

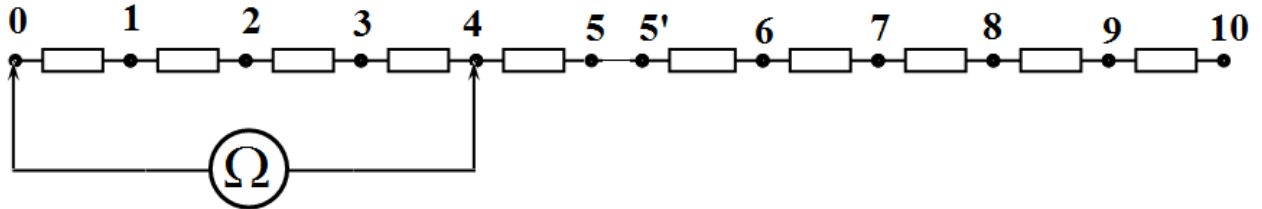
Решения задач

9 класс

Задание 9-1 Паутина сопротивлений.

Часть 1. Последовательная цепочка.

В данном случае измеряется сопротивление последовательно соединенных резисторов.



Результаты измерений приведены в таблице 1. График полученной зависимости показан на рисунке.

Таблица 1.

k	R_k , Ом
0	0,1
1	2,8
2	5,6
3	8,5
4	11,3
5	14,3
5	14,3
6	17,1
7	20,0
8	22,7
9	25,6
10	28,3



Строго говоря, проводить сглаживающую прямую в данном случае не логично, так как аргумент функции («номер клеммы») не может быть дробным. Тем не менее, эта прямая здесь проведена по двум причинам: первая - надо показать вид зависимости; вторая – данную зависимость можно рассматривать как зависимость сопротивления от длины проволоки, которая может принимать любые значения.

Как и следовало ожидать, получена линейная зависимость

$$R_k = ak + b \quad (1)$$

Численные значения параметров этой зависимости следующие

$$a = (2,84 \pm 0,02) \text{ Ом} \quad (2)$$

$$b = (0,02 \pm 0,09) \text{ Ом}$$

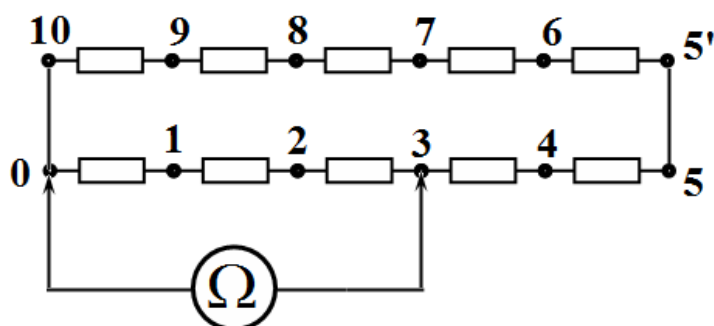
Приведенные погрешности рассчитаны по методу наименьших квадратов, допустимы и другие методы расчета, например, графический.

Смысл этих параметров очевиден: $a = R_0$ - среднее значение сопротивления одного звена резистора; b - в данном случае можно считать равным нулю, отличие от нуля объясняется сопротивлением соединительных проводов.

Часть 2. Зацикливание.

В данном случае 10 резисторов соединены в «кольцо». При подключении омметра к клеммам «0» и «k» измеряется сопротивление двух параллельно соединенных резисторов, сопротивления которых равны kR_0 и $(10 - k)R_0$. Поэтому измеряемое сопротивление оказывается равным

$$R_k = \frac{k(10 - k)}{10} R_0 \quad (3)$$

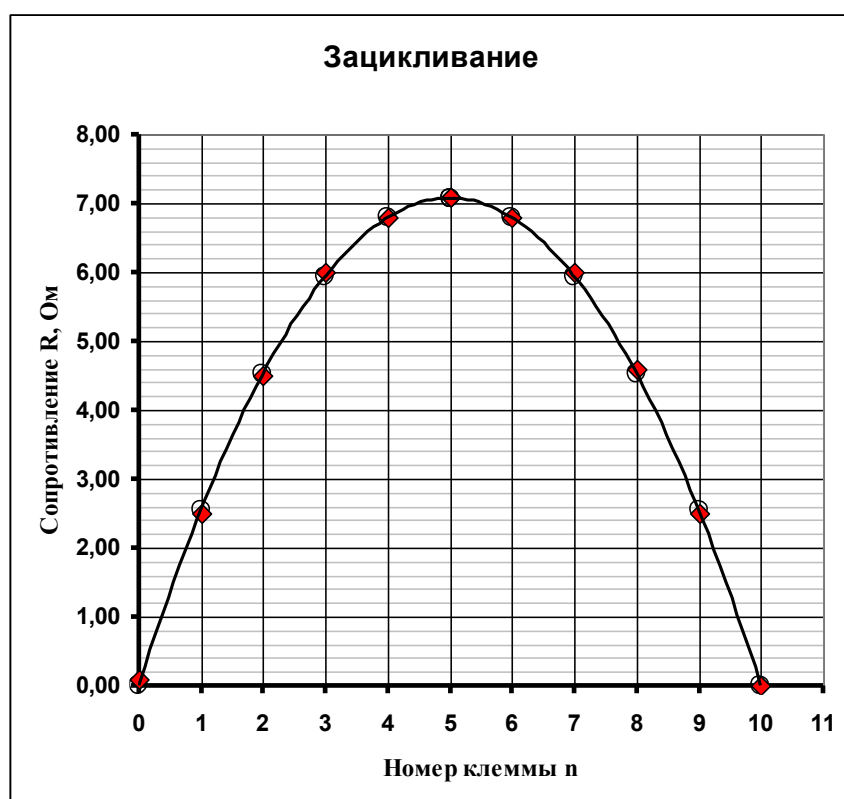


Графиком этой зависимости является парабола, показанная на рисунке.

Результаты измерений сопротивлений в этой цепи приведены в таблице 2. В последнем столбце приведены теоретические значения сопротивлений, рассчитанные по формуле (3), значение R_0 было найдено в части 1 данной работы.

Таблица 2.

к	R_k , Ом	R_k , Ом (теор.)
0	0,1	0,00
1	2,5	2,55
2	4,5	4,53
3	6,0	5,94
4	6,8	6,79
5	7,1	7,08
5'	7,1	7,08
6	6,8	6,79
7	6,0	5,94
8	4,6	4,53
9	2,5	2,55
10	0,0	0,00



Видно очень хорошее соответствие между теоретическими и экспериментальными значениями. Незначительные расхождения объясняются погрешностями измерений и сопротивлением проводящих проводов.

Часть 3. Централизация.

При указанном соединении, получается схема, похожая на звезду. Поэтому при подключении к четным контактам сопротивление оказывается равным нулю, при подключении к нечетным контактам – измеряется сопротивление двух параллельно соединенных резисторов. Измерения подтверждают эти выводы. Их результаты приведены в таблице 3. Как отмечалось ранее, незначительное отличие от нуля (при подключении к четным клеммам) указывает на сопротивление соединительных проводов.

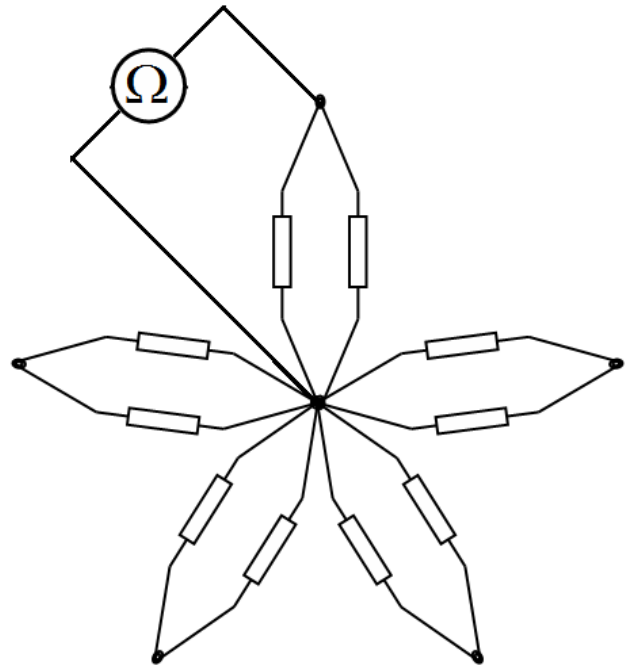


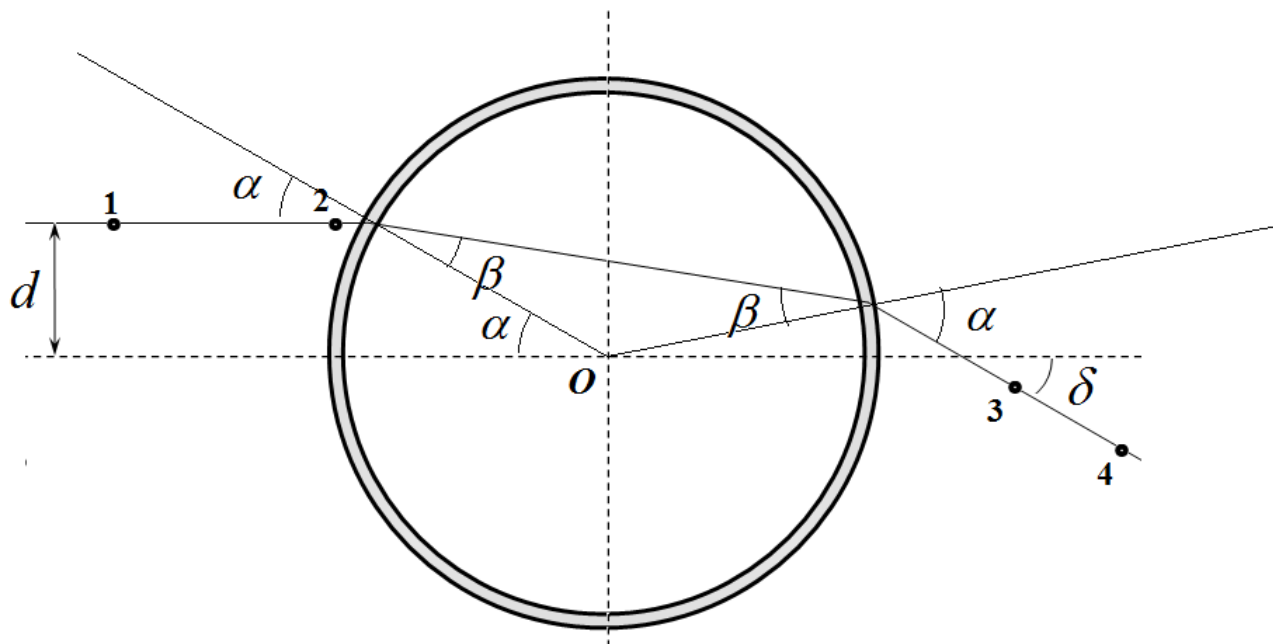
Таблица 3.

k	R_k , Ом
0	0,1
1	1,4
2	0,1
3	1,5
4	0,1
5	1,4
5	1,5
6	0,1
7	1,4
8	0,1
9	1,5
10	0,0

Задание 9-2 Преломление света.

Часть 1. Единичное измерение показателя преломления.

2.1 Необходимые измерения показаны на рисунке. Нормалью к поверхности является прямая, проходящая через центр чашки и точку падения луча. Углы падения и преломления



указаны на рисунке. Падающий луч проходит через булавки 1, 2 до пересечения со стенкой чашки, луч выходящий: через булавки 3, 4 до пресечения со стенкой чашки. Измерения можно провести в точке падения и в точке выхода луча.

Результаты измерений:

В точке падения: $\alpha = 49^\circ$, $\beta = 36^\circ$

В точке выхода: $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 37^\circ$

Погрешность измерения углов примерно равна $\Delta\alpha = \Delta\beta \approx 1^\circ$, что составляет цену деления шкалы транспортира. Относительная погрешность измерения углов $\varepsilon \approx 0,02$.

Отметим, что различия в измерениях углов на входе в чашку и на выходе из нее укладываются в интервал погрешностей.

По этим данным рассчитываем показатель преломления

$$n = \frac{\alpha}{\beta} = 1,35. \quad (1)$$

Относительная погрешность расчета показателя преломления примерно равна сумме погрешностей измерений углов, т.е. $\varepsilon_n \approx 0,04$. Следовательно, абсолютная погрешность измерения показателя преломления равна

$$\Delta n = \varepsilon_n n = 0,05 \quad (2)$$

Часть 2. Угол отклонения луча.

2.1 Результаты измерений зависимости угла отклонения δ от расстояния d приведены в таблице 1. В ней же приведены рассчитанные значения угла падения α . Подчеркнем, что значения угла отклонения δ , приведенные в данной таблице, также рассчитаны по измерению катетов треугольников, построенных для каждого выходящего луча.

Таблица 1.

d , см	α°	δ°
0,5	6,4	4,2
1,0	12,8	7,5
1,5	19,5	10,5
2,0	26,4	15,5
2,5	33,7	18,4
3,0	41,8	23,4
3,5	51,1	31,4

2.2 С помощью рисунка, приведенного в решении первой части, легко заметить, что при каждом преломлении луч отклоняется от своего первоначального направления на величину $(\alpha - \beta)$. Поэтому полное отклонение луча при прохождении через чашку оказывается равным

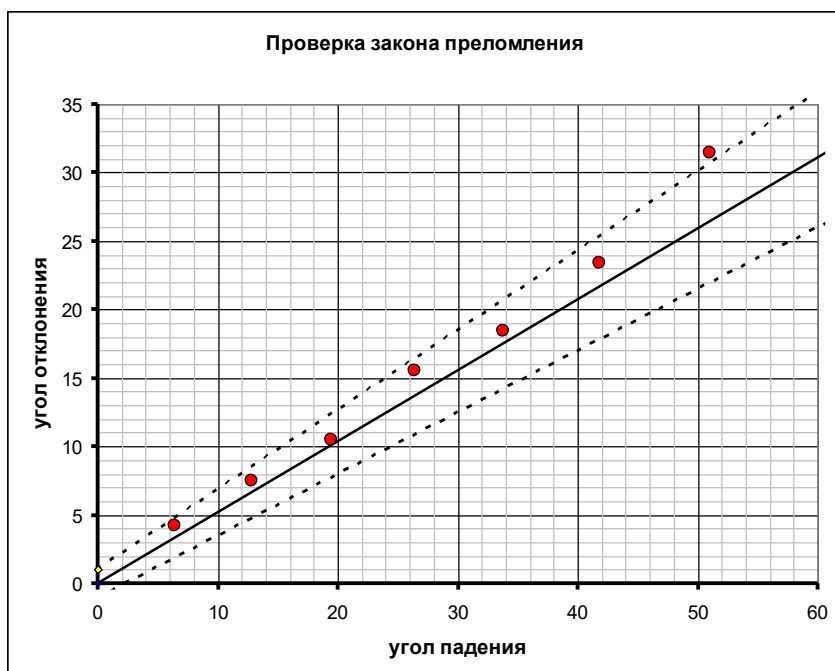
$$\delta = 2(\alpha - \beta) \quad (2)$$

Из закона преломления следует, что $\beta = \frac{\alpha}{n}$, поэтому

$$\delta = 2(\alpha - \beta) = 2\frac{n-1}{n}\alpha. \quad (3)$$

Графиком этой функции является прямая линия, проходящая через начало координат.

На рисунке показан график теоретической зависимости (сплошная линия) и границы, рассчитанные при минимальном и максимальном значении показателя преломления ($n \pm \Delta n$) и дано смещение на погрешность измерения углов ($\pm 1^\circ$)-пунктирные линии. Кружками отмечены экспериментальные данные, приведенные в таблице 1. Результаты показывают, что для углов $\alpha < 40^\circ$, экспериментальные точки попадают в рассчитанную область. Следовательно, приближенный закон преломления можно применять в этом же диапазоне углов.



Задание 10-1 «Джинн в бутылке»

1.1 Атмосферное давление в день проведения эксперимента равно $p_0 = (768 \pm 1)$ мм рт.ст.

1.2 Результаты требуемых измерений (и промежуточные расчеты) приведены в Таблице 1.

Таблица 1. Результаты измерений зависимости давления воздуха от изменения объема

Изменение объёма установки ΔV , см ³	Показания манометра p_m мм.рт.ст.	Давление воздуха в установке $p = p_m + p_0$, мм.рт.ст.	Отношение $\eta = \frac{p_m}{p_m + p_0}$
0,0	0	768	0,00
5,0	6	774	0,0078
10,0	12	780	0,0154
15,0	19	787	0,0241
20,0	24	792	0,0303
25,0	29	797	0,0364
30,0	36	804	0,0448
35,0	42	810	0,0519
40,0	47	815	0,0577
45,0	54	822	0,0657
50,0	60	828	0,0725
55,0	66	834	0,0791
60,0	73	841	0,0868

1.3 Так как температура воздуха в установке постоянна, то справедливо уравнение для изотермического процесса (закон Бойля – Мариотта):

$$(p_0 + p_m)(V_0 - \Delta V) = p_0 V_0 \quad (1)$$

Из этого уравнения легко выразить

$$p_0 + p_m = \frac{p_0 V_0}{V_0 - \Delta V} \quad (2)$$

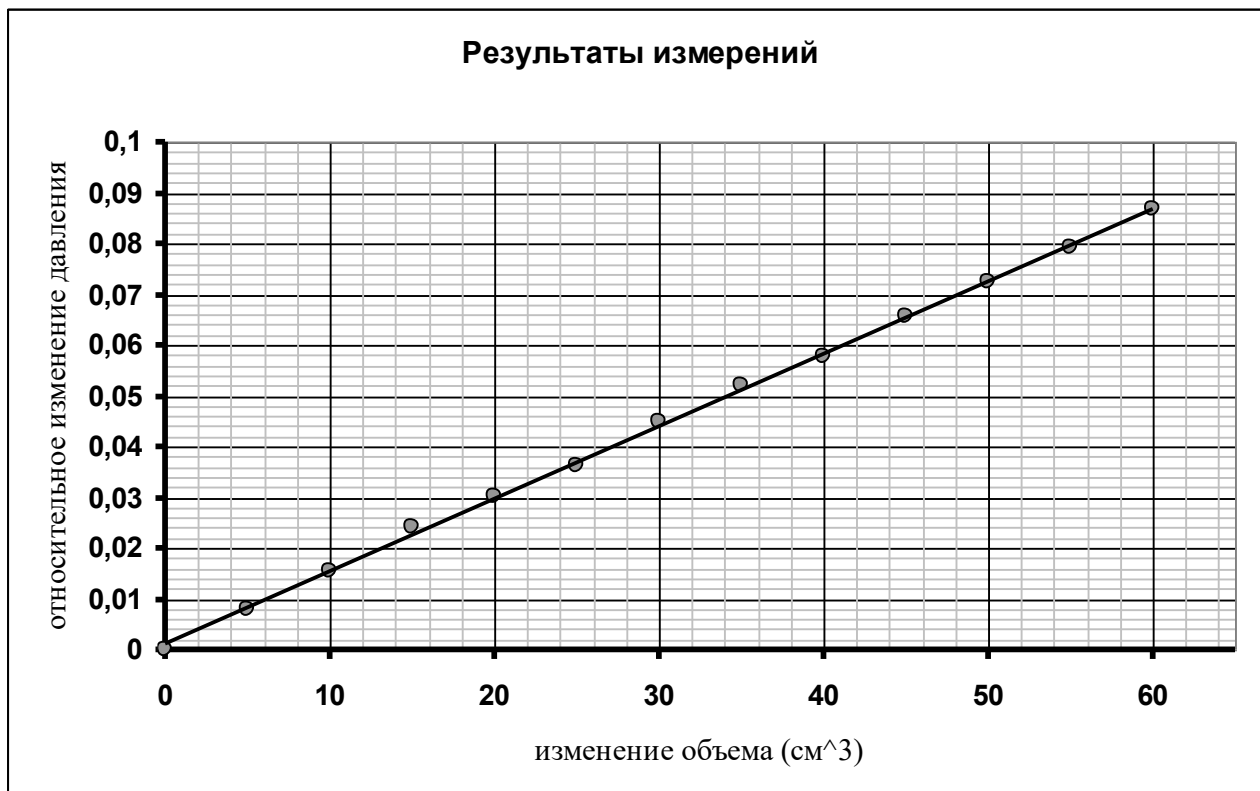
$$p_m = \frac{p_0 V_0}{V_0 - \Delta V} - p_0 = \frac{p_0 \Delta V}{V_0 - \Delta V}$$

Разделив эти уравнения, получим

$$\eta = \frac{p_m}{p_0 + p_m} = \frac{1}{V_0} \Delta V. \quad (3)$$

Таким образом, эта зависимость линейна, причем коэффициент наклона обратно пропорционален искомому объему V_0 .

График измеренной зависимости показан на рисунке.



Действительно данная зависимость линейна. Коэффициент наклона этой линейной зависимости $\eta = a\Delta V + b$, рассчитанный по методу наименьших квадратов, равен

$$a = (1,43 \pm 0,02) \cdot 10^{-3} \text{ см}^{-3}$$

Следовательно, объем газа в установке

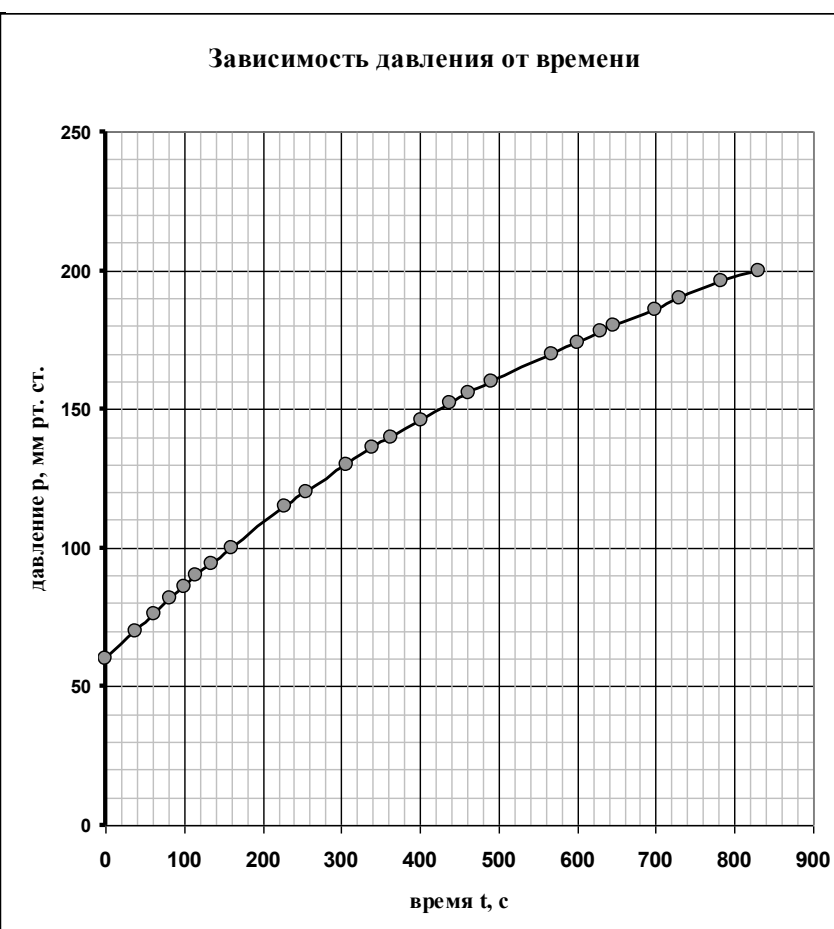
$$V_0 = (700 \pm 11) \text{ см}^3.$$

Часть 2. «Выход джина»

2.1 Результаты измерений зависимости показаний манометра от времени приведена в таблице 2. и на рисунке.

Таблица 2. Зависимость давления p_m от времени t .

t, c	$p_m,$ мм рт. ст	$\frac{\Delta p_m}{\Delta t}$
0	60	
39	70	0,258
62	76	0,273
83	82	0,263
100	86	0,250
115	90	0,222
136	94	0,222
160	100	0,226
229	115	0,208
256	120	0,195
306	130	0,190
340	136	0,175
363	140	0,161
402	146	0,158
439	152	0,167
462	156	0,154
491	160	0,132
568	170	0,128
600	174	0,129
630	178	0,130
646	180	0,116
699	186	0,119
730	190	0,119
783	196	0,100
830	200	



По измеренным значениям можно рассчитать приближенные значения скорости изменения давления. Для этого предпочтительнее использовать симметричную формулу. При давлении p_i скорость изменения давления

$$\left(\frac{\Delta p}{\Delta t}\right)_i = \frac{p_{i+1} - p_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}} \quad (4)$$

Результаты расчетов эти величин приведены последнем столбце в таблицы 2.

Эта зависимость приведена на графике.

Разброс точек заметен, что связано с погрешностью расчета скорости изменения давления. Однако достаточно четко видна линейная зависимость, что подтверждает применимость уравнения, приведенного в условии задачи

$$\frac{\Delta p_m}{\Delta t} = \gamma(p_k - p_m) \quad (5)$$

По приведенному графику можно определить параметры линейной зависимости

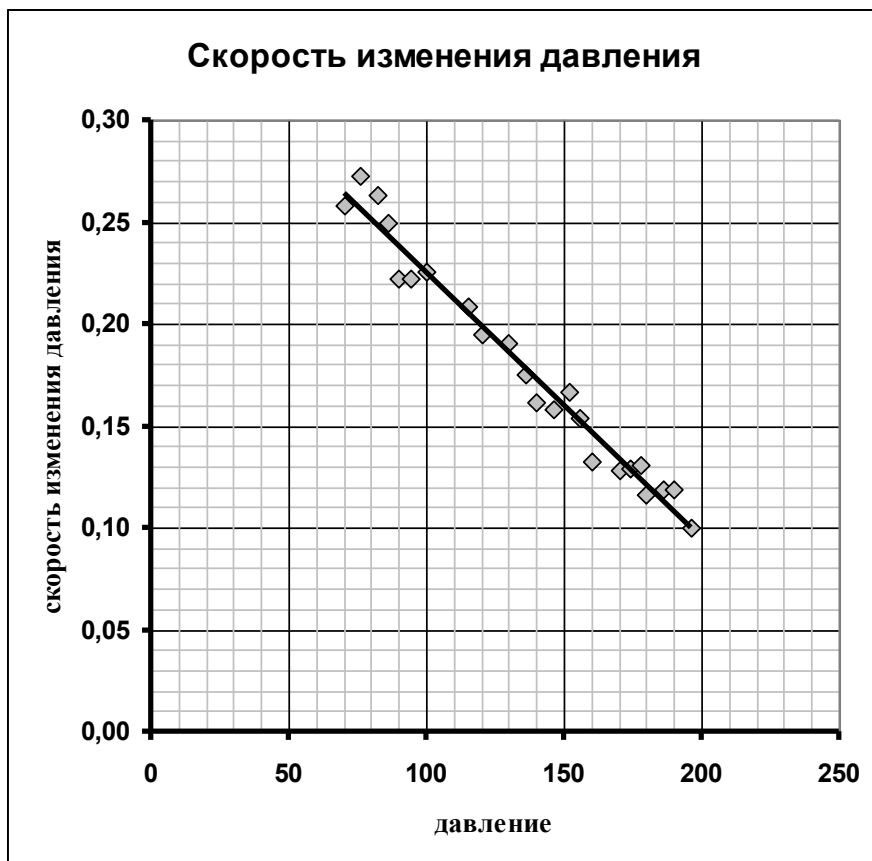
$$\frac{\Delta p_m}{\Delta t} = ap_m + b. \quad (6)$$

Значения этих параметров равны

$$a = -1,30 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$$

$$b = 0,355 \frac{\text{мм рт.ст.}}{\text{с}}$$

Сравнивая уравнение (6) с уравнением (5), находим значения параметров уравнения (5)



$$\gamma = -a = 1,30 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}$$

$$p_k = \frac{b}{\gamma} = 273 \text{ мм рт.ст.} \quad (7)$$

Дополнение, не относящееся к основному решению.

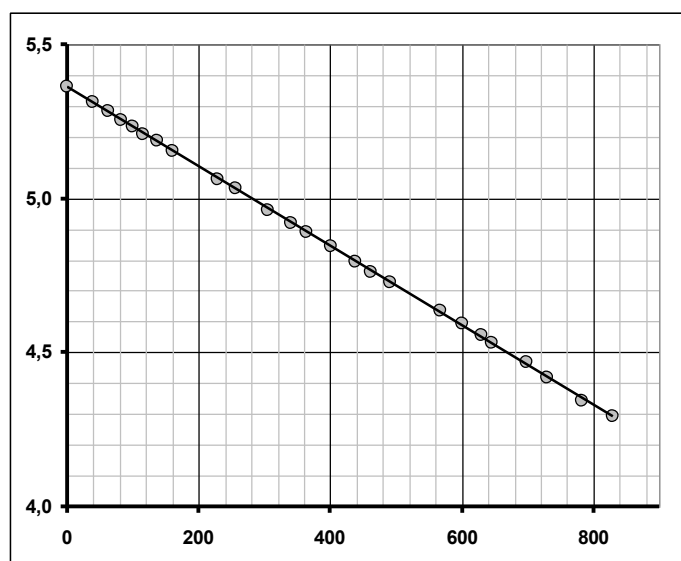
Численный расчет производной всегда приводит к большой погрешности, поэтому предпочтительнее обрабатывать интегральные зависимости. Точное решение уравнения (5) имеет вид

$$(p_k - p_m) = (p_k - p_m)_0 \exp(-\gamma t) \quad (8)$$

В полулогарифмическом масштабе эта зависимость линейна

$$\ln(p_k - p_m) = \ln(p_k - p_m)_0 - \gamma t \quad (9)$$

Однако для построения этой зависимости необходимо знать предельное значение давления p_k . Если воспользоваться значением предельного давления, полученного ранее, то график зависимости (9) имеет вид, показанный на рисунке. Как видно все точки практически точно ложатся на прямую, что подтверждает применимость уравнения (5) в данном случае.



2.4 Для расчета массы углекислого газа, который выделится из газированной воды за очень большой промежуток времени следует воспользоваться уравнением идеального газа

$$PV = \frac{m}{M}RT \Rightarrow m = \frac{MPV}{RT}. \quad (10)$$

В этом уравнении

$V = V_0 - V_1 = 200 \text{ см}^3$ - объем свободной части установки, после того, как в него залили газированную воду; $P = p_k$ - парциальное давление углекислого газа, выделившегося из воды за большой промежуток времени, $T = 273 + 20 = 293 \text{ K}$ измеренное значение температуры. Подстановка численных значений приводит к результату

$$m = \frac{MPV}{RT} = \frac{44 \frac{\text{г}}{\text{моль}} 273 \frac{10^5}{760} \text{ Па} \cdot 200 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} 293 \text{ K}} \approx 0,13 \text{ г}. \quad (11)$$

2.5 Параметр γ в уравнении (5) имеет смысл величины, обратной характерному времени выхода растворенного газа. Следовательно, это время $\tau = \frac{1}{\gamma} \approx 800 \text{ с}$.

За время примерно равное 3τ отклонение давления от предельного значения составит примерно 5%. Таким образом, этот эксперимент должен длиться порядка 1 часа.

Задание 10-2 Открой формулу!

Часть 1. Теоретическая.

Подставим размерности величин, входящих в формулу (1):

$$c = m^\alpha \left(\frac{m}{c^2} \right)^\beta \quad (1)$$

Для совпадения размерностей правой и левой частей необходимо выполнение условий

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 0 \\ -2\beta = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{2} \\ \beta = -\frac{1}{2} \end{cases} \quad (2)$$

При движении по наклонной плоскости на характер движения оказывает влияние только проекция силы тяжести на наклонную плоскость. Т.е. во всех формулах должна фигурировать только произведение $g \sin \alpha$. Следовательно, последний не известный

показатель степени в формуле для периода равен $\gamma = \beta = -\frac{1}{2}$. Таким образом, формула для периода колебаний маятника на наклонной плоскости имеет вид

$$T = C \sqrt{\frac{l}{g \sin \alpha}}. \quad (3)$$

Безразмерный коэффициент C не может быть определен методом размерностей.

Часть 2. Экспериментальные исследования.

В работе использовалась установка с наклонной плоскостью длиной $L = 39 \text{ см}$

2.1 Изучение зависимости периода колебаний от высоты наклонной плоскости h проводились при длине маятника $l = 35 \text{ см}$.

Результаты измерений представлены в таблице 1. Проводилось несколько (3-4) измерений времен 5 колебаний. После чего проводилось усреднение по всем результатам.

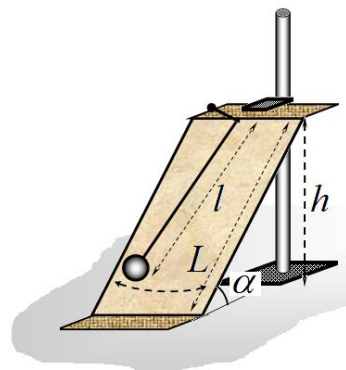


Таблица 1. Зависимость периода от высоты наклонной плоскости.

$h, \text{ см}$	Времена 5 колебаний				$T, \text{ с}$	$T^{-2}, \text{ с}^{-2}$	$\ln h$	$\ln T$
	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$t_3, \text{ с}$	$t_4, \text{ с}$				
31,0	15,68	15,60	15,74		1,567	0,407	3,434	0,449
27,5	8,47	8,41	8,44		1,688	0,351	3,314	0,524
24,5	9,01	8,81	9,01		1,789	0,313	3,199	0,581
21,0	9,60	9,55	9,43	9,55	1,907	0,275	3,045	0,645
16,0	10,97	11,04	10,93	11,00	2,197	0,207	2,773	0,787
33,0	7,55	7,69	7,69	7,84	1,539	0,422	3,497	0,431

Так как длина наклонной плоскости постоянна, величина $h = L \sin \alpha$ пропорциональна синусу угла наклона плоскости. Поэтому можно анализировать вид зависимости от высоты h .

Для проверки предсказанной зависимости можно поступать различными способами. Самым предпочтительным является анализ зависимости в двойном логарифмическом масштабе. Так как $T = Ah^\gamma$, то

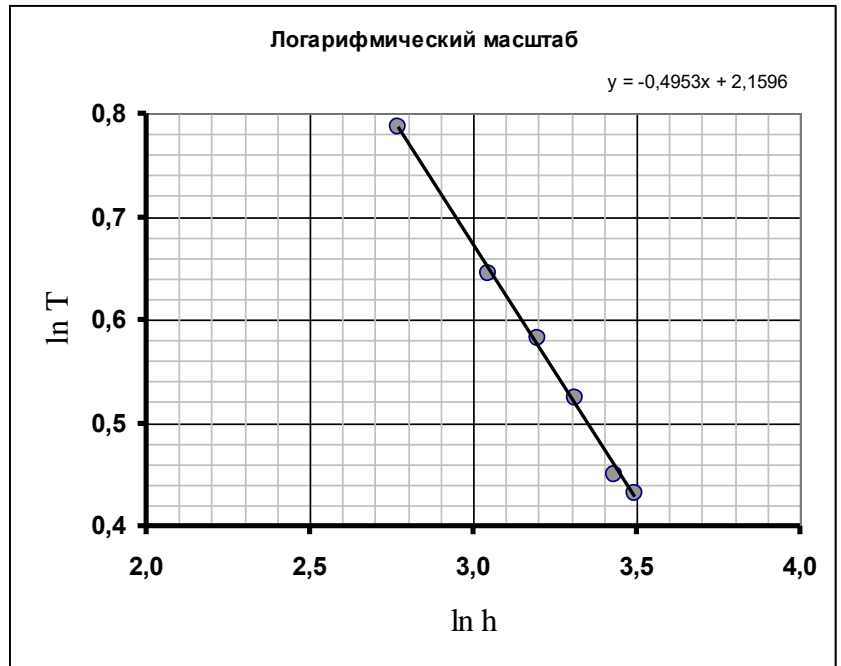
$$\ln T = \ln A + \gamma \ln h. \quad (4)$$

В этом масштабе зависимость должна быть линейной, причем коэффициент наклона равен показателю степени γ . График этой зависимости показан на рисунке.

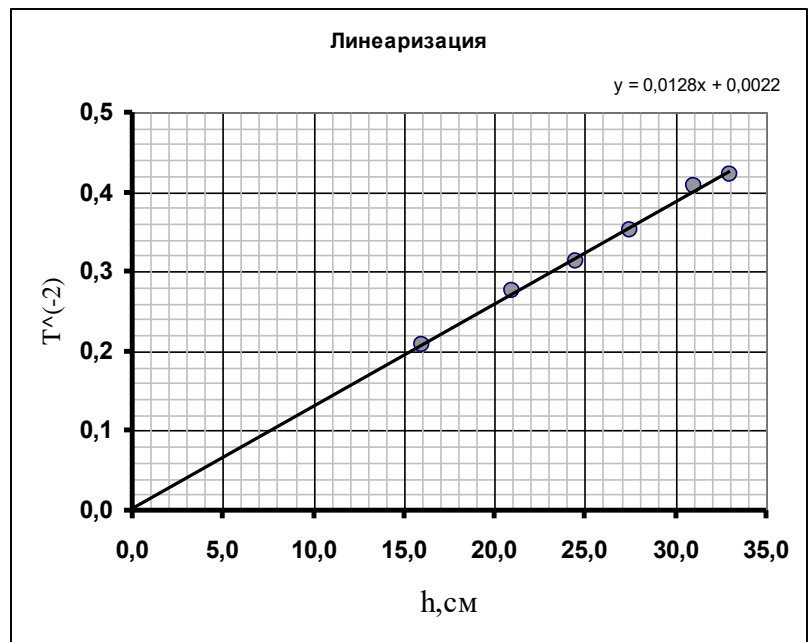
График, во-первых, линейный, что подтверждает степенной характер зависимости $T(h)$ или $T(\sin \alpha)$. Во-вторых, коэффициент наклона графика равен (МНК)

$$\gamma = -0,50 \pm 0,02$$

. Тем самым экспериментальные данные с высокой точностью подтверждают предсказанную теоретическую зависимость.



Возможны и другие виды линеаризации, например, показанная на следующем рисунке, где представлена зависимость $T^{-2}(h)$. Этот график также подтверждает теоретическую зависимость.



2.4 Исследования зависимости периода колебаний от длины нити проведены при высоте наклонной плоскости $h = 26\text{ см}$.

Методика проведения измерений и их обработки аналогично предыдущей.

Результаты измерений приведены в таблице 2.

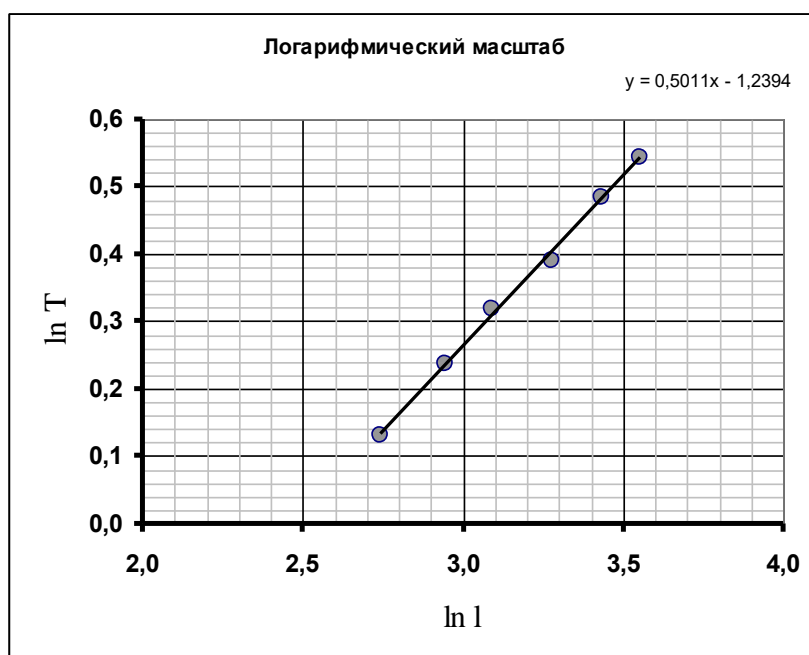
Таблица 2.

$l, \text{ см}$	Времена 5 колебаний				$T, \text{ с}$	$\ln l$	$\ln T$	$T^2, \text{ с}^2$
	$t_1, \text{ с}$	$t_2, \text{ с}$	$t_3, \text{ с}$	$t_4, \text{ с}$				
35,0	8,59	8,72	8,51	8,59	1,721	3,555	0,543	2,960
31,0	8,08	8,14	8,06	8,20	1,624	3,434	0,485	2,637
26,5	7,33	7,40	7,43	7,37	1,477	3,277	0,390	2,180
22,0	6,90	6,90	6,84	6,89	1,377	3,091	0,320	1,895
19,0	6,33	6,36	6,36	6,32	1,269	2,944	0,238	1,609
15,5	5,68	5,75	5,67	5,69	1,140	2,741	0,131	1,298

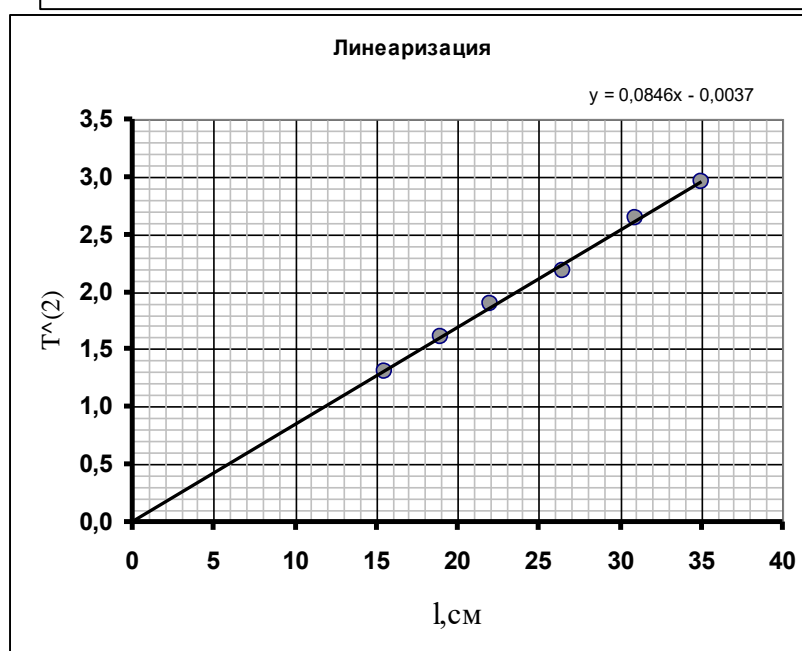
И в этом случае самым надежным способом обработки является построение зависимости в двойном логарифмическом масштабе. (см. Рис). Эта зависимость также линейна. Коэффициент наклона (МНК) равен

$$\alpha = 0,50 \pm 0,03$$

Таким образом, и эта серия экспериментов подтверждает теоретическую зависимость.



Приведем пример еще одной возможной успешной линеаризации, а именно, зависимость $T^2(l)$, которая также однозначно свидетельствует в пользу высказанной гипотезы о характере зависимости.



2.4 Проведенные измерения подтвердили справедливость формулы для периода колебаний маятника на наклонной плоскости. Перепишем эту формулу, включив в нее непосредственно измеряемые величины (использовано выражение для синуса угла наклона плоскости)

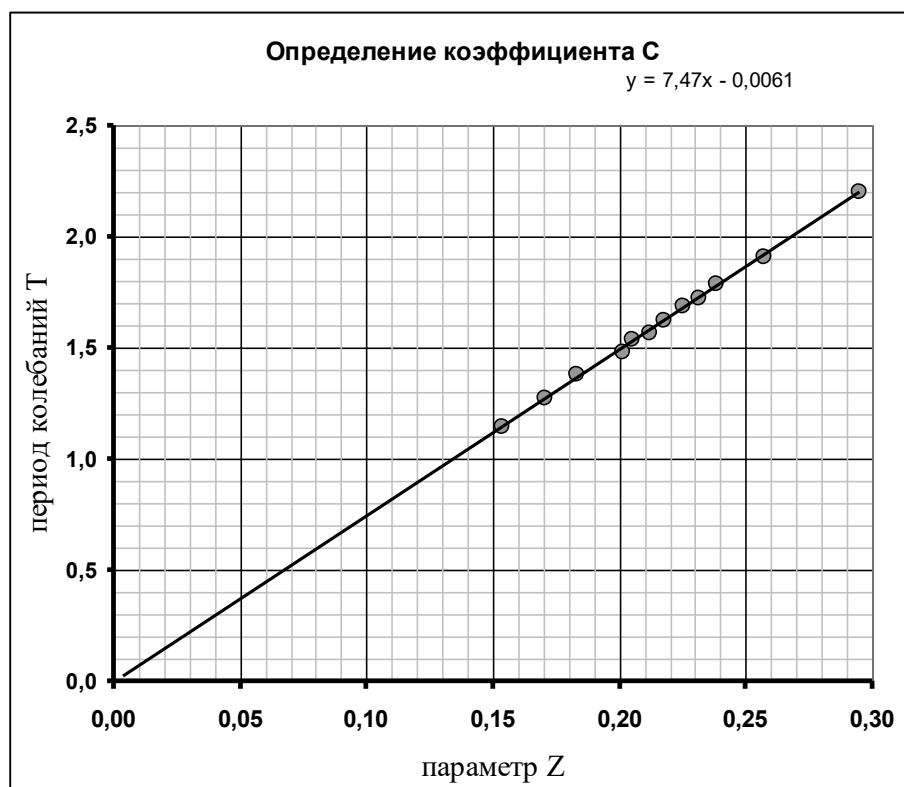
$$T = C \sqrt{\frac{lL}{gh}}. \quad (4)$$

Для усреднения всех результатов измерений можно построить зависимость периода колебаний

От рассчитываемого параметра $Z = \sqrt{\frac{lL}{gh}}$. В таблице 3 приведены результаты расчетов этого параметра для обеих серий измерений. Рядом приведен график этой зависимости.

Таблица 3.

	Z, с	T, с
Зависимость от длины нити	0,231	1,721
	0,218	1,624
	0,201	1,477
	0,184	1,377
	0,171	1,269
	0,154	1,140
Зависимость от высоты плоскости	0,212	1,567
	0,225	1,688
	0,238	1,789
	0,258	1,907
	0,295	2,197
	0,205	1,539



Этот график показывает, что результаты всех измерений прекрасно согласуются между собой. Коэффициенты этой зависимости, рассчитанные по МНК, оказались равными

$$a = 7,47 \pm 0,18$$

$$b = -0,01 \pm 0,04$$

Расчет показывает, что зависимость является прямо пропорциональной. Коэффициент пропорциональности равен

$$C = 7,47 \pm 0,18.$$

Отметим, что данный коэффициент отличен от 2π . Это связано с тем, что в процессе движения шарик катается по наклонной плоскости. Теоретическое значение этого коэффициента

$$\bar{C} = 2\pi \sqrt{\frac{7}{5}} \approx 7,43.$$

Таким образом, и численное значение измеренного коэффициента совпадает с теоретическим значением.

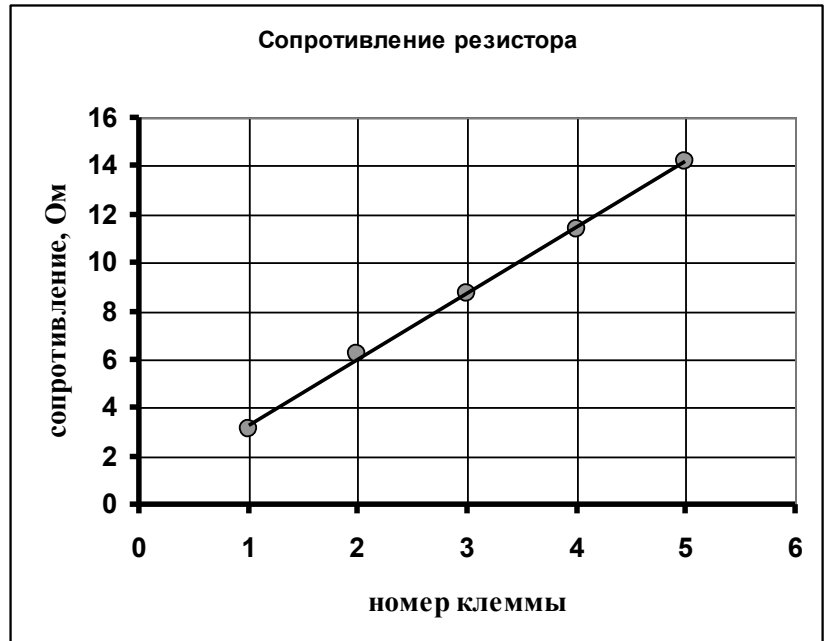
Задание 11-1. Как работает омметр?

Часть 1. Характеристики проволочного резистора и источника тока.

1.1 Результаты измерений сопротивлений приведены в таблице 1 и на графике.

Таблица 1.

k	R_k , Ом	R_k , Ом (расчет)
1	3,1	3,24
2	6,2	5,98
3	8,7	8,72
4	11,4	11,46
5	14,2	14,20



Параметры этой зависимости $R_k = ak + b$, можно определить по графику, или по методу наименьших квадратов. Параметры этой зависимости (по МНК) равны $a = (2,7 \pm 0,1) \text{ Ом}$
 $b = (0,5 \pm 0,3) \text{ Ом}$

1.2 Для измерения ЭДС достаточно подключить вольтметр к выводам источника, измеренное значение напряжения будет равно ЭДС источника, так как внутреннее сопротивление вольтметра очень велико по сравнению с внутренним сопротивлением источника.

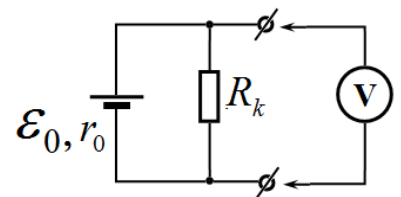
Измеренное значение равно

$$\varepsilon_0 = (1,62 \pm 0,02) \text{ В}.$$

Для измерения внутреннего сопротивления источника следует измерить зависимость напряжения U на внешней цепи от ее сопротивления R_k с помощью схемы, приведенной на рисунке.

Измеряемое напряжение в этом случае рассчитывается по формуле

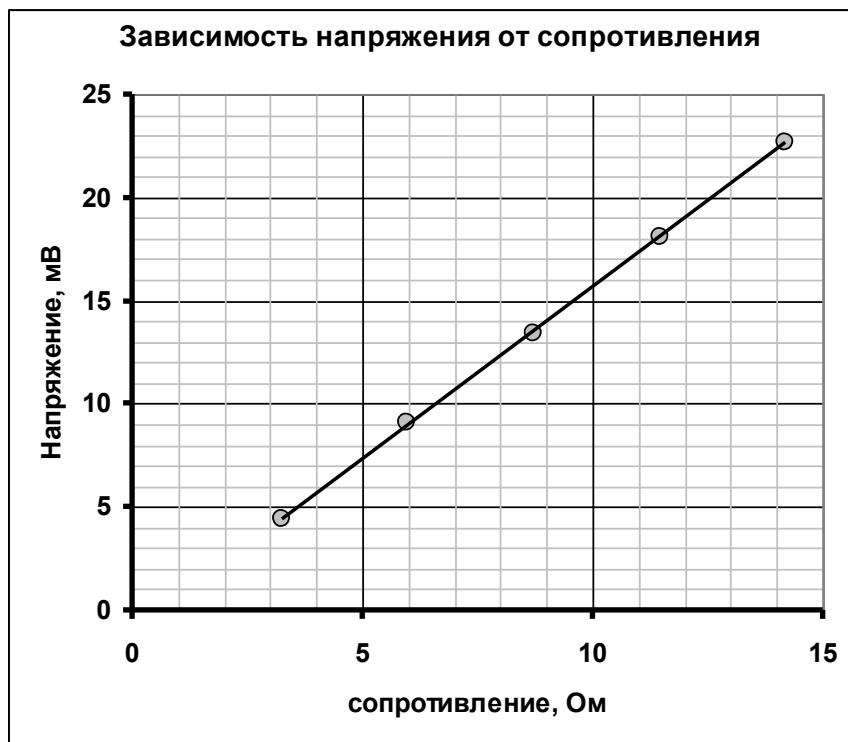
$$U = \frac{\varepsilon_0}{r_0 + R_k} R_k \quad (1)$$



Результаты измерений приведены в таблице 2 и на графике.

Таблица 2.

k	$R_k, \text{ Ом}$	$U, \text{ мВ}$
1	3,24	4,4
2	5,98	9,1
3	8,72	13,5
4	11,46	18,1
5	14,20	22,7



Полученные результаты показывают, что напряжение пропорционально сопротивлению внешней цепи. Это возможно в том случае, если внутренне сопротивление источника значительно превышает сопротивление внешней цепи. Действительно в этом случае из формулы (1) получаем (при $R_k \ll r_0$)

$$U = \frac{\varepsilon_0}{r_0} R_k \quad (2)$$

Итак, в этом случае коэффициент наклона, полученной зависимости $U(R)$ равен силе тока

$$\text{в цепи } I_0 = \frac{\varepsilon_0}{r_0}.$$

Рассчитанное по МНК значение коэффициента наклона равно

$$I_0 = (1,66 \pm 0,05) \text{ мА}. \quad (3)$$

Тогда внутренне сопротивление предоставленного источника равно

$$r_0 = \frac{\varepsilon_0}{I_0} = (0,97 \pm 0,03) \text{ кОм}. \quad (4)$$

Полученное значение также обосновывает способ прямого измерения ЭДС, так как сопротивление вольтметра составляет величины порядка 1 Мом.

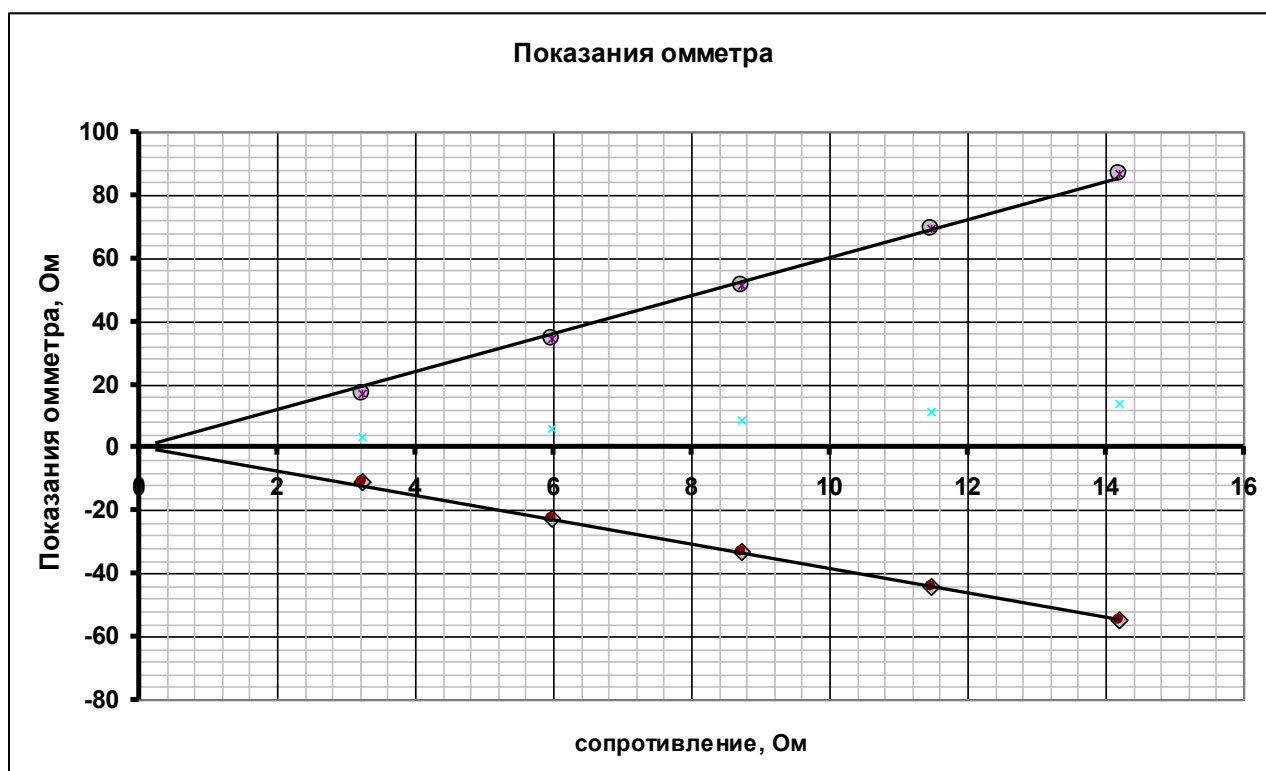
1.3 Так как внутренне сопротивление источника примерно равно 1 кОм, а сопротивления используемых цепей не превышают 20 Ом, источник можно рассматривать как источник тока, то есть считать, что сила тока в цепи не зависит от ее сопротивления. Поэтому источник следует характеризовать постоянной силой тока (3).

Часть 2. «Сопротивление» с источником.

2.1 -2.2 Результаты измерений зависимости показаний омметра от сопротивления резистора приведены в таблице 3. Эти же зависимости показаны на графике.

Таблица 3.

k	R_k , Ом	$R_{(+)}^*$, Ом	$R_{(-)}^*$, Ом
1	3,24	17,2	-11,1
2	5,98	34,8	-22,5
3	8,72	51,5	-33,1
4	11,46	69,4	-44,3
5	14,20	86,7	-54,9



2.3 Полученные зависимости с высокой точностью можно считать прямо пропорциональными. Эти зависимости легко объяснить, если предположить, что внутреннее сопротивление омметра также велико (по сравнению с сопротивлением проволочного реостата), т.е. источник является источником тока с некоторым значением силы тока I_Ω .

Действительно, если показания омметра пропорциональны напряжению на внешней цепи, то при отсутствии ЭДС во внешней цепи показания омметра описываются формулой

$$R^* = zI_\Omega R, \quad (5)$$

Где z - некоторый коэффициент пропорциональности, причем произведение zI_Ω численно равно 1. Если во внешней цепи присутствует источник тока силой I_0 , то показания омметра в этом случае могут быть описаны формулой

$$R_{(\pm)}^* = z(I_\Omega \pm I_0)R = \left(1 \pm \frac{I_0}{I_\Omega}\right)R^*. \quad (6)$$

Полученные зависимости могут быть описаны формулами прямо пропорциональной зависимости

$$R_{(\pm)}^* = a_{\pm} R \quad (7)$$

Причем коэффициенты наклона равны $a_+ = 6,02 \approx 6$; $a_- = -3,9 \approx -4$. Как следует из формулы (6) сумма этих коэффициентов должна быть равна 2, что подтверждается экспериментальными данными.

Разность этих коэффициентов равна

$$a_+ - a_- = 2 \frac{I_0}{I_{\Omega}} \quad (8)$$

Используя полученные значения коэффициентов, находим

$$2 \frac{I_0}{I_{\Omega}} \approx 10 \Rightarrow I_{\Omega} \approx \frac{I_0}{5} = 0,3 \text{ мА} \quad (9)$$

Часть 3 Комбинированная схема.

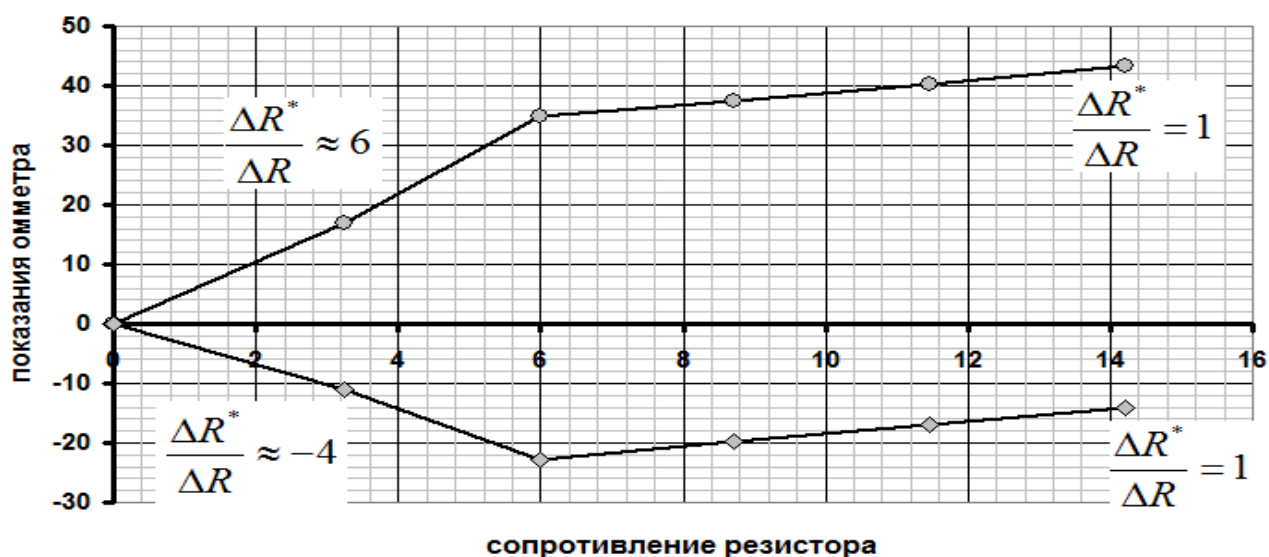
3.1 Результаты измерений показаний омметра в «комбинированной» схеме приведены в таблице 4 и на графике.

Таблица 4.

k	R_k , Ом	$R_{(+)}^*$, Ом	$R_{(-)}^*$, Ом
0	0	0	0
1	3,24	16,90	-10,95
2	5,98	34,90	-22,70
3	8,72	37,40	-19,75
4	11,46	40,35	-16,90
5	14,20	43,30	-14,10

На графиках приведенные примерные значения коэффициентов наклона. Полученные зависимости легко объяснимы в рамках рассматриваемой модели омметра. Действительно, на первых двух звеньях коэффициенты наклона определяются формулой (6). Их численные значения совпадают с коэффициентами наклона, найденными в предыдущей части. На остальных звеньях изменение показаний определяются формулой (5) с единичным коэффициентом наклона.

Комбинированная схема



Задание 11-2 Закручивание.

Часть 1. Теоретическая.

Чтобы груз на нити сделал полный оборот мало того, чтобы он поднялся в верхнюю точку, дополнительно необходимо, что бы в верхней точке он имел скорость, достаточную для того, чтобы нить оставалась натянутой.

Эта скорость легко находится из уравнения 2 закона Ньютона:

$$\frac{mv_1^2}{l} = mg. \quad (1)$$

Следовательно, в верхней точке кинетическая энергия груза равна

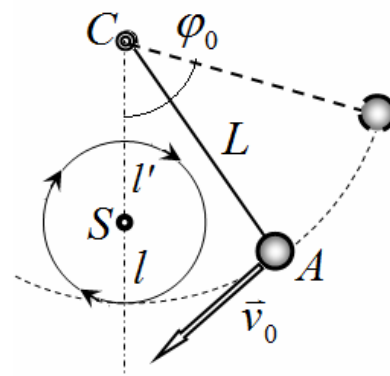
$$E_1 = \frac{mv_1^2}{2} = \frac{1}{2}mgl \quad (2)$$

Теперь запишем закон сохранения энергии от начальной точки траектории до верхней точки намотки:

$$mgL(1 - \cos \varphi_0) = 2mgl + \frac{1}{2}mgl = \frac{5}{2}mgl. \quad (3)$$

Из этого уравнения следует, что начальный угол отклонения должен удовлетворять условию

$$(1 - \cos \varphi_0) = \frac{5l}{2L} \quad (4)$$



Часть 2. Экспериментальное изучение потерь энергии.

Все измерения проводились при длине нити, равной $L = 685 \text{ мм}$

При больших отклонениях амплитуда колебаний убывает быстро, поэтому удобнее проводить измерения следующим образом: отклонить нить на некоторую начальную величину (в наших измерениях $x_0 = 20 \text{ см}$) затем измерить отклонение после определенного числа колебаний. Иными словами: задавать число колебаний k - измерять x_k . В таблице приведены результаты таких измерений

Таблица 1.

k	отклонения				E	$\ln E$
	$x_1, \text{ см}$	$x_1, \text{ см}$	$x_1, \text{ см}$	$\langle x \rangle$		
0				20	400,00	5,99
2	18,2	18,4	18,3	18,30	334,89	5,81
4	16,7	17,1	17,2	17,00	289,00	5,67
6	16,1	16,2	16,1	16,13	260,28	5,56
8	14,8	15,2	15,1	15,03	226,00	5,42
10	14,3	14,2	14,0	14,17	200,69	5,30
12	13,6	13,2	13,4	13,40	179,56	5,19
14	12,4	12,3	12,5	12,40	153,76	5,04
16	11,9	11,8	11,8	11,83	140,03	4,94
18	11,3	11,2	11,1	11,20	125,44	4,83
20	10,9	10,6	10,7	10,73	115,20	4,75

Для каждого числа колебаний измерения проводились три раза, после чего рассчитывалось среднее значение.

Не сложно показать, что энергия пропорциональна квадрату отклонения (при $x \ll L$). Действительно, когда груз находится в крайнем положении, он обладает потенциальной энергией (относительно нижней точки)

$$E = mg\Delta h = mg(L - \sqrt{L^2 - x^2}) \approx \frac{mg}{2L} x^2 \quad (5)$$

В таблице 1. В качестве энергии использован именно квадрат отклонения.

Если относительные потери энергии за один период колебаний приблизительно постоянны, то энергия после k колебаний убывает в геометрической прогрессии:

$$E_k = E_0(1 - \varepsilon)^k \quad (6)$$

Логарифмируя эту зависимость, получим

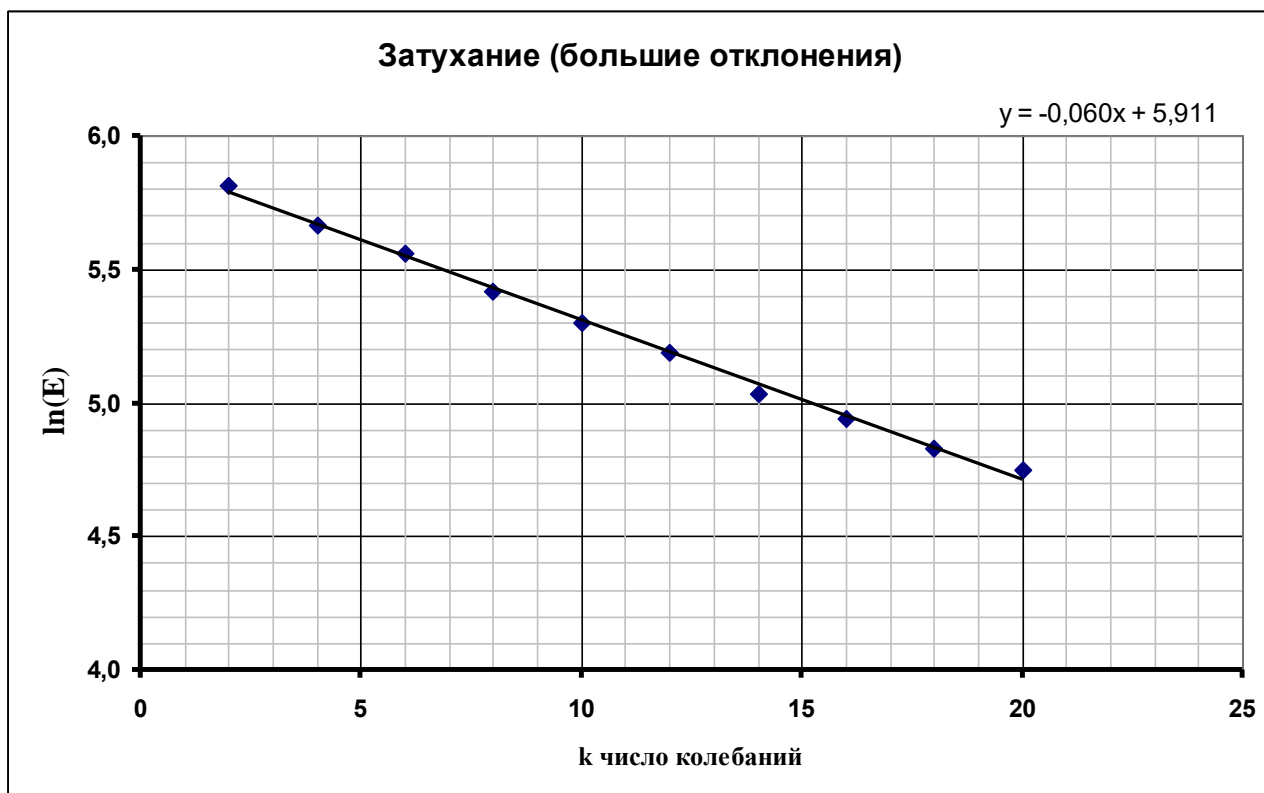
$$\ln E_k = \ln E_0 + k \ln(1 - \varepsilon) \quad (7)$$

Таким образом, зависимость логарифма энергии от числа колебаний – линейна, причем коэффициент наклона этой зависимости равен

$$a = \frac{\Delta \ln E_k}{\Delta k} = -\ln(1 - \varepsilon) \approx \varepsilon. \quad (8)$$

Здесь учтено, что относительные потери малы $\varepsilon \ll 1$, что оправдывает сделанное приближение. Впрочем, можно провести и точный расчет (что является излишним).

На рисунке показан график этой полулогарифмической зависимости, построенной по данным таблицы 1.



Из полученного графика следует, что предположение о примерном постоянстве ε подтверждается, численное значение $\varepsilon \approx 0,06 = 6\%$.

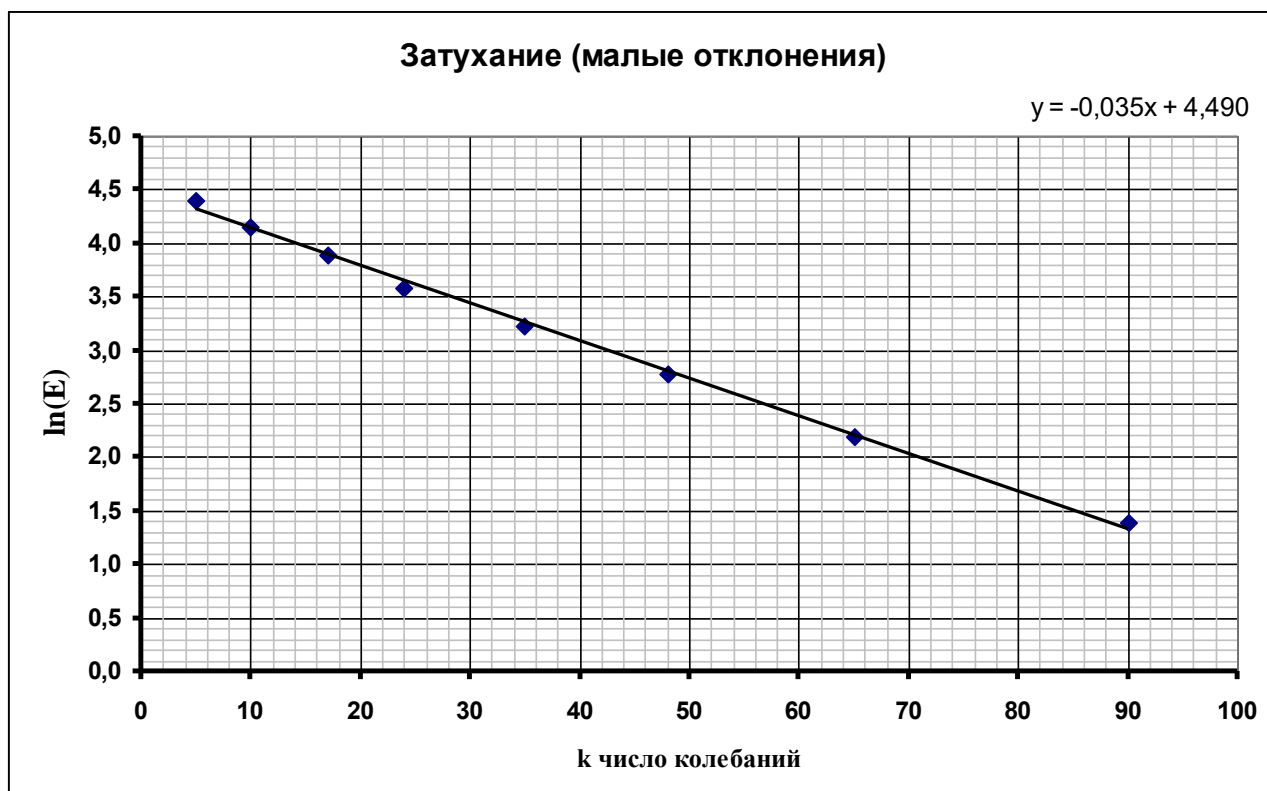
При малых отклонениях удобнее видоизменить методику проведения измерений. В этом случае удобнее подсчитывать число колебаний до того, как амплитуда уменьшится до фиксированного значения (задаем x - считаем k). Эти измерения можно провести, за один процесс затухания, так как хватает времени, чтобы записать промежуточные результаты.

В таблице 2 приведены результаты таких измерений. Число колебаний получено в результате усреднения по трем измерениям. Начальное отклонение – 10 см.

Таблица 2. Малые отклонения.

x_k , см	k	E	Ln E
10	0		
9	5	81,00	4,39
8	10	64,00	4,16
7	17	49,00	3,89
6	24	36,00	3,58
5	35	25,00	3,22
4	48	16,00	2,77
3	65	9,00	2,20
2	90	4,00	1,39

Обработка результатов измерений проведена аналогично. Результат представлен на следующем графике.



В этом случае относительные потери также можно считать постоянными, величина этих потерь меньше, примерно $\varepsilon \approx 3,5\%$

2.5 Этот пункт является несколько провокационным. Оказывается, что результаты крайне незначительно отличаются от результатов, полученных в предыдущем пункте.

2.6 Таким образом, потери на «неупругость удара» значительно меньше потерь в следствие сопротивления воздуха.

Часть 3. Закрутка

В таблице 3 приведены результаты измерения зависимости начального угла отклонения φ_0 , необходимого для накручивания нити, от положения стержня l . Приведены средние значения углов, полученных в результате нескольких (5-7) измерений

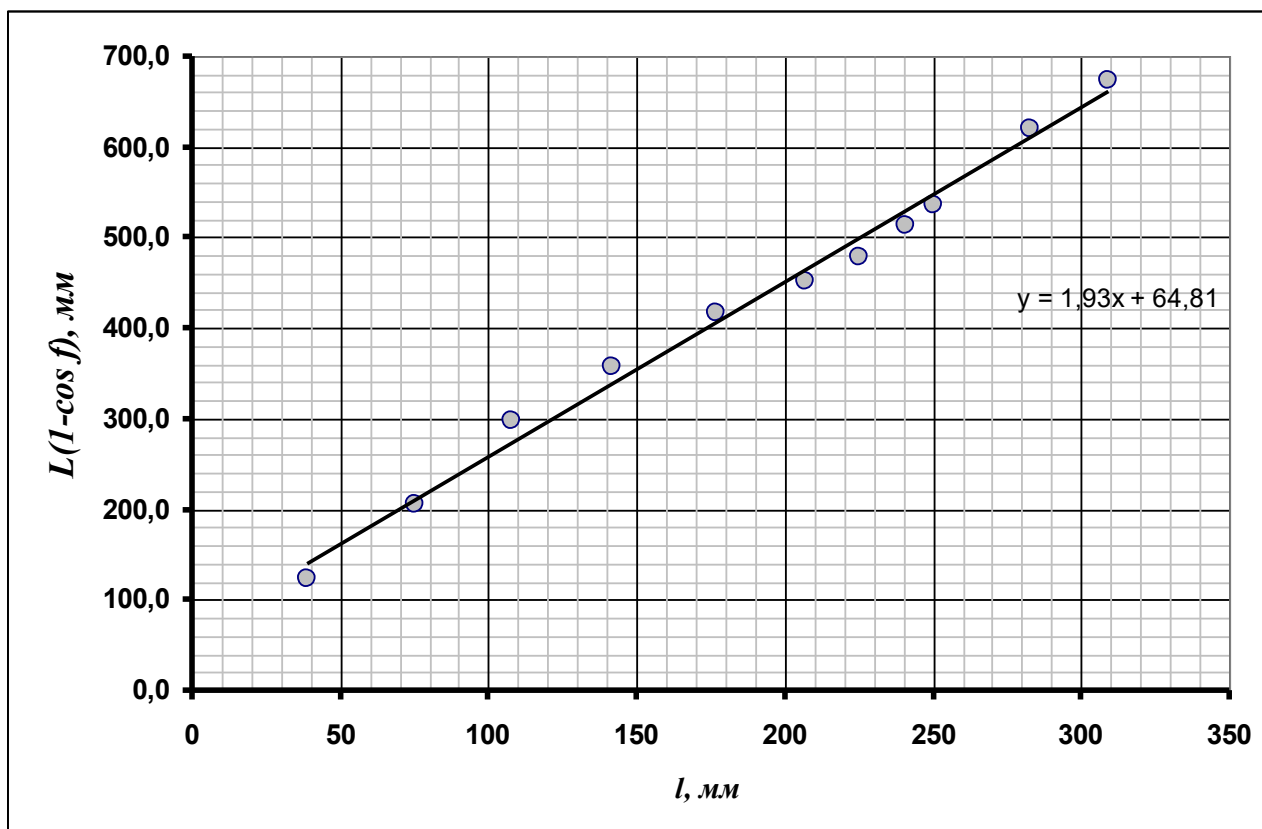
Таблица 3.

l , мм	φ_0 , °	$L(1 - \cos \varphi_0)$
39	35,0	123,9
75	45,5	204,9
108	55,5	297,0
142	61,5	358,1
177	67,0	417,3
207	70,0	450,7
225	72,5	479,0
241	75,5	513,5
250	77,5	536,7
283	84,5	619,3
309	89,0	673,0

Для проверки теоретической зависимости (4) удобно представить ее в виде¹

$$L(1 - \cos \varphi_0) = \frac{5}{2} l \quad (9)$$

Так как не сложно построить зависимость величины $Z = L(1 - \cos \varphi_0)$ от l , которая должна быть линейной. Результат такого построения показан на рисунке.



¹ Возможны и другие равноценные представления.

Зависимость линейна, что соответствует теоретической формуле. Однако, теоретическое значение коэффициента наклона равно 2,5, а экспериментально полученное значение

$$a = 1,93 \pm 0,12 . \quad (10)$$

Т.е. близко к 2. Это отличие не может быть объяснено погрешностью измерений. Потери энергии также не могут объяснить данное отклонение (во-первых, они малы; во-вторых, должны приводить к отклонению в другую сторону).

По-видимому, главная причина отличия заключается в том, что стержень, на который наматывается нить, имеет заметный радиус (не учтенный в теоретическом выводе). При накручивании нити гайка движется не по окружности, а по спирали. В этом случае если нить поднимается к верхней точке с небольшой скоростью, то она начнет наматываться на стержень. Даже в том случае, если вблизи верхней точки нить частично провисла (что очень сложно заметить), то при дальнейшем движении она может намотаться на стержень – так как радиус траектории уменьшается.