



Республиканская физическая олимпиада 2025 года (3 этап)

Экспериментальный тур

Условия и решения задач 9 класс (для жюри)

Задания экспериментального тура данной олимпиады предоставляют для участников большие возможности для самостоятельного выбора параметров установок, диапазонов исследования, методов измерений. Иными словами – проявить свои творческие способности. Кроме того, результаты измерений сильно зависят от предоставленного оборудования, которое может различаться в разных областях нашей Республики.

Поэтому, относитесь к приведенным ниже результатам, как к ориентировочным. Желательно (или даже обязательно) провести собственные измерения. Поэтому здесь приводятся только основные теоретические положения и результаты некоторых измерений, полученные авторами данных заданий. Методы обработки результатов измерений являются в большинстве своем, стандартными, поэтому подробно не описываются.



Задание 9-1. Шарик в наклонной трубке

Оборудование: шарик стальной (диаметр 19мм), трубка пластиковая прозрачная (примерная длина 50см, внутренний диаметр 22мм), электронный блок для регистрации движения шарика по наклонной плоскости с 4-мя оптическими датчиками и кабелем электропитания, штатив, мерная лента, линейка (40см).

Часть 0. Ознакомление с экспериментальной установкой

(не оценивается, затраченное учащимися время на данную часть (до 10 мин) не входит во время отведённое на экспериментальный тур)

Установите трубку так, чтобы один край опирался на столешницу, а другой был поднят на высоту 5,0см от столешницы. Включите электронный блок. На экране должны появиться номера датчиков и напротив датчика «0» должна быть надпись «Готов». Скатите шарик внутрь трубки. Шарик должен скатываться без дополнительного воздействия с вашей стороны.

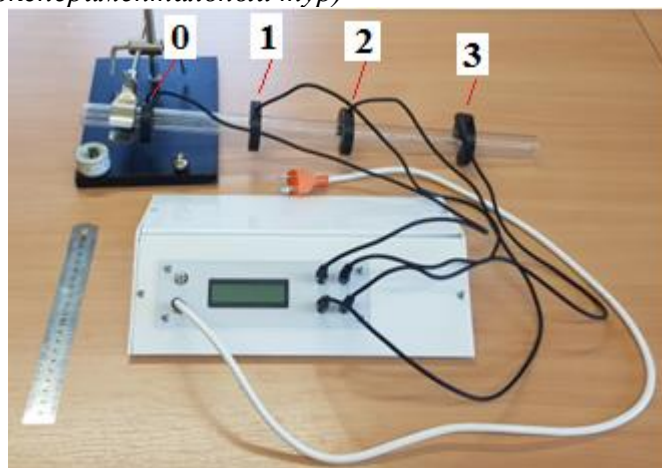


Рисунок 1

Необходимо чтобы шарик почти самопроизвольно перекатывался через край трубки. На экране электронного блока должны появиться моменты времени прохождения шариком через оптические датчики. Первый датчик, через который прошёл шарик имеет номер «0», возле него всегда будет стоять момент времени 0,000с. В дальнейшем будет указываться следующая нумерация датчиков: 0; 1; 2; 3. При выполнении заданий датчик «0» всегда остаётся на одном и том же месте, положение остальных датчиков будет изменяться. Датчик «0» установите на расстоянии 4,0см от края трубки. Потренируйтесь пользоваться экспериментальной установкой.

Часть 1. Базовая

(Погрешности в данной части вычислять не нужно)

1.1 Установите расстояния между серединами датчиков 12,0 см. Скатите шарик. Определите моменты времени прохождения шариком через датчики. Эксперимент проведите несколько раз. Результаты оформите в виде таблицы.

1.2 Определите средние скорости прохождения шариком расстояний: между 0-ым и 1-ым датчиком $\langle v_1 \rangle$, между 1-ым и 2-ым датчиком $\langle v_2 \rangle$, между 2-ым и 3-им датчиком $\langle v_3 \rangle$.

1.3 Используя результаты полученные в п.1.1, определите среднее значение скорости шарика $\langle v_{01} \rangle$ в момент прохождения датчика «0» и среднее ускорение шарика $\langle a_1 \rangle$.

Часть 2. Профильная

2.1 Запишите кинематический закон равноускоренного движения $x(t)$ для эксперимента проведённого в п.1.1.

2.2 Запишите кинематический закон равноускоренного движения в линеаризованном виде. То есть уравнение $x(t)$ для равноускоренного движения нужно преобразовать так, чтобы оно было аналогично линейному уравнению $y = kx + b$ (1). Укажите какие величины в Вашем линеаризованном уравнении будут аналогичны величинам y , k , x , b в уравнении (1).

2.3 Исследуйте ускоренное движение шарика вниз по трубке экспериментально: устанавливая датчики «1», «2» и «3» на различном расстоянии от датчика «0», получите соответствующие значения координат и моментов времени. Результаты оформите в виде таблицы.

Подсказка. Три пары значений уже получены в части 1. Из-за ограниченности времени на задачу в данном пункте для каждого положения датчиков проводите измерения по одному разу.

2.4 Используя результаты эксперимента п.2.3, проверьте, выполняется ли линеаризованное уравнение, полученное Вами в п.2.2. (*Подсказка.* Проверьте с помощью графиков).

2.5 Используя простую графическую обработку (ПГО) или метод наименьших квадратов (МНК), определите среднее значение скорости шарика $\langle v_{02} \rangle$ в момент прохождения датчика «0» и среднее ускорение шарика $\langle a_2 \rangle$. Вычислите абсолютную и относительную погрешности этих величин. Окончательный результат запишите в виде: $v_{02} = \langle v_{02} \rangle \pm \Delta v_{02}$ и $a_2 = \langle a_2 \rangle \pm \Delta a_2$.

Часть 3. Олимпийская

3.1 Установите между серединами датчиков «0» и «3» расстояние $l = 40,0$ см. Датчики «1» и «2» должны находиться на трубке, положение этих датчиков произвольное, их показание записывать не нужно. Исследуйте зависимость $t(h)$, где t – время прохождения шариком расстояния l , h – высота верхнего края трубки над поверхностью стола (рис.2). *Подсказка.* Повторные измерения проводить не нужно. При углах наклона желоба до 30° шарик при скатывании не проскальзывает. Ускорение шарика пропорционально ускорению свободного падения.

3.2 Получите уравнение зависимости $t(h)$ в явном виде. Используйте обозначения, указанные на рис.2. Другие необходимые величины обозначьте сами. Сопротивлением воздуха пренебречь.

3.3 Используя результаты полученные в п.3.1, проверьте, подтверждается или нет зависимость, полученная Вами в п.3.2

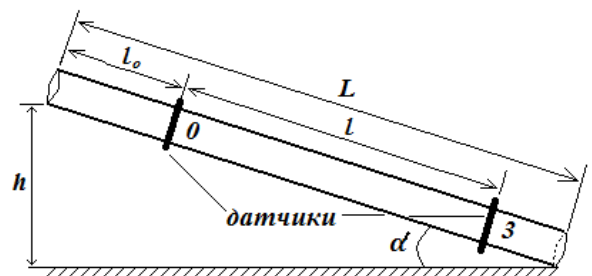


Рисунок 2

Задание 9-1. Шарик в наклонной трубке

Решение

Часть 1. Базовая

1.1

№ индекса в формуле	$\langle X \rangle, \text{см}$	Повторные измерения					$\langle t \rangle, \text{с}$
		$t_1, \text{с}$	$t_2, \text{с}$	$t_3, \text{с}$	$t_4, \text{с}$	$t_5, \text{с}$	
1	12,0	0,371	0,371	0,371	0,37	0,369	0,370
2	24,0	0,597	0,597	0,599	0,599	0,598	0,598
3	36,0	0,783	0,778	0,781	0,781	0,779	0,780

1.2

$$\langle v_1 \rangle = \frac{\langle x \rangle_1 - x_0}{\langle t \rangle_1 - t_0} = \frac{12,0 \text{ см} - 0}{0,370 \text{ с} - 0} = 32,4 \frac{\text{см}}{\text{с}} \quad (1),$$

$$\langle v_2 \rangle = \frac{\langle x \rangle_2 - \langle x \rangle_1}{\langle t \rangle_2 - \langle t \rangle_1} = \frac{24,0 \text{ см} - 12,0 \text{ см}}{0,598 \text{ с} - 0,370 \text{ с}} = 52,6 \frac{\text{см}}{\text{с}} \quad (2),$$

$$\langle v_3 \rangle = \frac{\langle x \rangle_3 - \langle x \rangle_2}{\langle t \rangle_3 - \langle t \rangle_2} = \frac{36,0 \text{ см} - 24,0 \text{ см}}{0,780 \text{ с} - 0,598 \text{ с}} = 65,9 \frac{\text{см}}{\text{с}} \quad (3).$$

1.3 Запишем уравнения кинематического закона равноускоренного движения шарика для координат $\langle x \rangle_2$ и $\langle x \rangle_3$ и соответствующих моментов времени:

$$\langle x \rangle_2 = \langle v_{01} \rangle \cdot \langle t \rangle_2 + \frac{\langle a_1 \rangle \cdot \langle t \rangle_2^2}{2} \quad (4),$$

$$\langle x \rangle_3 = \langle v_{01} \rangle \cdot \langle t \rangle_3 + \frac{\langle a_1 \rangle \cdot \langle t \rangle_3^2}{2} \quad (5).$$

Решая систему уравнений (4) и (5) получим:

$$\langle a_1 \rangle = \frac{2\langle x \rangle_3 - 2\frac{\langle x \rangle_2 \langle t \rangle_3}{\langle t \rangle_2}}{\langle t \rangle_3^2 - \langle t \rangle_2 \langle t \rangle_3} = \frac{2 \cdot 36,0 \text{ см} - 2 \cdot \frac{24,0 \text{ см} \cdot 0,780 \text{ с}}{0,598 \text{ с}}}{(0,780 \text{ с})^2 - 0,780 \text{ с} \cdot 0,598 \text{ с}} = 66,2 \frac{\text{см}}{\text{с}^2} \quad (6),$$

$$\langle v_{01} \rangle = \frac{\langle x \rangle_2}{\langle t \rangle_2} - \frac{\langle a_1 \rangle \cdot \langle t \rangle_2}{2} = \frac{24,0 \text{ см}}{0,598 \text{ с}} - \frac{66,2 \frac{\text{см}}{\text{с}^2} \cdot 0,598 \text{ с}}{2} = 20,3 \frac{\text{см}}{\text{с}} \quad (7).$$

Допускается для учащихся подставить значения $\langle x \rangle_2$, $\langle x \rangle_3$, $\langle t \rangle_2$, $\langle t \rangle_3$ в уравнения (4) и (5) и решить систему уравнений в числах.

Часть 2. Профильная

2.1 Кинематический закон равноускоренного движения для данного случая имеет вид:

$$x(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (8).$$

2.2 В линеаризованном виде:

$$\frac{x}{t} = v_0 + \frac{at}{2} \quad (9).$$

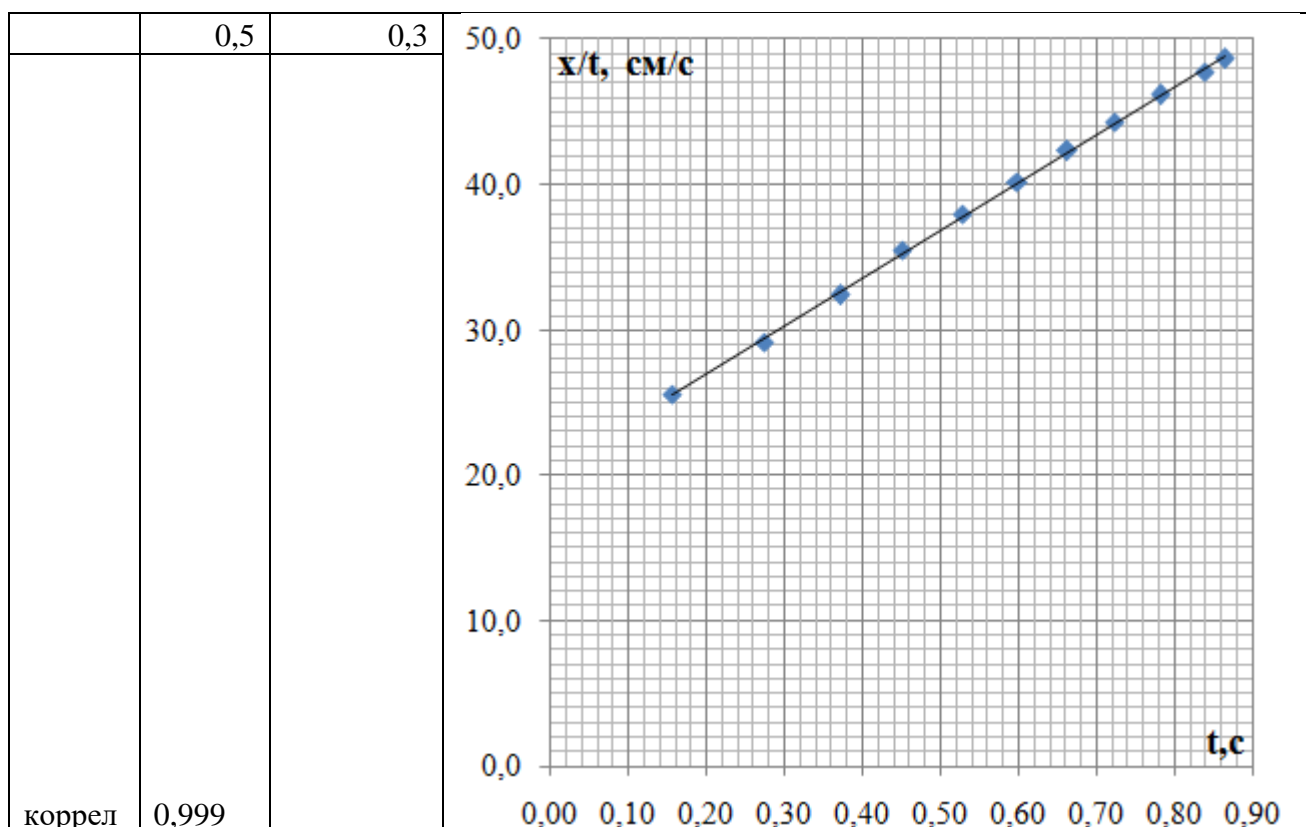
$$\frac{x}{t} \rightarrow y, \quad \frac{a}{2} \rightarrow k, \quad x \rightarrow t, \quad b \rightarrow v_0 \quad (10).$$

2.3 и 2.4

Построим график линеаризованной зависимости $\frac{x}{t}(t)$ по уравнению (9).
Вычислим значения $\frac{x}{t}$.

2.3		2.4	
X, см	t, с	$\frac{x}{t}$, см/с	
4,0	0,156	25,6	
8,0	0,274	29,2	
12,0	0,370	32,4	
16,0	0,451	35,4	
20,0	0,527	38,0	
24,0	0,598	40,1	
28,0	0,662	42,3	
32,0	0,723	44,3	
36,0	0,780	46,1	
40,0	0,838	47,7	
42,0	0,863	48,6	
сред	0,57	39,07	
дисп	0,050	54,033	
ковар		1,642	
N	$\langle k \rangle$	$\langle b \rangle$	
11	32,9	20,4	
	Δk	Δb	

График линеаризованной зависимости $\frac{x}{t}(t)$



По графику видим, что экспериментальные точки расположились вблизи некоторой усредняющей прямой. Данный факт подтверждает то, что линеаризованное уравнение (9) выполняется.

2.5 Используя МНК получаем:

среднее значение скорости шарика $\langle v_{02} \rangle$ в момент прохождения датчика «0»

$$\langle v_{02} \rangle = \langle b \rangle = 20,4 \frac{\text{см}}{\text{с}}, \quad \Delta v_{02} = \Delta b = 0,3 \frac{\text{см}}{\text{с}},$$

$$\varepsilon_{v_{02}} = \frac{\Delta v_{02}}{\langle v_{02} \rangle} = \frac{0,3 \frac{\text{см}}{\text{с}}}{20,4 \frac{\text{см}}{\text{с}}} = 0,015 = 1,5\%,$$

среднее ускорение шарика $\langle a_2 \rangle$

$$\langle k \rangle = \langle \frac{a_2}{2} \rangle = 32,9 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}, \text{ откуда } \langle a_2 \rangle = 65,8 \frac{\text{см}}{\text{с}^2},$$

$$\Delta a_2 = 2 \cdot \Delta k = 2 \cdot 0,5 \frac{\text{см}}{\text{с}^2} = 1 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}, \quad \varepsilon_{a_2} = \frac{\Delta a_2}{\langle a_2 \rangle} = \frac{1 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}}{65,8 \frac{\text{см}}{\text{с}^2}} = 0,015 = 1,5\%.$$

$$v_{02} = (20,4 \pm 0,3) \frac{\text{см}}{\text{с}}, \quad a_2 = (66 \pm 1) \frac{\text{см}}{\text{с}^2}.$$

Часть 3. Олимпийская

3.1 Проведём исследования в диапазоне высот от 4,0 см до 25,0 см. Минимальное значение ограничивается возможностью опустить как можно ниже лапку штатива, максимальное ограничиваем углом наклона трубки к горизонту (не более 30°) Таблица результатов приведена в решении п.3.3.

3.2 Если бы трубка была гладкой и при движении шарик бы не вращался, то он двигался бы с ускорением $a = g \sin \alpha$ (11). Однако шарик при движении вращается. Следовательно часть начальной потенциальной энергии шарика преобразуется в кинетическую энергию вращения. Это приводит к тому, что уменьшается кинетическая энергия поступательного движения центра шарика, а значит ускорение поступательного движения центра шарика будет меньше чем в случае если бы шарик не вращался. Но ускорение шарика будет прямо пропорционально g и $\sin \alpha$. Поэтому для ускорения шарика можем записать

$$a = cg \sin \alpha \quad (12),$$

где $c < 1$ - некоторый постоянный коэффициент, не зависящий от угла наклона трубки, не имеющий единиц измерения.

Из рисунка 2:

$$\sin \alpha = \frac{h}{L} \quad (13),$$

тогда

$$a = cg \frac{h}{L} \quad (14).$$

Используя кинематический закон равноускоренного движения, запишем:

$$l = v_0 t + \frac{at^2}{2} \quad (15).$$

Начальную скорость v_0 определим из уравнения

$$l_0 = \frac{v_0^2}{2a} \quad (16).$$

Получим:

$$v_0 = \sqrt{2al_0} = \sqrt{2cg \frac{h}{L} l_0} \quad (17).$$

Подставляя (14) и (17) в (15), получим:

$$l = t \cdot \sqrt{2cg \frac{h}{L} l_0} + \frac{cg h t^2}{2L} \quad (18).$$

Уравнение (18) – есть уравнение зависимости $t(h)$ в неявном виде.

Чтобы перейти к явному виду запишем (18) следующим образом:

$$\frac{cg}{2L} \cdot (t\sqrt{h})^2 + \sqrt{\frac{2cgl_0}{L}} \cdot t\sqrt{h} - l = 0 \quad (19).$$

Уравнение (19) представляет собой квадратное уравнение относительно переменной $t\sqrt{h}$. Обозначим:

$$\frac{cg}{2L} = A, \quad \sqrt{\frac{2cgl_0}{L}} = B, \quad -l = C, \quad t\sqrt{h} = X \quad (20)$$

Дискриминант:

$$D = B^2 - 4AC = \frac{2cgl_0}{L} + 4 \frac{cg}{2L} l = \frac{2cg}{L} (l_0 + l) \quad (21).$$

Положительный корень:

$$t\sqrt{h} = X = \frac{-B + \sqrt{D}}{2A} = \frac{\sqrt{D}}{2A} - \frac{B}{2A} = \frac{\sqrt{\frac{2cg}{L} (l_0 + l)}}{2 \frac{cg}{2L}} - \frac{\sqrt{\frac{2cgl_0}{L}}}{2 \frac{cg}{2L}} \quad (22),$$

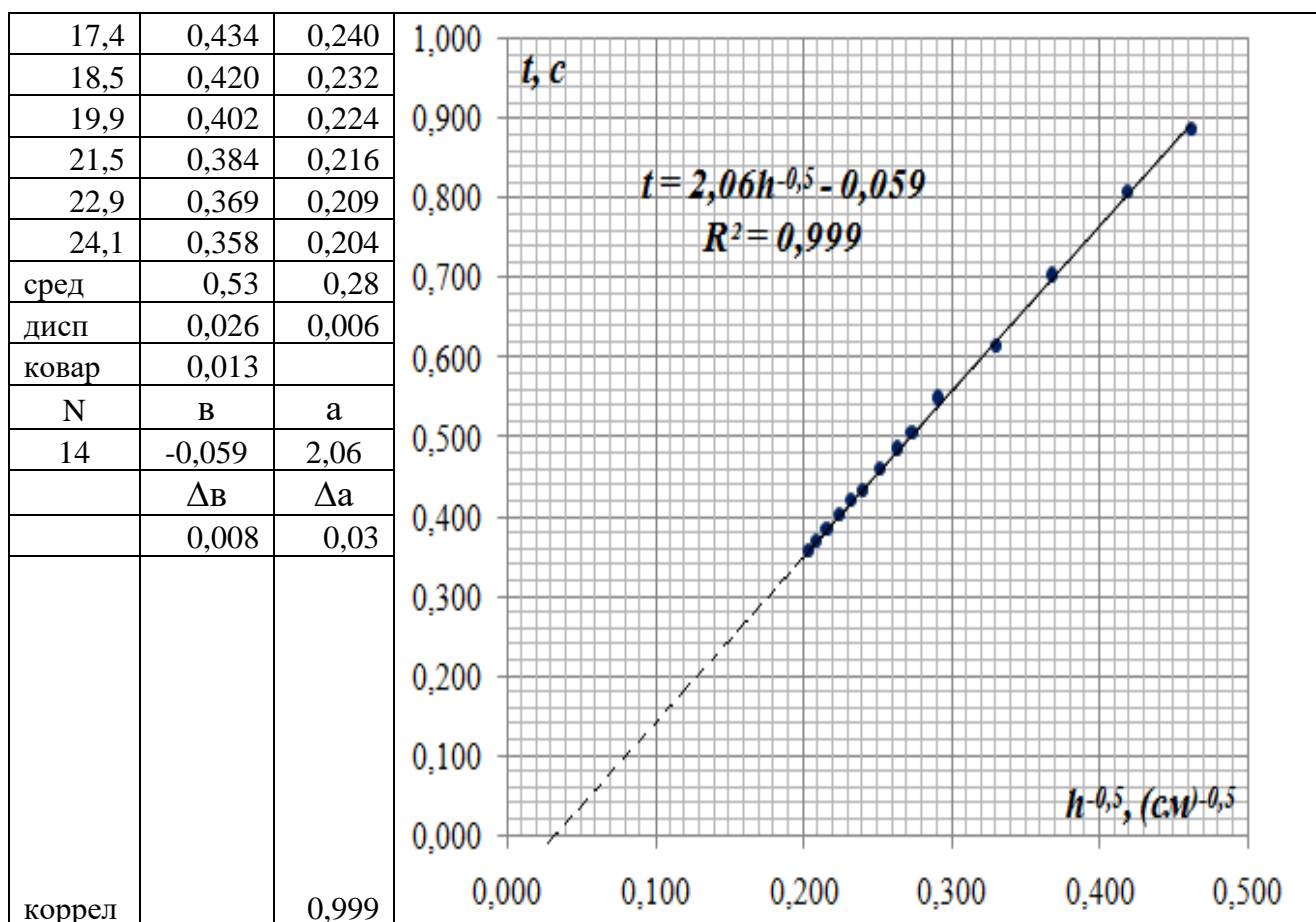
$$t\sqrt{h} = \sqrt{\frac{2L}{cg} (l_0 + l)} - \sqrt{\frac{2L}{cg} l_0} = \sqrt{\frac{2L}{cg}} \cdot (\sqrt{l_0 + l} - \sqrt{l_0}) \quad (23).$$

Из (23) получаем зависимость $t(h)$ в явном виде:

$$t = \frac{1}{\sqrt{h}} \cdot \sqrt{\frac{2L}{cg}} \cdot (\sqrt{l_0 + l} - \sqrt{l_0}) \quad (24).$$

3.3 Для проверки подтверждается ли уравнение (24) экспериментально, построим график зависимости $t \left(\frac{1}{\sqrt{h}} \right)$.

3.1		3.3	
$h, \text{ см}$	$t, \text{ с}$	$\frac{1}{\sqrt{h}}, \text{ см}^{-0,5}$	График линеаризованной зависимости $t \left(\frac{1}{\sqrt{h}} \right)$
4,7	0,886	0,461	
5,7	0,808	0,419	
7,4	0,704	0,368	
9,2	0,615	0,330	
11,8	0,549	0,291	
13,4	0,506	0,273	
14,4	0,486	0,264	
15,8	0,461	0,252	



Построим усредняющую прямую. Видим, что она не проходит через начало координат. Для определения не является ли это следствием погрешности рассчитаем угловой коэффициент наклона усредняющей прямой и свободное слагаемое, а так же определим их абсолютные погрешности. По МНК находим:

- угловой коэффициент наклона усредняющей прямой $a = (2,06 \pm 0,03) \frac{с}{см^{-0,5}}$,
- свободное слагаемое $b = (-0,059 \pm 0,008)с$, $\varepsilon_b = 14\%$.

Видим, что абсолютная погрешность свободного слагаемого намного меньше чем его среднее значение. Начало координат по вертикальной оси не попадает в интервал абсолютной погрешности свободного слагаемого. Следовательно погрешность измерений не является причиной того, что усредняющая прямая не проходит через начало координат. Это значит, что уравнение (24) экспериментально не подтверждается. Уравнение (24) есть прямо пропорциональная зависимость $t\left(\frac{1}{\sqrt{h}}\right)$, а экспериментально мы получили линейную зависимость. Причина того, что эксперимент не подтверждает теоретические выводы возможно в том, что мы пренебрегли сопротивлением воздуха. Зазор между стенками трубки и шариком довольно мал: изменяется от нуля (шарик касается трубки внизу) до 3мм сверху шарика. При таком малом зазоре сила сопротивления воздуха уже будет оказывать существенное влияние на характер движения шарика.

Задание 9-2. Тени

Оборудование: Лампочка на подставке, батарейка квадратная (4,5В), соединительные провода («крокодильчики», 2шт), линейка деревянная (15 – 20см, это предмет для отбрасывания тени), держатель оптических элементов (это подставка-держатель под линейку), листочки бумаги для подклинивания линейки, экран с осями координат, мерная лента.

Часть 1. Профильный стандарт

1.1 На рисунке 1 показан вид сверху расположения источника света (И), предмета для отбрасывания тени (П) и экрана (Э). Дополните рисунок: покажите ход лучей от источника и область тени создаваемую предметом на экране. Обозначьте так же на рисунке: D_1 – ширина тени, d – ширина предмета, x_1 – расстояние между предметом и экраном, l – расстояние между источником и предметом.

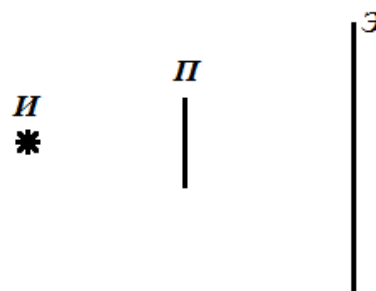


Рисунок 1

1.2 Получите уравнение зависимости ширины тени на экране от расстояния между предметом и экраном $D_1(x_1)$. Расстояние l между источником и предметом остаётся постоянным.

Соберите экспериментальную установку по рисунку 1. Лампочку к батарейке подсоедините с помощью проводов «крокодильчиков». Расстояние между лампочкой и предметом (линейкой) установите $l = 15,0$ см.

1.3 Исследуйте зависимость $D_1(x_1)$ экспериментально. Результаты оформите в виде таблицы.

1.4 Постройте график зависимости $D_1(x_1)$

1.5. По результатам исследования зависимости $D_1(x_1)$ определите ширину d предмета (линейки) двумя способами. Какой из способов более точный? Почему?

Часть 2. Олимпийский стандарт

2.1 Сделайте новый рисунок по рисунку 1. Покажите ход лучей от источника и область тени создаваемую предметом на экране. Обозначьте так же на рисунке: D_2 – ширина тени, d – ширина предмета, x_2 – расстояние между предметом и экраном, L – расстояние между источником и экраном.

2.2 Получите уравнение зависимости ширины тени на экране от расстояния между предметом и экраном $D_2(x_2)$. Расстояние L между источником и экраном остаётся постоянным.

2.3 Соберите экспериментальную установку. Расстояние между лампочкой и экраном установите $L = 60,0\text{см}$. Исследуйте зависимость $D_2(x_2)$ экспериментально. Результаты оформите в виде таблицы.

2.4 Постройте график зависимости $D_2(x_2)$ в линеаризованном виде.

2.5. По результатам исследования зависимости $D_2(x_2)$ определите ширину d предмета (линейки) двумя способами. Какой из способов более точный? Почему?

Задание 9-2. Тени

Решение

Часть 1. Профильный стандарт

1.1

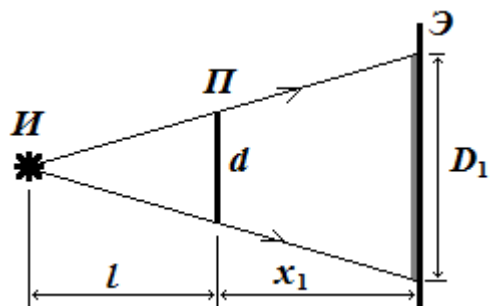


Рисунок 2

1.2

Из подобия треугольников, образованных лучами, предметом и экраном, получим:

$$\frac{D_1}{d} = \frac{l + x_1}{l} \quad (1),$$

откуда

$$D_1 = d + \frac{d}{l} x_1 \quad (2).$$

1.3

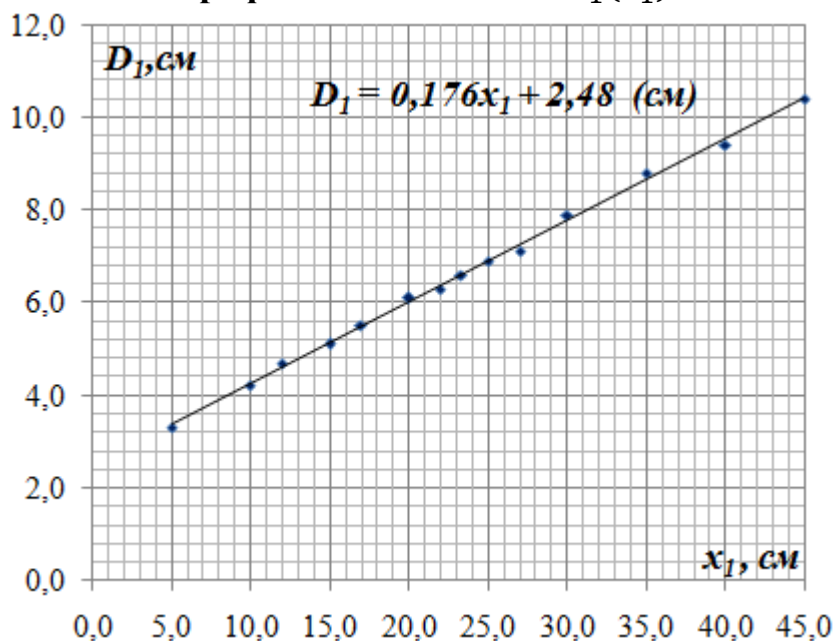
Таблица 1. Зависимость

$D_1(x_1)$

	$x_1, \text{см}$	$D_1, \text{см}$
	5,0	3,3
	10,0	4,2
	12,0	4,7
	15,0	5,1
	17,0	5,5
	20,0	6,1
	22,0	6,3
	25,0	6,9
	27,0	7,1
	30,0	7,9
	35,0	8,8
	40,0	9,4
	45,0	10,4
сред	23,3	6,59
дисп	131	4,09
ковар		23,2
N	$\langle a \rangle$	$\langle b \rangle, \text{см}$
13	0,176	2,48
	Δa	$\Delta b, \text{см}$
	0,005	0,12
коррел	0,999	

1.4

График 1. Зависимость $D_1(x_1)$



1.5. Используя МНК, определим средние значения углового коэффициента наклона усредняющей прямой и свободного слагаемого в уравнении (2) (табл. 1).
Первый способ. В уравнении (2) ширина предмета d является свободным слагаемым, следовательно:

$$\langle d \rangle = \langle b \rangle = 2,48 \text{ см} \quad (3),$$

$$\Delta d = \Delta b = 0,12 \text{ см} \quad (5),$$

$$\varepsilon_d = \frac{\Delta d}{\langle d \rangle} = \frac{0,12 \text{ см}}{2,48 \text{ см}} = 0,048 = 4,8\% \quad (6),$$

$$\mathbf{d} = \langle d \rangle \pm \Delta d = (2,48 \pm 0,12) \text{ см}.$$

Второй способ. В уравнении (2) ширина предмета d входит в выражение для углового коэффициента усредняющей прямой:

$$\frac{d}{l} = a \quad (7),$$

следовательно:

$$\langle d \rangle = \langle l \rangle \cdot \langle a \rangle = 15,0 \text{ см} \cdot 0,176 = 2,64 \text{ см} \quad (8).$$

$$\varepsilon_d = \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{\langle l \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{\langle a \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,5 \text{ см}}{15,0 \text{ см}}\right)^2 + \left(\frac{0,005}{0,176}\right)^2} = 0,044 = 4,4\% \quad (9),$$

$$\Delta d = \varepsilon_d \cdot \langle d \rangle = 0,044 \cdot 2,64 \text{ см} = 0,12 \text{ см} \quad (10).$$

$$\mathbf{d} = \langle d \rangle \pm \Delta d = (2,64 \pm 0,12) \text{ см}.$$

Для определения более точного способа измерим мерной лентой ширину линейки: $\mathbf{d} = (2,5 \pm 0,1) \text{ см}$. Так как оба способа имеют примерно одинаковую относительную погрешность, но среднее значение ширины линейки определённое первым способом более близко к среднему значению полученному при измерении мерной лентой, то более точный способ первый.

Абсолютная погрешность расстояния между источником света и предметом Δl взята 0,5 см так как учитывалась абсолютная погрешность установки линейки и лампочки (по 1 мм), а так же то, что лампочка не является точечной, что вносит в абсолютную погрешность слагаемое равное половине диаметра лампочки (3 мм).

Часть 2. Олимпийский стандарт

2.1

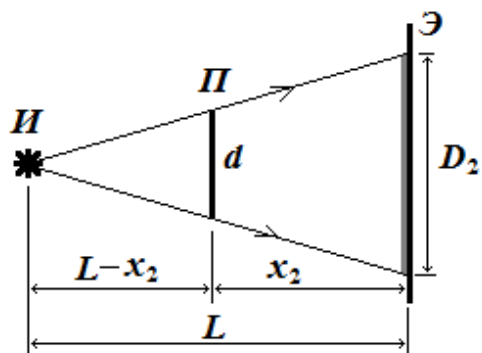


Рисунок 3

2.2

Из подобия треугольников, образованных лучами, предметом и экраном, получим:

$$\frac{D_2}{d} = \frac{L}{L - x_2} \quad (11),$$

откуда

$$D_2 = \frac{Ld}{L - x_2} \quad (12).$$

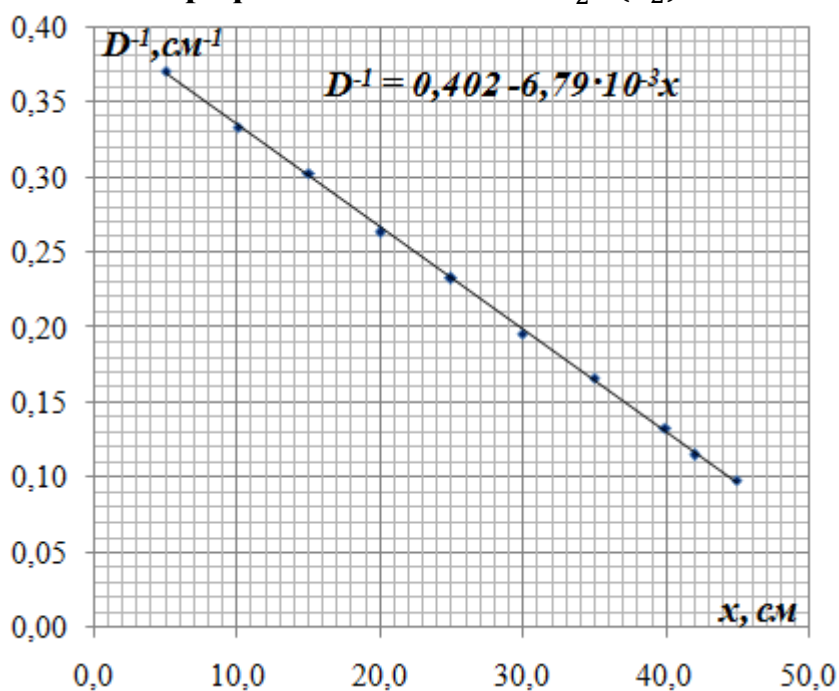
2.3

Таблица 2. Зависимость
 $D_2(x_2)$

D, см	x, см	1/D, 1/см
2,7	5,0	0,37
3,0	10,0	0,33
3,3	15,0	0,30
3,8	20,0	0,26
4,3	25,0	0,23
5,1	30,0	0,20
6,0	35,0	0,17
7,5	40,0	0,13
8,7	42,0	0,11
10,2	45,0	0,10
сред	26,7	0,22
дисп	176	0,0081
ковар		-1,20
N	$\langle a \rangle, \text{см}^{-2}$	$\langle b \rangle, \text{см}^{-1}$
10	-0,00679	0,402
	$\Delta a, \text{см}^{-2}$	$\Delta b, \text{см}^{-1}$
	0,00012	0,003
коррел	-1,000	

2.4

График 2. Зависимость $D_2^{-1}(x_2)$



Линеаризируем уравнение (12), представив его в виде:

$$\frac{1}{D_2} = \frac{1}{d} - \frac{1}{Ld} x_2 \quad (13).$$

Вычислим значения $\frac{1}{D_2}$ (таблица 2). График представлен выше.

2.5. Используя МНК, определим средние значения углового коэффициента наклона усредняющей прямой и свободного слагаемого в уравнении (13) (табл. 2).

Первый способ. В уравнении (13) ширина предмета d является обратной величиной свободного слагаемого, следовательно:

$$\langle d \rangle = \frac{1}{\langle b \rangle} = \frac{1}{0,402} = 2,49 \text{ см} \quad (14),$$

$$\varepsilon_d = \varepsilon_b = \frac{\Delta b}{\langle b \rangle} = \frac{0,003 \text{ см}^{-1}}{0,402 \text{ см}^{-1}} = 0,0075 = 0,75\% \quad (15),$$

$$\Delta d = \varepsilon_d \cdot \langle d \rangle = 0,0075 \cdot 2,49 \text{ см} = 0,02 \text{ см} \quad (16),$$

$$\mathbf{d = \langle d \rangle \pm \Delta d = (2,49 \pm 0,02) \text{ см.}}$$

Второй способ. В уравнении (2) ширина предмета d входит в выражение для углового коэффициента усредняющей прямой:

$$\frac{1}{Ld} = a \quad (17),$$

следовательно:

$$\langle d \rangle = \frac{1}{\langle L \rangle \cdot \langle a \rangle} = \frac{1}{60,0 \text{ см} \cdot 6,79 \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-2}} = 2,45 \text{ см} \quad (18).$$

$$\varepsilon_d = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{\langle L \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a}{\langle a \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,5 \text{ см}}{60,0 \text{ см}}\right)^2 + \left(\frac{0,00012 \text{ см}^{-2}}{0,00679 \text{ см}^{-2}}\right)^2} = 0,020 = 2,0\% \quad (19),$$

$$\Delta d = \varepsilon_d \cdot \langle d \rangle = 0,020 \cdot 2,45 \text{ см} = 0,05 \text{ см} \quad (10).$$

$$\mathbf{d = \langle d \rangle \pm \Delta d = (2,45 \pm 0,05) \text{ см.}}$$

Так как первый способ имеют меньшую относительную погрешность и среднее значение ширины линейки определённое первым способом более близко к среднему значению полученному при измерении мерной лентой, то более точный способ первый.

Абсолютная погрешность расстояния между лампочкой и экраном ΔL определялась аналогично Δl .