с точкой первого удара. В этой системе проекции ускорения на оси координат равны

$$\begin{cases} a_x = g \sin \alpha \\ a_y = -g \cos \alpha \end{cases}. \quad (1)$$

А проекции начальной скорости после первого удара (с учетом абсолютной упругости) описываются формулами

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \sin \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cos \alpha \end{cases}. \quad (2)$$

где

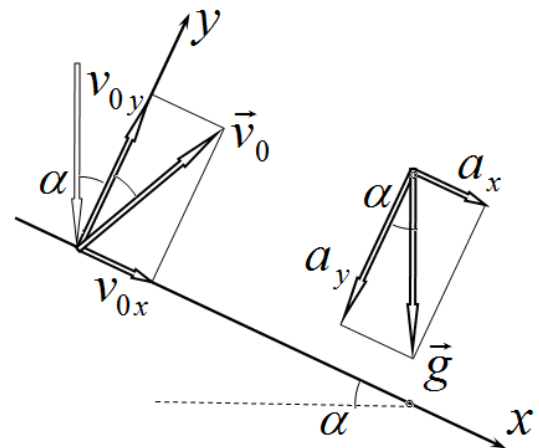
$$v_0 = \sqrt{2gh} \quad (3)$$

модуль скорости шарика после первого удара.

Так как в моменты ударов силы направлены перпендикулярно плоскости, то проекция скорости на ось x изменяться во время ударов изменяться не будет. Следовательно, движение в проекции на ось x будет равноускоренным:

$$x = v_0 t \sin \alpha + \frac{g \sin \alpha}{2} t^2. \quad (4)$$

Запишем закон движения шарика вдоль оси y после первого столкновения:



$$y = v_0 t \cos \alpha - \frac{g \cos \alpha}{2} t^2 . \quad (5)$$

Из этого выражения следует, что второй удар произойдет через время τ , равное

$$v_0 \tau \cos \alpha - \frac{g \cos \alpha}{2} \tau^2 = 0 \Rightarrow \tau = \frac{2v_0}{g} . \quad (6)$$

Проекция скорости v_y в этот момент времени будет равна

$$v_{y1} = v_0 \cos \alpha - g \cos \alpha \tau = v_0 \cos \alpha - g \cos \alpha \frac{2v_0}{g} = -v_0 \cos \alpha . \quad (7)$$

Таким образом, после второго отскока проекция скорости v_y останется такой же, как и после первого отскока, следовательно, после каждого столкновения эта проекция остается неизменной. Отсюда следует важный вывод – время между последовательными ударами постоянно и определяется формулой (5)!

Поэтому проще сначала найти ответ на второй вопрос задачи, а затем на первый.

1.2.2 Время k пролетов равно

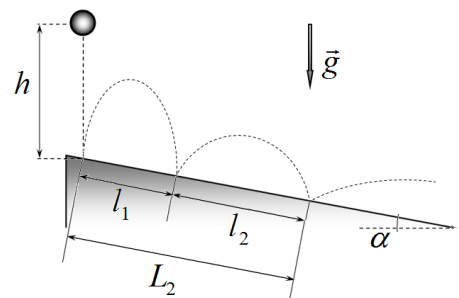
$$t_k = k\tau = k \frac{2v_0}{g} . \quad (8)$$

Координата x (равная искомой величине L_k) задается законом движения (4):

$$L_k = v_0 (k\tau) \sin \alpha + \frac{g \sin \alpha}{2} (k\tau)^2 = k(k+1) \frac{2v_0^2}{g} \sin \alpha . \quad (9)$$

С учетом формулы для начальной скорости (3), получаем

$$L_k = 4k(k+1)h \sin \alpha \quad (10)$$

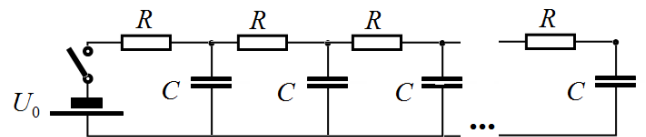


1.2.1 Расстояния между последовательными ударами рассчитываются по формуле

$$l_k = L_k - L_{k-1} = 8kh \sin \alpha . \quad (11)$$

Задача 1.3

1.3.1 Если конденсатор не заряжен, то напряжение на нем равно нулю, поэтому он является проводником. Следовательно, в момент замыкания цепи ток пойдет только через первый резистор, поэтому его сила равна



$$I_0 = \frac{U}{R} \quad (1)$$

1.3.2 Когда конденсаторы зарядятся, ток в цепи прекратится. В этом случае напряжения на резисторах станут равными нулю (т.е. их можно считать проводниками). В этом случае напряжение на всех конденсаторах станет равным напряжению источника.

Поэтому суммарный заряд цепи станет равным

$$q = N \frac{U}{C} . \quad (2)$$

Задание 2. Столкновение ядер (Решение)

Часть 1. Порог реакции

1.1 Основная проблема рассмотренного типа ускорения заключается в том, что ядро-мишень также приходит в движение. Поэтому не все кинетическая энергия движущегося ядра переходит в энергию их взаимодействия. При сближении положительно заряженных ядер возрастает энергия их кулоновского взаимодействия, которое препятствует их столкновению. Не сложно понять, что при минимальном сближении ядер их скорости становятся равными. Запишем закон сохранения энергии для рассматриваемых ядер

$$\frac{m_1 V_0^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) V^2}{2} + W(r). \quad (1)$$

Здесь: V_0 - скорость ускоренного ядра; V скорости ядер в момент максимального сближения; $W(r)$ - потенциальная энергия кулоновского взаимодействия в этот же момент времени.

Так как ядра должны сблизиться на расстояние $(r_1 + r_2)$, потенциальная энергия взаимодействия должна достичь величины

$$W = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 (r_1 + r_2)}, \quad (2)$$

где q_1, q_2 - электрические заряды ядер. Скорость ядер в момент максимального сближения можно выразить их закона сохранения импульса

$$m_1 V_0 = (m_1 + m_2) V \Rightarrow V = \frac{m_1}{m_1 + m_2} V_0 \quad (3)$$

Подставим в уравнение (1) и преобразуем его:

$$\frac{m_1 V_0^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2)}{2} \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} V_0 \right)^2 + W(r) \Rightarrow \frac{m_1 V_0^2}{2} \frac{m_2}{m_1 + m_2} = W(r). \quad (4)$$

Кинетическую энергию налетающего ядра выразим через ускоряющую разность потенциалов U :

$$\frac{m_1 V_0^2}{2} = q_1 U. \quad (5)$$

Эти уравнения позволяют записать выражение

$$q_1 U \frac{m_2}{m_1 + m_2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 (r_1 + r_2)}, \quad (6)$$

Из которого находим

$$U = \frac{m_1 + m_2}{m_2} \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0 (r_1 + r_2)}. \quad (7)$$

Наконец выразим характеристики ядер через их массовые и зарядовые числа

$$U = \frac{A_1 + A_2}{\left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right) A_2} \frac{Z_2 e}{4\pi\epsilon_0 a}. \quad (8)$$

Подставляя численные значения всех величин, получим

$$U = \frac{A_1 + A_2}{\left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right) A_2} \frac{Z_2 e}{4\pi\epsilon_0 a} = \frac{12 + 207}{\left(12^{1/3} + 207^{1/3} \right) 207} \frac{82}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,3 \cdot 10^{-15}} = 1,2 \cdot 10^7 \text{ В} \quad (9)$$

1.2 Для вычисления скорости налетающего ядра воспользуемся формулами (5) и (8):

$$\frac{A_1 m_p V_0^2}{2} = Z_1 e U = Z_1 e \frac{A_1 + A_2}{\left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}\right)} \frac{Z_2}{A_2} \frac{e}{4\pi\epsilon_0 a} \Rightarrow$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{A_1 + A_2}{\left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}\right)} \frac{Z_2 Z_1}{A_2 A_1} \frac{e^2}{2\pi\epsilon_0 a m_p}} \quad (10)$$

Численное значение этой величины равно

$$V_0 = \sqrt{\frac{A_1 + A_2}{\left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}\right)} \frac{Z_2 Z_1}{A_2 A_1} \frac{e^2}{2\pi\epsilon_0 a m_p}} = 3,35 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (11)$$

1.3 Если ядра поместить местами, то это приведет к изменению индексов в конечных формулах. Тогда ускоряющая разность потенциалов для атома свинца оказывается равной

$$U = \frac{A_1 + A_2}{\left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}\right)} \frac{Z_1}{A_1} \frac{e}{4\pi\epsilon_0 a} = 1,5 \cdot 10^7 \text{ В} \quad (12)$$

Формула для скорости симметрична по индексам, поэтому скорость ядра свинца должна остаться прежней

$$V_0 = \sqrt{\frac{A_1 + A_2}{\left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}\right)} \frac{Z_2 Z_1}{A_2 A_1} \frac{e^2}{2\pi\epsilon_0 a m_p}} = 3,35 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad (13)$$

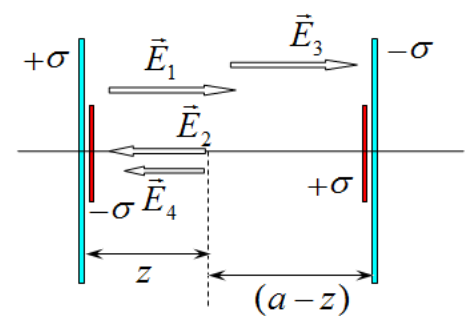
Часть 2. Ускоряющая система

2.1 Для расчета энергии, которую получает ядро при пролете через ускоряющую ячейку, необходимо рассмотреть электрическое поле между пластинами.

Для расчета поля используем принцип суперпозиции и достаточно традиционную идею: вместо отверстия будем рассматривать сплошную пластину с поверхностной плотностью заряда $+\sigma$, на которую наложен диск, радиус которого равен радиусу отверстия, с противоположной плотностью заряда $-\sigma$. Аналогично будем рассматривать и вторую пластину с отверстием.

При таком подходе напряженность электрического поля на оси отверстий можно представить в виде следующей суммы полей (в проекции на направление движения частиц):

- поле положительно заряженной пластины $E_1 = E_0$;
- «поле отверстия» в этой пластине $E_2 = -E_0 \left(1 - \frac{z}{R}\right)$;
- поле отрицательно заряженной пластины $E_3 = E_0$;



- «поле отверстия» во второй пластине $E_4 = -E_0 \left(1 - \frac{a-z}{R}\right)$.

Сумма этих полей оказывается равной

$$E_{\Sigma} = E_0 \frac{a}{R}. \quad (14)$$

Таким образом, в рамках приближенной модели поля диска, поле на оси отверстий оказывается однородным. Следовательно, разность потенциалов между центрами отверстий равна

$$\Delta\varphi_{CC} = E_{\Sigma} a = E_0 \frac{a^2}{R}. \quad (15)$$

При прохождении этой разности потенциалов энергия ядра увеличится на величину

$$\Delta W = q\Delta\varphi_{CC} = qE_0 \frac{a^2}{R}. \quad (16)$$

На большом удалении от отверстий поле между пластинами однородное, его напряженность равна E_0 . Следовательно, разность потенциалов (или напряжение) между пластинами равна

$$U_0 = aE_0. \quad (17)$$

Наконец, из последних формул следует, что при пролете через ускоряющую систему ядро приобретет энергию равную

$$\Delta W = qU_0 \frac{a}{R}. \quad (18)$$

2.2 Формула для емкости плоского конденсатора

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d} \quad (19)$$

И определение емкости

$$C = \frac{q}{U} = \frac{\sigma S}{2E_0 d}, \quad (20)$$

(здесь E_0 - напряженность поля, создаваемого одной пластиной) позволяют выразить напряженность поля одной пластины через поверхностную плотность заряда на ней

$$E_0 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \quad (21)$$

Часть 3. Линейный ускоритель

3.1 Чтобы разгон ядра проходил в каждой ускоряющей ячейке, необходимо, чтобы ядро подлетало к очередной ячейке в момент включения поля. То есть времена пролета между ячейками должны быть одинаковыми. Так как в каждой ячейке кинетическая энергия увеличивается на одну и ту же величину ΔW , то после пролета n ячеек энергия и скорость ядра будут равны

$$W = n\Delta W \begin{cases} W_n = n\Delta W \\ \frac{mV_n^2}{2} = W_n \end{cases} \Rightarrow V_n = V_1 \sqrt{n}. \quad (22)$$

Из условия постоянства времен пролета

$$\frac{l_1}{V_1} = \frac{l_n}{V_n} = \frac{l_n}{V_1 \sqrt{n}}. \quad (23)$$

следует, что длины труб должны удовлетворять условию

$$l_n = l_1 \sqrt{n} \quad (24)$$

Задание 3. ВЭС – волновая электростанция. (Решение)

1.1 Давление воздуха внутри рабочего цилиндра следует из условия равновесия воды

$$P = P_0 + h - z \quad (1)$$

1.2 При подъеме уровня воды моря начнется подъем уровня воды в цилиндре и сжатие воздуха в нем. Так как клапан выпускной клапан открывается, если давление воздуха внутри цилиндра достигнет значения

$$P_2 = P_0 + \delta P \quad (2)$$

Чтобы генератор начал работать, необходимо, чтобы при максимальном подъеме уровня воды $h = A$ давление воздуха достигло значения, определяемого формулой (2). Так как процесс сжатия происходит при постоянной температуре и постоянной массе воздуха в цилиндре, то он описывается законом Бойля - Мариотта $PV = const$, которое можно записать в виде

$$(P_0 + A - z_2)(z_0 - z_2) = P_0 z_0 \quad (3)$$

Принимая во внимание формулу (2), получим, что максимальный уровень подъема воды в рабочем цилиндре должен стать равным z_2 , который можно найти из уравнения

$$(P_0 + \delta P)(z_0 - z_2) = P_0 z_0 \Rightarrow z_0 - z_2 = \frac{P_0}{P_0 + \delta P} z_0 \Rightarrow z_2 = \frac{\delta P}{P_0 + \delta P} z_0. \quad (4)$$

Найденное значение позволяет найти минимальную высоту волны

$$P_0 + A - z_2 = P_0 + \delta P \Rightarrow A = \delta P + z_2. \quad (5)$$

Окончательно находим

$$A_{\min} = \frac{\delta P}{P_0 + \delta P} z_0 + \delta P = 3,2 \text{ м}. \quad (6)$$

1.3 Модуль скорости движения воды снаружи равен

$$v = \frac{4A}{T} = 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (7)$$

1.4 Параметры в состоянии 1 задаются начальными условиями.

На временном интервале между точками 1 и 2 (а также 2 и 3) подъем уровня воды вне цилиндра происходит по закону

$$h = vt \quad (8)$$

Процесс 1-2 (до открытия клапана) есть процесс изотермический при постоянной массе воздуха, поэтому описывается уравнением

$$(P_0 + h - z)(z_0 - z) = P_0 z_0. \quad (9)$$

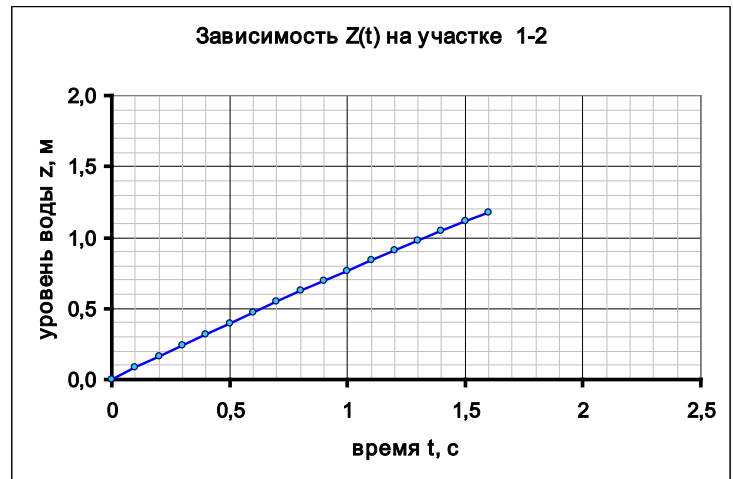
Из этого квадратного уравнения, которое после раскрытия скобок имеет стандартный вид

$$z^2 - z(P_0 + z_0 + h) + h z_0 = 0 \quad (10)$$

находим зависимость высоты уровня воды в цилиндре от времени

$$z = \frac{(P_0 + z_0 + vt)}{2} - \sqrt{\frac{(P_0 + z_0 + vt)^2}{4} - vt z_0} \quad (11)$$

График этой зависимости показан на рисунке.



1.5 Для расчета характеристик воздуха в момент времени t_1 следует принять во внимание, что в этот момент открывается клапан, т.е. давление достигает значения

$$P_1 = P_0 + \delta P = 12 \text{ м}. \quad (12)$$

Тогда из уравнения (8) можно получить линейное уравнение

$$(P_0 + \delta P)(z_0 - z_1) = P_0 z_0. \quad (13)$$

Из которого легко находятся все необходимые параметры воздуха в состоянии 2:

$$z_1 = z_0 - \frac{P_0}{P_0 + \delta P} z_0 = \frac{\delta P}{P_0 + \delta P} z_0 = 1,17 \text{ м}$$

$$\delta P = h_1 - z_1 \Rightarrow h_1 = z_1 + \delta P = \frac{\delta P}{P_0 + \delta P} z_0 + \delta P = 3,17 \text{ м} \quad (14)$$

$$h_1 = vt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{1}{v} \left(\frac{\delta P}{P_0 + \delta P} z_0 + \delta P \right) = 1,58 \text{ с}$$

1.6

Участок 1-2. В момент времени t_2 клапан откроется и воздух начнет выходить в атмосферу, при это разность давлений с наружи и внутри будет оставаться постоянной и равной δP . Давление внутри, высота уровня воды внутри цилиндра и вне его будут описываться линейными функциями

$$h(t) = vt$$

$$P(t) = P_0 - \delta P = \text{const} \quad (15)$$

$$z(t) = h - \delta P = h - vt$$

В точке 3 параметры воздуха станут равными

$$t_2 = \frac{T}{4} = 2,5 \text{ с}$$

$$h_2 = A = 5,0 \text{ м}$$

$$z_2 = A - \delta P = 3,0 \text{ м}$$

$$P_2 = P_0 - \delta P = 8,0 \text{ м} \quad (16)$$

Участок 2-3. Далее уровень воды вне цилиндра начнет уменьшаться, следовательно, начнет понижаться и уровень воды в рабочем цилиндре. Давление воздуха внутри уменьшится.

поэтому клапан закрывается. Поэтому процесс 3-4 будет изотермическим при постоянной массе газа, т.е. описываться уравнением

$$(P_0 + h - z)(z_0 - z) = (P_0 + \delta P)(A - \delta P) \quad (17)$$

Высота z будет уменьшаться до тех пор, пока давление внутри цилиндра не станет равным

$$P_3 = P_0 - \delta P = 8,0 \text{ м} \quad (18)$$

В этот момент воздух начнет поступать в цилиндр. Теперь из уравнения (17) с учетом выражения (18) можно рассчитать все характеристики состояния воздуха в точке 3:

$$\begin{aligned} (P_0 - \delta P)(z_0 - z_3) &= (P_0 + \delta P)(A - \delta P) \Rightarrow z_3 = z_0 - \frac{(P_0 + \delta P)(A - \delta P)}{P_0 - \delta P} = 2,5 \text{ м} \\ P_0 + h_3 - z_3 &= P_0 - \delta P \Rightarrow h_3 = z_3 - \delta P = 0,50 \text{ м} \\ h_3 = A - v\Delta t &\Rightarrow \Delta t = \frac{A - h_3}{v} = 2,25 \text{ с} \Rightarrow t_3 = \frac{T}{4} + \Delta t = 4,75 \text{ с} \end{aligned} \quad (19)$$

Участок 3-4. Далее процесс будет идти при постоянной разности давлений, вплоть до того момента пока уровень воды не начнет снова повышаться, т.е. на в точках 5 и 6 значения h определяются заданным в условии графиком. а значения z и P рассчитываются «в уме» по формулам

$$\begin{aligned} P_4 &= P_0 - \delta P \\ z_4 &= h_4 + \delta P \end{aligned} \quad (20)$$

Численные значения параметров в этой точке равны:

$$t_4 = 7,5 \text{ с}; \quad h_4 = -A = -5,0 \text{ м}; \quad z_4 = -A + \delta P = -3,0 \text{ м}; \quad P_5 = 8,0 \text{ м} \quad (21)$$

Участок 4-5. На участке 4-5 (при подъеме уровня воды) клапан опять закрывается, масса воздуха в цилиндре будет неизменной, давление будет изотермически возрастать до открытия клапана (когда давление станет равным $P_5 = P_0 + \delta P$). Для определения параметров в состоянии 5 следует воспользоваться системой уравнений, которые аналогичны уравнениям, записанным ранее:

$$\begin{aligned} (P_0 + \delta P)(z_0 - z_5) &= (P_0 - \delta P)(z_0 - z_5) = (P_0 - \delta P)(z_0 + A - \delta P) \\ (P_0 + \delta P) &= P_0 + h_5 - z_5 \end{aligned} \quad (21)$$

Из этой системы без труда находим:

$$\begin{aligned} z_5 &= z_0 - \frac{P_0 - \delta P}{P_0 + \delta P}(z_0 + A - \delta P) = 0,33 \text{ м} \\ h_5 &= z_5 + \delta P = 2,3 \text{ м} \end{aligned} \quad (22)$$

Момент времени, когда уровень воды достигнет значения h_7 , находится из закона движения

$$-A + v(t_5 - t_4) = h_5. \quad (23)$$

Из которого вычисляем

$$t_5 = t_4 + \frac{A + h_5}{v} = 11,2 \text{ с} \quad (24)$$

Далее значения параметров h, z, P будут периодически повторяться. Т.е. значения в точке 6 совпадают со значениями в точке 2 и т.д. Для расчета времен следует прибавить период волны, т.е. 10 с. Все эти значения переписаны в Таблице 1.

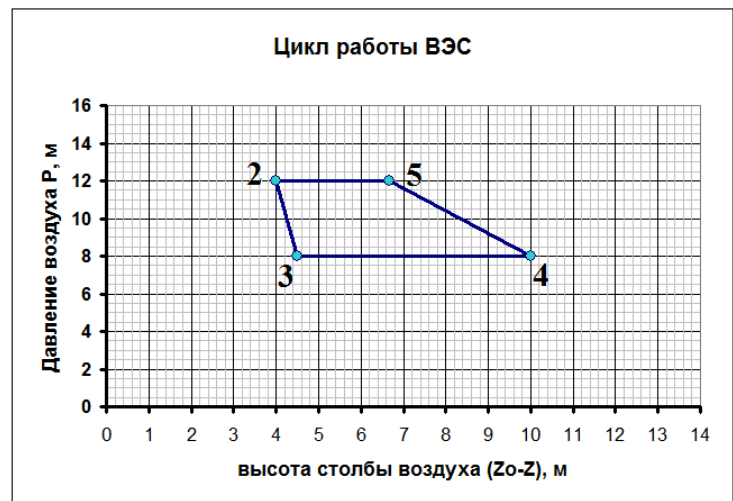
Таблица 1. Узловые точки

Номер точки	время t, c	высота воды снаружи $h, м$	высота воды внутри $z, м$	Давление внутри $P, м$
0	0	0	0	10
1	1,6	3,2	1,2	12
2	2,5	5,0	3,0	12
3	4,8	0,5	2,5	8,0
4	7,5	-5,0	-3,0	8,0
5	11,2	2,3	0,33	12
6	12,5	5,0	3,0	12
7	14,8	0,5	2,5	8,0
8	17,5	-5	-3	8,0

График рассчитанной зависимости (все данные, необходимые для построения графика приведены в Таблице 1) показан ниже.



1.7 Рассчитанные значения параметров позволяют построить диаграмму рабочего цикла рассматриваемой установки. Результат построения – на рисунке.



1.8 Циклический процесс начинается в точке 2, конец цикла – точка 5.

Часть 2. Энергетические характеристики ВЭС.

2.1 Генератор вырабатывает электроэнергию, когда воздух проходит через турбину в любом направлении. Это происходит на участках цикла 3-4 (воздух всасывается внутрь рабочего цилиндра) и 5-6 (воздух выталкивается из цилиндра).

2.2 Воздух вытесняется из цилиндра на участке 5-6. На этом участке давление воздуха внутри цилиндра постоянно и равно $P = P_0 + \delta P$. Объем вытесненного воздуха равен

$$\Delta V = S(z_6 - z_5) \quad (25)$$

Масса вытесненного воздуха рассчитывается с помощью уравнения состояния

$$P\Delta V = \frac{\Delta m}{M} RT \quad (26)$$

При численных расчетах необходимо все величины выразить в системе СИ (прежде всего это касается давления). Подставляя эти численные значения, находим

$$\Delta m = \frac{MS(P_0 + \delta P)(z_6 - z_5)}{RT} = \frac{29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} \cdot 12 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot (3,0 - 0,33) \text{ м}}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot (273 + 7,0) \text{ К}} = 4,0 \text{ кг} \quad (27)$$

2.3 Для расчета кинетической энергии необходимо найти скорость движения выходящего газа. Так как давление воздуха в цилиндре и выходной трубе одно и то же, то плотность воздуха остается постоянной, поэтому справедливо уравнение

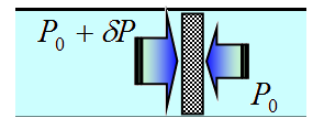
$$Sv = sv_1 \quad (28)$$

где v - найденная ранее скорость подъема воды в цилиндре, v_1 - скорость воздуха в выходной трубе. Таким образом, кинетическая энергия выходящего воздуха равна

$$E_{\text{кин.}} = \frac{\Delta m}{2} v_1^2 = \frac{\Delta m}{2} \left(\frac{S}{s} v \right)^2 = \frac{4,0 \text{ кг}}{2} \left(10 \cdot 2,0 \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)^2 = 0,80 \cdot 10 \text{ Дж} \quad (29)$$

Примечание. В реальности при протекании газа давления газа в цилиндре и в выходной трубе должны различаться, но по условию задачи этой разностью следует пренебрегать.

2.4 Можно считать, что со стороны цилиндра на турбину действует сила пропорциональная давлению в цилиндре, а с другой – пропорциональная атмосферному давлению. Поэтому работа, совершенная над турбиной генератора, должна рассчитываться по формуле



$$A_{5-6} = \delta P \cdot \Delta V = \delta PS(z_6 - z_5) \quad (30)$$

Подставим численные значения и проведем расчет

$$A_5 = \delta PS(z_6 - z_5) = 2,0 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot 10 \text{ м}^2 \cdot 2,7 \text{ м} = 5,4 \cdot 10^5 \text{ Дж} \quad (31)$$

2.5 За полный цикл работа совершается и при всасывании воздуха (на участке 3-5). Ее можно рассчитать по формуле аналогичной формуле (30):

$$A_{3-4} = \delta P \cdot \Delta V = \delta PS(z_3 - z_4) = 2,0 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot 10 \text{ м}^2 \cdot 5,5 \text{ м} = 11 \cdot 10^5 \text{ Дж} \quad (32)$$

Учитывая коэффициент полезного действия электрогенератора, для средней мощности установки получаем выражение

$$N = \frac{\eta_0(A_{3-4} + A_{5-6})}{T} = \frac{0,60 \cdot (11 + 5,4) \cdot 10^4 \text{ Дж}}{10 \text{ с}} = 9,8 \cdot 10^4 \text{ Вт} . \quad (33)$$

Округляя, получаем мощность данной установки – примерно 100 киловатт.



Республиканская физическая олимпиада 2025 года (Заключительный этап)

Теоретический тур

Решения задач 11 класс (для жюри)

Уважаемые члены жюри!

Задачи, предложенные школьникам для решения на олимпиаде, не стандартные и достаточно сложные. Предложенные здесь варианты путей решений не являются единственно возможными. Участники олимпиады могут предложить свои способы решения. Если эти способы приводят к правильным ответам и физически обоснованы, то задача (или ее отдельные пункты) должны оцениваться максимальными баллами.

Не забывайте, что Вы должны оценивать не только конечные ответы, но и отдельные правильные шаги в ходе решения!

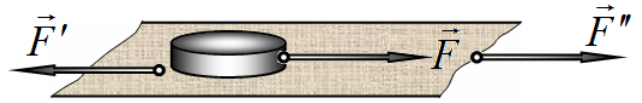


Не жалейте баллов (если, конечно, есть за что!) для наших замечательных школьников!

Задание 1. Потери энергии (Решение)

Задача 1.1

1.1 Диск разгоняется под действием силы трения \vec{F} со стороны движущейся ленты транспортера. В соответствии с 3 законом



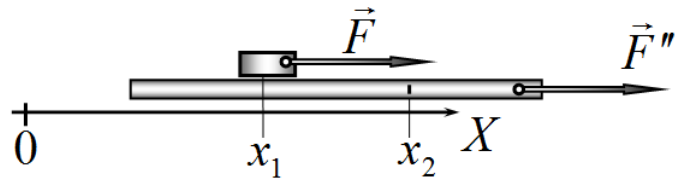
Ньютона такая же по модулю сила \vec{F}' действует на ленту. Поэтому, чтобы лента продолжала двигаться с прежней скоростью на столько же должна увеличиться сила тяги \vec{F}'' , действующая на ленту. Именно работа этой силы как сообщает кинетическую энергию диску, так и приводит к выделению теплоты. Расчет работы этой силы проведем в системе неподвижной системы отсчета.

Сила трения:

$$F = \mu mg ; \quad (1)$$

ускорение диска:

$$a = \frac{F}{m} = \mu g ; \quad (2)$$



время, за которое скорость диска возрастет от нуля до скорости ленты:

$$\tau = \frac{v_0}{a} = \frac{v_0}{\mu g} ; \quad (3)$$

За это время лента сместится на расстояние

$$x_2 = v_0 \tau = \frac{v_0^2}{\mu g} , \quad (4)$$

работа этой силы:

$$A = Fx_2 = \mu mg \frac{v_0^2}{\mu g} = mv_0^2 . \quad (5)$$

Эта работа равна сумме приобретенной кинетической энергии диска $\Delta E = \frac{mv_0^2}{2}$ и выделившейся теплоты Q . Следовательно, количество выделившейся теплоты равно

$$Q = \frac{mv_0^2}{2} . \quad (6)$$

Поясним, что работа силы трения \vec{F} , действующей на диск, равна изменению кинетической энергии диска. А работа внешней равной ей внешней силы \vec{F}'' в 2 раза больше, т.к. лента сместилась за рассматриваемый промежуток времени на в 2 раза большее расстояние.

Способ решения 2.

Рассмотрим движение диска в системе отсчета, связанной с лентой. Важно подчеркнуть, что эта система отсчета является инерциальной. В этой системе отсчета диск имел начальную скорость v_0 , а затем в следствие трении остановился. Следовательно, начальная кинетическая энергия диска полностью выделилась в виде теплоты. Откуда следует полученный результат (6).

Задача 1.2

Можно воспользоваться вторым способом решения предыдущей задачи 1.1. Не повторяя проведенных рассуждений, сразу приведем ответ: количество выделившейся теплоты равно

$$Q = \frac{mv_0^2}{2}. \quad (1)$$

Тем не менее, приведем еще один достаточно интересный обобщающий метод решения данной задачи. Обозначим силу, разгоняющую шарик \vec{F} . Такая же сила должна быть приложена к жидкости, чтобы сохранить скорость ее течения постоянной. Работу силы, приложенной к шарика, можно рассчитать следующим образом. Разобьем перемещение шарика на малые участки Δx_k , силу действующую на этом интервале обозначим F_k (мы не предполагаем постоянство этой силы). Тогда работа равна сумме (точнее интегралу):

$$A_1 = \sum_k F_k \Delta x_{1k} \quad (2)$$

Далее воспользуемся вторым законом Ньютона для шарика

$$F_k = m \frac{\Delta v_{1k}}{\Delta t}, \quad (3)$$

Где Δv_{1k} - изменение скорости шарика за малый промежуток времени Δt . Подставим это выражение в формулу для работы и преобразуем полученное выражение

$$A_1 = \sum_k F_k \Delta x_{1k} = \sum_k m \frac{\Delta v_{1k}}{\Delta t} \Delta x_{1k} = \sum_k m \frac{\Delta x_{1k}}{\Delta t} \Delta v_{1k} = \sum_k m v_{1k} \Delta v_{1k} = \sum_k m \Delta \left(\frac{v_{1k}^2}{2} \right) = \frac{mv_0^2}{2} \quad (4)$$

В итоге получили тривиальный результат – работа силы равна изменению кинетической энергии шарика.

Теперь аналогично подсчитаем работы силы, движущей воду:

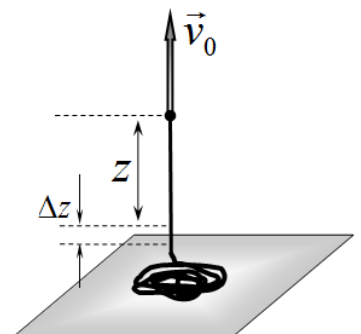
$$A_2 = \sum_k F_k \Delta x_{0k} = \sum_k m \frac{\Delta v_{1k}}{\Delta t} v_0 \Delta t = \sum_k m v_0 \Delta v_{1k} = m v_0^2. \quad (5)$$

Это и есть основной результат: независимо от характера силы, действующий на шарик, работа внешней силы в два раза превышает изменение кинетической энергии шарика. Следовательно, разность между ними (т.е. выделившаяся теплота) равна полученной кинетической энергии.

Задача 1.3

1.3.1 Так как цепочка поднимается с постоянной скоростью, то в любой момент времени сумма сил, действующих на поднятую часть цепочки равна нулю. При подъеме цепочки на малую высоту Δz нижняя ее часть длины Δz должна быстро увеличить скорость от нуля до скорости цепочки v_0 . Это ускорение возможно только за счет дополнительной силы натяжения цепочки. Эту силы можно рассчитать через скорость изменения импульса

$$F' = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{v_0 \Delta m}{\Delta t} = \frac{v_0 \frac{m}{l} \Delta z}{\Delta t} = \frac{m}{l} v_0^2. \quad (1)$$

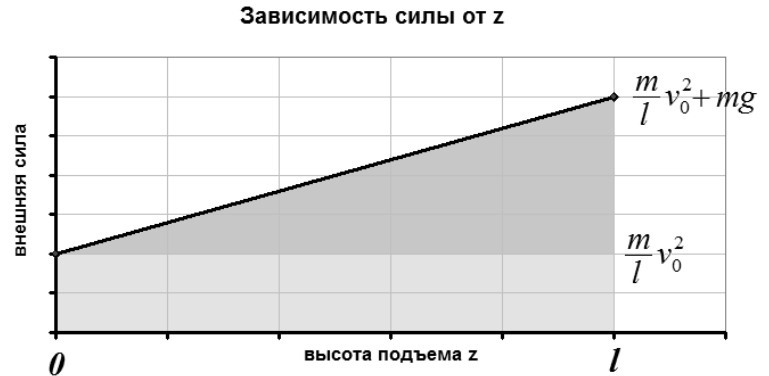


здесь $\Delta m = \frac{m}{l} \Delta z = \frac{m}{l} v_0 \Delta t$ - масса части цепочки, которая отрывается от стола за малый промежуток времени Δt .

Таким образом, сила, с которой тянут цепочку вверх, при равномерном движении должна быть равна сумме силы тяжести поднятой части $m'g = \frac{m}{l} zg$ и найденной силы F' :

$$F = \frac{m}{l} zg + \frac{m}{l} v_0^2. \quad (2)$$

График этой линейной функции показан на рисунке.



1.3.2 Работа найденной силы численно равна площади под графиком нарисованной зависимости:

$$A = \frac{mv_0^2}{l} \cdot l + \frac{1}{2} mgl = mv_0^2 + \frac{1}{2} mgl. \quad (3)$$

Энергия, сообщенная цепочке, пошла на увеличение кинетической энергии цепочки $\frac{mv_0^2}{2}$, ее потенциальной энергии $\frac{1}{2} mgl$ и выделившуюся теплоту Q . Поэтому

$$A = mv_0^2 + \frac{1}{2} mgl = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{1}{2} mgl + Q. \quad (4)$$

Из этого уравнения следует, что количество выделившейся теплоты равно

$$Q = \frac{mv_0^2}{2}. \quad (5)$$

Задание 2. Взаимодействия цилиндрических магнитов (Решение)

Часть 1. Характеристики магнита.

1.1 Так как, плотность и геометрические размеры цилиндрического магнита заданы, то расчет его массы труда не представляет:

$$m = \rho V = \rho \frac{\pi d^2}{4} h = 7,6 \cdot 10^3 \frac{\pi \cdot (4,0 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 10,0 \cdot 10^{-3}}{4} = 9,6 \cdot 10^{-4} \text{ кг} . \quad (1)$$

1.2 Магнитный момент магнита рассчитывается по определению намагниченности

$$M_R = \frac{p_m}{V} \Rightarrow p_m = M_R V . \quad (2)$$

Используя заданную связь между намагниченностью и остаточной индукцией $B_R = \mu_0 M_R$, получим требуемый результат

$$p_m = M_R V = \frac{B_R}{\mu_0} \cdot \frac{\pi d^2}{4} h = 0,14 \text{ А} \cdot \text{м}^2 . \quad (3)$$

1.3 Расчет силы тока намагничивания можно провести по формуле магнитного момента, выражаемого через силу тока намагничивания

$$p_m = IS \Rightarrow I_m = \frac{p_m}{S} = \frac{B_R V}{\mu_0 S} = \frac{B_R}{\mu_0} h . \quad (4)$$

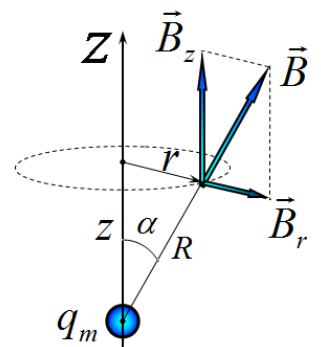
Численный расчет можно провести по любой из приведенных формул

$$I_m = \frac{B_R}{\mu_0} h = \frac{1,6}{4\pi \cdot 10^{-7}} 10 \cdot 10^{-3} = 1,1 \cdot 10^4 \text{ А} . \quad (5)$$

Поразительно, удивительно, но...

Часть 2. Магнитное поле магнита.

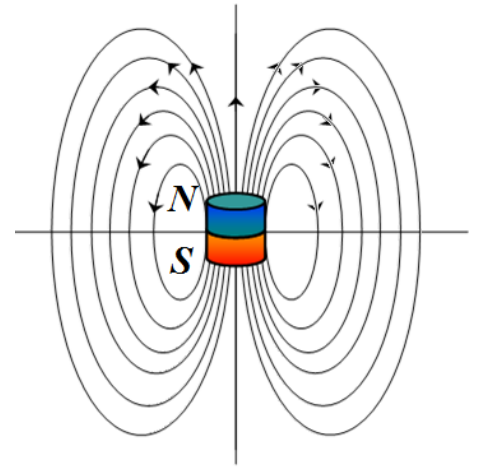
2.1 Требуемые компоненты индукции поля точечного магнитного заряда находятся из формулы «типа Кулона» $B = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi R^2}$ и рисунка:



$$B_z^{(0)}(z, r) = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi R^2} \cos \alpha = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi} \frac{z}{(z^2 + r^2)^{3/2}} . \quad (5)$$

$$B_r^{(0)}(z, r) = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi R^2} \sin \alpha = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi} \frac{r}{(z^2 + r^2)^{3/2}} . \quad (6)$$

2.2 Картина силовых линий магнитного диполя (поля линейного магнита, поля кругового тока, поля Земли и т.д.) приводится во всех учебниках физики, начиная с детского сада.



2.3 Для решения данного пункта задачи можно воспользоваться подсказкой, приведенной в условии. Второй подход – используя принцип суперпозиции, записать точное выражение для индукции поля и провести разложение полученного выражения по малому параметру a . Здесь приведено решения по первому, более короткому пути.

$$B_z(z, r) = B_z^{(0)}(z, r) - B_z^{(0)}(z + a, r) = -\left(B_z^{(0)}(z, r)\right)'_z \cdot a. \quad (7)$$

Аккуратное вычисление производной от функции (5) приводит к результату:

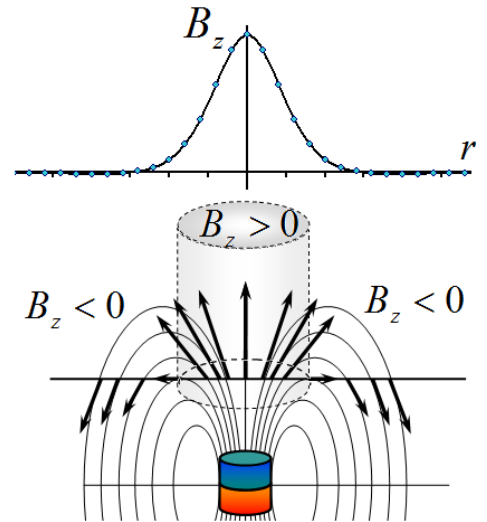
$$B_z(z, r) = -\left(B_z^{(0)}(z, r)\right)'_z \cdot a = -\frac{\mu_0 q_m a}{4\pi} \left(\frac{z}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \right)'_z =$$

$$= -\frac{\mu_0 q_m a}{4\pi} \frac{(z^2 + r^2)^{3/2} - z \frac{3}{2} (z^2 + r^2)^{1/2} \cdot 2z}{(z^2 + r^2)^3} = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} \frac{2z^2 - r^2}{(z^2 + r^2)^{5/2}} \quad (8)$$

2.4 Схематический график этой функции можно построить на основе качественного анализа (функция четная, нули функции при $r = \pm\sqrt{2}z$, очевидны участки монотонности, стремление к нулю с отрицательно стороны при $z \rightarrow \pm\infty$). Результат построения показан на рисунке.



Данный график можно построить и на основании анализа картины силовых линий – просто рассматривая знак проекции вектора индукции поля (как показано на следующем рисунке).



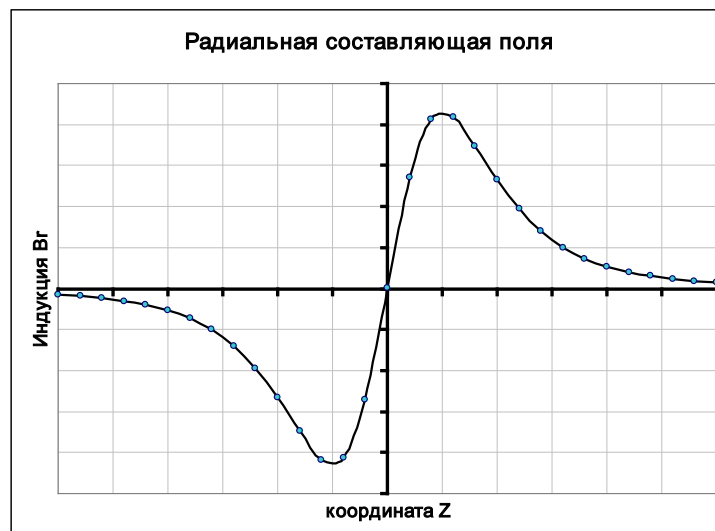
2.5 Значения индукции поля на оси можно получить, полагая $r = 0$ в формуле (8):

$$B_z(z) = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} \frac{2z^2 - r^2}{(z^2 + r^2)^{5/2}} \Bigg|_{r=0} = \frac{\mu_0 p_m}{2\pi z^3}. \quad (9)$$

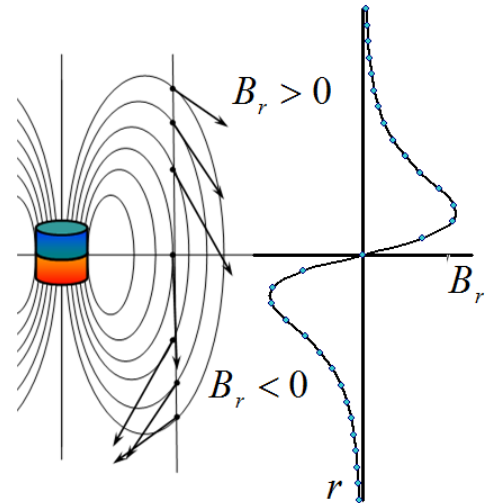
2.6 Радиальная компонента поля рассчитывается аналогично (и несколько проще):

$$\begin{aligned} B_r(z, r) &= B_r^{(0)}(z, r) - B_r^{(0)}(z + a, r) = -\left(B_r^{(0)}(z, r)\right)'_z \cdot a = \\ &= -\frac{\mu_0 q_m a}{4\pi} \cdot \left(\frac{r}{(z^2 + r^2)^{3/2}}\right)' = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} \cdot \frac{3}{2} \frac{r \cdot 2z}{(z^2 + r^2)^{5/2}} = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} \frac{3zr}{(z^2 + r^2)^{5/2}}. \end{aligned} \quad (10)$$

2.7 График этой функции также строится на основе качественного анализа (функция нечетная: обращается в нуль при $z = 0$; стремится к нулю при $z \rightarrow \pm\infty$). Результат – на рисунке.



Схематический график этой зависимости можно также построить на основании анализа картины силовых линий (см. рисунок).



2.8 Поиск экстремумов функции проводится стандартным методом – в точках экстремумов производная функции обращается в нуль. Поэтому вычислим производную от функции (10) и приравняем ее к нулю:

$$\begin{aligned} (B_r(z, r))'_z &= \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} 3r \left(\frac{z}{(z^2 + r^2)^{5/2}} \right)'_z = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} 3r \frac{(z^2 + r^2)^{5/2} - z \cdot \frac{5}{2} (z^2 + r^2)^{3/2} \cdot 2z}{(z^2 + r^2)^5} = \\ &= \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} 3r \frac{r^2 - 4z^2}{(z^2 + r^2)^{7/2}} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Из полученного уравнения следует, что положение экстремума $z^* = \pm b = \pm \frac{r}{2}$. Значения функции в экстремуме равно

$$B_{r, \max}(z, r) = \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} \frac{3zr}{(z^2 + r^2)^{5/2}} \Bigg|_{z=\frac{r}{2}} = \frac{3}{2} \left(\frac{4}{5} \right)^{5/2} \frac{\mu_0 p_m}{4\pi} \frac{1}{r^3} = C \frac{\mu_0 p_m}{r^3}. \quad (12)$$

Здесь безразмерная константа равна $C = \frac{3}{8\pi} \left(\frac{4}{5} \right)^{5/3} \approx 0,068$.

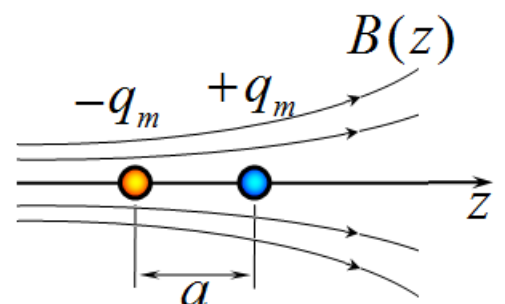
Таким образом, полный ответ на вопросы данного пункта:

$$b = \frac{r}{2}; \quad B_{r, \max} = C \frac{\mu_0 p_m}{r^3}; \quad C = \frac{3}{8\pi} \left(\frac{4}{5} \right)^{5/3} \approx 0,068. \quad (13)$$

Часть 3. Притяжение и отталкивание.

3.1 Рассмотрим магнитный диполь, находящийся в неоднородном магнитном поле $B(z)$. Ось диполя совпадает с направлением поля (что соответствует условию рассматриваемой задачи). В этом случае суммарная сила, действующая на диполь, равна

$$F = -q_m B(z) + q_m B(z + a). \quad (14)$$



Теоретический тур. Вариант 1.

11 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

Учитывая малость величины a , это выражение можно преобразовать к виду

$$F = -q_m B(z) + q_m B(z+a) = q_m a \frac{B(z+a) - B(z)}{a} \approx p_m B'(z). \quad (15)$$

где $B'(z)$ - производная от зависимости индукции поля по координате. Зависимость индукции поля на оси от координаты задается формулой (9). Поэтому сила взаимодействия между магнитами равна

$$F = p_m B'(z) = p_m \left(\frac{\mu_0 p_m}{2\pi z^3} \right)' = -\frac{3\mu_0 p_m^2}{2\pi z^4}. \quad (15)$$

3.2 При ориентации магнитов, указанной на рис. а), сила магнитного отталкивания уравновешивает силу тяжести:

$$\frac{3\mu_0 p_m^2}{2\pi L^4} = mg. \quad (16)$$

Из этого уравнения находим искомое расстояние

$$L = \sqrt[4]{\frac{3\mu_0 p_m^2}{2\pi mg}}. \quad (17)$$

3.3 Реализовать экспериментально можно только вариант, а), так как в этом случае положение равновесия является устойчивым. В случае б) положение равновесия неустойчивое.

3.4 Подстановка ранее найденных численных значений параметров в формулу (17) приводит к результату:

$$L = 3,3 \text{ см}. \quad (17)$$

Часть 4. Магнитная вязкость – токи Фуко.

4.1 При движении магнита в каждой точке стенке трубки изменяется магнитное поле, в следствие чего в ней возникают электрические токи, называемые токи Фуко. Для расчета их характеристики удобно перейти в систему отсчета, связанную с магнитом. В этой системе трубка движется магнитном поле, поэтому источником ЭДС является сила Лоренца, действующая на заряды, которая возникает благодаря радиальной составляющей индукции поля магнита. Сила Лоренца направлена по касательной к поверхности трубки. Величина этой силы равна

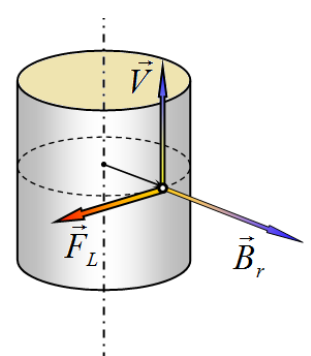
$$F_L = qVB_r. \quad (18)$$

Соответственно, ЭДС, возникающая в контуре, охватывающем трубку равна

$$\varepsilon = \frac{1}{q} F_L \cdot 2\pi r_0 = 2\pi r_0 B_r V. \quad (19)$$

Теперь с помощью закона Ома определим силу тока

$$\Delta I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\varepsilon}{\rho \frac{2\pi r_0}{\Delta z h_0}} = \frac{2\pi r_0 B_r V}{\rho \frac{2\pi r_0}{\Delta z h_0}} = \frac{B_r V \Delta z h_0}{\rho}. \quad (20)$$



Наконец, воспользуемся рекомендуемым приближением для функциональной зависимости радиальной составляющей поля:

$$\Delta I = \frac{B_{r\max} V \Delta z h_0}{\rho}. \quad (20)$$

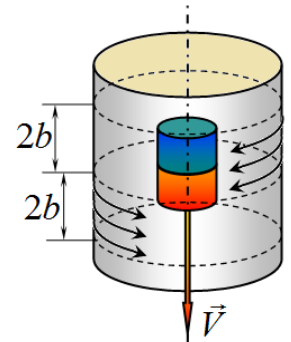
4.2 Ток возникает во всех частях трубки, в которых имеется радиальное магнитное поле. В рамках используемого «ступенчатого» приближения радиальная составляющая имеется в полосе шириной $4b$. Отметим, что направление тока не существенно, так как мощность выделяющейся теплоты не зависит от направления тока. Поэтому можно записать, что «эффективная» сила тока равна

$$I = \frac{B_{r\max} V h_0}{\rho} \cdot 4b. \quad (21)$$

Мощность теплоты, выделяющейся в трубке, рассчитывается по закону Джоуля – Ленца:

$$P = I^2 R, \quad (22)$$

где $R = \rho \frac{2\pi r_0}{4bh_0}$ - электрическое сопротивление части стенки трубки.



по которой протекает электрический ток. Собирая все промежуточные результаты, получим результат

$$P = \left(\frac{B_{r\max} V h_0}{\rho} \cdot 4b \right)^2 \rho \frac{2\pi r_0}{4bh_0} = \frac{8\pi r_0 b h_0}{\rho} B_{r\max}^2 V^2. \quad (23)$$

4.3 Рассчитанную мощность теплоты можно связать с мощностью, развиваемой силой вязкого магнитного трения:

$$P = F \cdot V. \quad (24)$$

С помощью формулы (24) находим явное выражение для этой силы

$$F = \frac{8\pi r_0 b h_0}{\rho} B_{r\max}^2 V. \quad (25)$$

4.4 Приравняем найденное значение силы вязкого трения к силе тяжести падающего магнита

$$\frac{8\pi r_0 b h_0}{\rho} B_{r\max}^2 V = mg, \quad (26)$$

Откуда найдем формулу для скорости установившегося движения

$$V = \frac{mg\rho}{8\pi r_0 b h_0 B_{r\max}^2}. \quad (27)$$

4.5 Осталось добросовестно провести численные расчеты: $B_{r\max} = C \frac{\mu_0 P_m}{r_0^3} = 0,45 \text{ Тл};$

$$V = \frac{mg\rho}{8\pi r_0 b h_0 B_{r\max}^2} = 3,9 \frac{\text{см}}{\text{с}}. \quad (28)$$

Задание 3. Брызги шампанского! (Решение)

1.1 Выразим размерность универсальной газовой постоянной через единицы давления и объема

$$PV = \nu RT \Rightarrow R = \frac{PV}{\nu T} = 8,31 \frac{\text{Па} \cdot \text{м}^3}{\text{моль} \cdot \text{К}}. \quad (1)$$

Подстановка значений единиц измерения дает следующее численное значение универсальной газовой постоянной в системе ГЛА:

$$R = 8,31 \frac{\left(\frac{1}{1,01 \cdot 10^5} \text{ атм} \right) \cdot 10^3 \text{ л}}{\text{моль} \cdot \text{К}} = 8,23 \cdot 10^{-2} \frac{\text{атм} \cdot \text{л}}{\text{моль} \cdot \text{К}}. \quad (2)$$

1.2 В одном литре воды при температуре $t_0 = 0,00^\circ\text{C}$ и давлении $P = 1,00 \text{ атм}$ растворяется объем газа численно равный $k_V = 1,71 \text{ л}$. Масса этого газа, как следует из уравнения Менделеева – Клапейрона равна

$$PV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow m = M \frac{PV}{RT}. \quad (3)$$

Ее численное значение

$$m = M \frac{PV}{RT} = 44,0 \frac{\text{г}}{\text{моль}} \frac{1,01 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 1,71 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 273 \text{ К}} = 3,35 \text{ г}. \quad (4)$$

Следовательно, постоянная Генри для углекислого газа при нулевой температуре равна

$$k_m = 3,35 \frac{\text{г}}{\text{л} \cdot \text{атм}}. \quad (5)$$

1.2 Масса растворенного газа по закону Генри равна

$$m = k_m PV = 3,35 \cdot 3,0 \cdot 2,0 = 20 \text{ г} \quad (6)$$

Часть 2. Открываем бутылку!

2.1 Давление в бутылке равно давлению газов (воздуха и образовавшегося углекислого газа). Согласно закону Дальтона, давление смеси газов равно сумме парциальных давлений компонент смеси. Так как объем свободной от вина части бутылки остается неизменным, то для неизменной массы воздуха справедливо соотношение:

$$\frac{P_g}{T} = \frac{P_0}{T_0} \quad (7)$$

Откуда следует, что парциальное давление воздуха линейно зависит от температуры

$$P_g = \frac{P_0}{T_0} T \quad (8)$$

Масса углекислого газа, находящегося в свободной части сосуда, зависит от температуры и равна разности

$$m = m_0 - k_m PV_0 \quad (9)$$

здесь $k_m P$ - масса растворенного углекислого газа.

Для углекислого газа, находящегося в газообразном состоянии справедливо уравнение Менделеева – Клапейрона

$$P\nu = \frac{m}{M} RT = \frac{m_0 - k_m PV_0}{M} RT \quad (10)$$

Преобразуем это уравнение к виду, удобному для расчетов

$$P = \frac{m_0 - k_m PV_0}{M\nu} RT = \frac{m_0 RT}{M\nu} \left(1 - \frac{k_m V_0}{m_0} P \right) = \tilde{P} \left(1 - \frac{k_m}{C_0} P \right) \quad (11)$$

Здесь обозначено $\frac{m_0 RT}{M\nu} = \tilde{P} = \tilde{P}_0 \frac{T}{T_0}$; $C_0 = \frac{m_0}{V_0}$.

Заметим, что введенные константы имеют наглядный смысл: \tilde{P} - давление углекислого газа, при условии, что он весь находится в газообразном состоянии; C_0 - максимальная концентрация раствора.

Из уравнения (10) не сложно найти искомое выражение для парциального давления углекислого газа:

$$P = \frac{\tilde{P}}{1 + \frac{k_m(t)}{C_0} \tilde{P}} \quad (12)$$

Понятно, что давление в бутылке будет равно сумме давлений воздуха (8) и углекислого газа (12).

Численные расчеты удобно проводить в следующей последовательности.

1) Рассчитываем постоянные

$$C_0 = \frac{m_0}{V_0} = \frac{7,5\text{г}}{0,75\text{л}} = 10 \frac{\text{г}}{\text{л}};$$

$$\tilde{P}_0 = \frac{m_0 RT_0}{M\nu} = \frac{7,5\text{г} \cdot 8,23 \cdot 10^{-2} \frac{\text{атм} \cdot \text{л}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 273\text{К}}{44 \frac{\text{г}}{\text{моль}} \cdot 0,15\text{л}} = 25,5\text{атм}$$

2) Для каждой температуры, указанной в таблице, рассчитываем и заносим в соответствующие столбцы таблицы

$$\text{Давление воздуха } P_e = \frac{P_0}{T_0} T = 1 \frac{273+t}{273};$$

Давление углекислого газа

$$\text{а) } \tilde{P} = \tilde{P}_0 \frac{T}{T_0} = 25,5 \frac{273+t}{273}; \quad \text{б) } k_m = \frac{k_0}{1+\alpha t} = \frac{3,4}{1+0,055t}; \quad \text{в) } P = \frac{\tilde{P}}{1 + \frac{k_m(t)}{C_0} \tilde{P}};$$

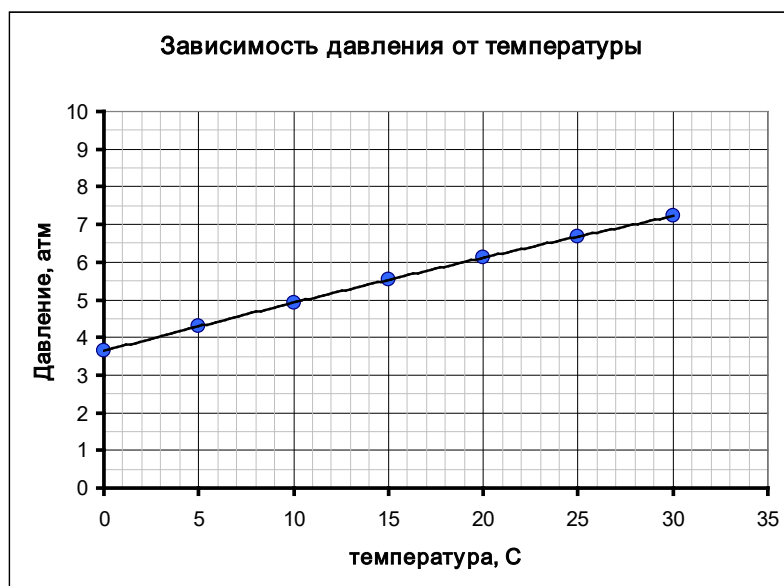
г) суммарное давление.

Результаты расчетов приведены в Таблице 1.

Таблица 1.

$t^{\circ}\text{C}$	k_m	$P_{\text{возд}},$ атм	$\tilde{P},$ атм	$P_{\text{уг.газ}},$ атм	$P_{\text{сум}},$ атм
0	3,40	1,00	25,50	2,64	3,6
5	2,67	1,02	25,97	3,28	4,3
10	2,19	1,04	26,43	3,89	4,9
15	1,86	1,05	26,90	4,47	5,5
20	1,62	1,07	27,37	5,04	6,1
25	1,43	1,09	27,84	5,58	6,7
30	1,28	1,11	28,30	6,11	7,2

График зависимости имеет следующий вид.



2.2 Рассчитаем массу растворенного газа после открывания бутылки

$$m_1 = \frac{k_0}{1 + \alpha t} P_0 V_0 = \frac{3,4}{1 + 0,055 \cdot 25} \cdot 1,0 \cdot 0,75 = 1,07 \text{ г} \quad (13)$$

Следовательно, масса выделившегося газа равна

$$m = m_0 - m_1 = 6,43 \text{ г}. \quad (14)$$

Его объем найдем из уравнения состояния

$$V_1 = \frac{mRT}{MP} = \frac{6,43 \cdot 8,23 \cdot 10^{-2} \cdot 298}{44 \cdot 1} = 3,58 \text{ л} \quad (15)$$

Поэтому объем образовавшейся пены равен

$$V = V_0 + V_1 = 4,33 \text{ л}. \quad (16)$$

Найдем, какая доля этой пены останется в бутылке

$$\eta = \frac{V_0 + v}{V} = \frac{0,90}{4,33} = 0,21. \quad (17)$$

Окончательно находим, какой объем вина останется в бутылке

$$V_{\text{ост}} = \eta V_0 = 0,16 \text{ л} \quad (18)$$