



*Республиканская
физическая олимпиада
2019 года
(III этап)*

Теоретический тур

=2019=

Условия задач

9 класс

Задача 9-1 Разминка.



Задача 1.1 Плавление или кристаллизация?

Кусок льда массы m_0 находящийся при температуре $t_0 = -10^\circ\text{C}$ попадает в очень большой теплоизолированный сосуд, заполненный большой массой (значительно превышающей массу льда) жидкой воды, находящейся при температуре $t = 0,0^\circ\text{C}$.

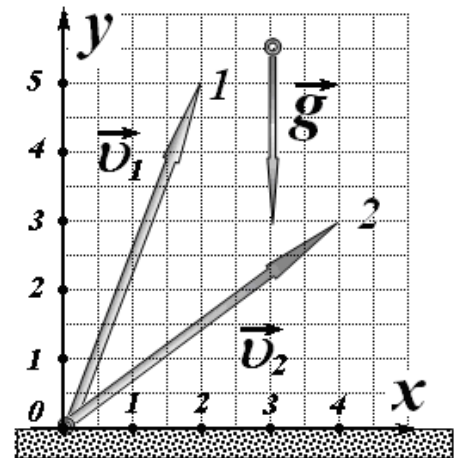
На сколько процентов изменится масса куска льда при достижении теплового равновесия?

Укажите, эта масса увеличится или уменьшится, ответ обоснуйте.

Удельная теплота плавления льда $\lambda = 330 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$, удельная теплоемкость льда $c_{\text{л}} = 2,1 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{град}}$, удельная теплоемкость воды в жидком состоянии в два раза больше.

Задача 1.2 Кто дальше?

Две материальные точки 1 и 2 брошены с горизонтальной поверхности с различными начальными скоростями \vec{v}_1 и \vec{v}_2 под различными углами к горизонту (ось Ox) из начала координат. Векторы \vec{v}_1 и \vec{v}_2 изображены на рисунке 1 в некотором одинаковом масштабе. Пользуясь рисунком, определите, у какой из точек дальность полета будет больше и во сколько раз? Сопротивлением воздуха пренебречь.



Задача 1.3 Сила тока и сила тяжести!?

1.3.1 Электродвигатель работает при постоянном электрическом напряжении 100 В. Чему равно среднее значение силы тока через двигатель, если он поднимает груз массой 10 кг со скоростью 10 м/с? Электрическим сопротивлением обмотки двигателя пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным $10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.



1.3.2 Увеличится или уменьшится сила тока через двигатель, если его обмотка обладает некоторым электрическим сопротивлением? Скорость подъема груза при этом не изменилась.



Задача 9-2 Часы.

В данной задаче вам предстоит дать кинематическое описание движения стрелок часов и рассмотреть несколько эффектов, связанных с их движением. Будем рассматривать традиционные механические часы, в которых полный оборот разделен на 12 равных частей – часов.

Часть 1. Угломерные шкалы.

Стрелки часов бегают по кругу! Для описания их движения необходимо ввести единицы измерения углов. Вам знакома градусная шкала: один полный оборот равен 360° . Но углы можно измерять в единицах времени! Действительно, циферблат часов проградуирован в часах. Поэтому имеет смысл ввести единицу измерения угла – **1 угловой час** (эту единицу обозначим $^\circ\text{час}$). За 1 временной час часовая стрелка поворачивается на 1 угловой час, поэтому угловая скорость движения часовой стрелки равна $\omega_h = 1 \frac{^\circ\text{час}}{\text{час}}$. Аналогично введем единицу измерения – угловая минута¹ ($^\circ\text{мин}$) – угол, на который поворачивается минутная стрелка за 1 временную минуту.

1.1 Чему равны угловой час $^\circ\text{час}$ и угловая минута $^\circ\text{мин}$ в обычных угловых градусах?

1.2 Выразите угловую минуту $^\circ\text{мин}$ через угловой час $^\circ\text{час}$.

1.3 Чему равна угловая скорость минутной стрелки ω_m в единицах $\frac{^\circ\text{час}}{\text{час}}$?

1.4 Чему равна скорость часовой стрелки ω_h в единицах $\frac{^\circ\text{мин}}{\text{мин}}$?

Часть 2. Исправные часы.

Углы поворота стрелок обозначим: часовой – φ_h , минутной – φ_m . Отметим, что эти углы определяются по циферблату часов, т.е. после полного оборота значения углов «обнуляются». Текущее время будем обозначать традиционно – t . В данной части задачи углы следует измерять в часах $^\circ\text{час}$. При записи законов движения, оцифровке осей используйте точные численные значения угловых скоростей стрелок.

2.1 Запишите законы движения часовой и минутной стрелок – зависимости их углов поворота от времени $\varphi_h(t)$ и $\varphi_m(t)$.

2.2 Постройте графики законов движения $\varphi_h(t)$ и $\varphi_m(t)$ за один оборот часовой стрелки.

2.3 Рассчитайте моменты времени (выразите их в часах и минутах; с точностью до минуты), когда минутная и часовая стрелки совпадают.

Часть 3. Испорченные маятниковые часы.

За один период колебаний стрелки поворачиваются строго на один и тот же угол. В результате измерения температуры длина маятника увеличилась, в результате чего период его колебаний увеличился на $\eta = 1,00\%$.

¹ Не путать с традиционной угловой минутой равной одной шестидесятой углового градуса $1' = \frac{1^\circ}{60}$.

3.1 Эти часы будут отставать или спешить? Ответ обоснуйте.

3.2 Какова будет ошибка показаний часов за сутки (в секундах).

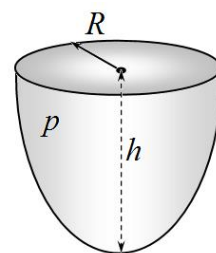
Определим ошибку как $\delta t = t - \hat{t}$, где t - истинное время, \hat{t} - показания часов.

3.3 Пусть в момент времени $t = 0$ часы показывают точное время. Через какой промежуток времени они опять покажут точное время?

Задача 9-3. Все о давлении!

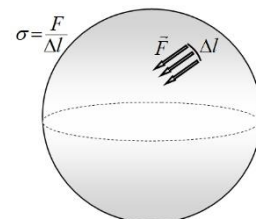
Часть 1. Сила давления на кривую стенку.

Сосуд имеет форму эллипсоида вращения, высота сосуда h . Сосуд герметично закрыт круглой плоской крышкой радиуса R . В сосуде находится газ под давлением p . Рассчитайте силу давления газа на искривленные стенки сосуда. Укажите направление этой силы.



Часть 2. Натяжение воздушного шарика.

Воздушный шарик имеет форму сферы радиуса R . Внутри шарика находится воздух под давлением p , атмосферное давление равно p_0 . Найдите натяжение резиновой пленки шарика σ .



Силы натяжения резиновой пленки действуют по касательной к ее поверхности. Чтобы охарактеризовать натяжение пленки поступают следующим образом. На поверхности мысленно выделяют небольшой отрезок длиной Δl и находят суммарную силу, действующую на этот отрезок. Отношение этой силы к длине отрезка и называется натяжением пленки.

Часть 3. Магдебургские полушария.



Рассмотрим опыты О. Герике со знаменитыми магдебургскими полушариями для демонстрации силы давления воздуха и изобретённого им воздушного насоса. В эксперименте использовались «два

медных полушария около 14 дюймов (35,5 см) в диаметре, полые внутри и прижатые друг к другу». Из собранной сферы выкачивался воздух, и полушария удерживались давлением внешней атмосферы.

В 1654 в Регенсбурге Отто фон Герике продемонстрировал эксперимент рейхстагу в присутствии императора Фердинанда III. После выкачивания из сферы воздуха, 16 лошадей (по 8 с каждой стороны) не смогли разорвать полушария.

3.1 Рассчитайте, какую силу надо приложить к полушариям, чтобы их разорвать.

3.2 Рассчитайте, с какой силой должна тянуть каждая лошадь, чтобы разорвать полушария.

Атмосферное давление считайте равным $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Считайте, давление воздуха внутри полушарий значительно меньше атмосферного.

Задание 10-1 Разминка.**Часть 1. Газовая пружина**

1.1 В вертикальном цилиндрическом сосуде под подвижным поршнем находится газ. Площадь поперечного сечения сосуда равна S . Поршень находится в равновесии на высоте h , давление газа при этом равно P_0 . При смещении поршня на расстояние x на него со стороны воздуха действует возвращающая сила, которая при малых смещениях может быть описана формулой $F = -kx$. Чему равно численное значение «коэффициента упругости» k ? Все процессы считать изотермическими.

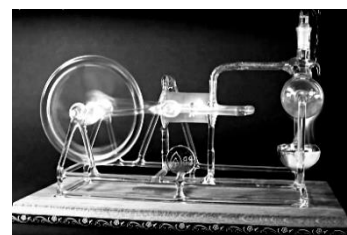
1.2 Какой параметр газа может выступать в роли его модуля Юнга?

Часть 2. Ледяной двигатель.

Какую максимальную работу может совершить тепловая машина, использующая в качестве нагревателя 1,0 кг водяного пара, находящегося при температуре 100°C , а в качестве холодильника 1,0 кг льда при температуре $0,0^\circ\text{C}$? Двигатель работает, пока не сконденсируется весь пар, или не растает весь лед.

Удельная теплота плавления льда $\lambda = 330 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$, удельная теплота

испарения воды $L = 2,2 \frac{\text{МДж}}{\text{кг}}$. Ответ выразите в киловатт-часах $\text{квт} \cdot \text{час}$.

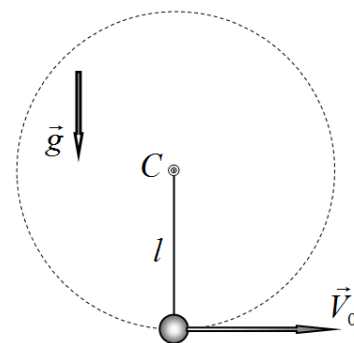


Задача 10-2. Шарик на нити.

Небольшой массивный шарик подвешен на гибкой невесомой нерастяжимой нити и может вращаться в вертикальной плоскости. Второй конец нити закреплен в точке C . Шарика сообщают начальную скорость \vec{V}_0 , направленную горизонтально. В зависимости от этой скорости движение шарика будет различным.

В данной задаче Вам необходимо рассмотреть различные варианты этого движения.

Сопротивлением воздуха следует пренебречь.



Часть 1. Полный оборот.

1.1 При какой минимальной скорости V_0 шарик сделает полный оборот вокруг точки подвеса C ?

1.2 Найдите время полного оборота при этой минимальной начальной скорости. Получите приближенную формулу, относительная погрешность которой не превышает 5%.

Часть 2. Попадание в точку подвеса.

2.1 При какой начальной скорости \vec{V}_0 шарик в процессе движения попадет в точку подвеса C ?

Нарисуйте схематически траекторию движения в этом случае. Кратко опишите характер движения шарика в этом случае.

Часть 3. Попадание в точку старта.

При некоторой начальной скорости \vec{V}_0 шарик будет двигаться по дуге окружности до некоторой точки. Затем нить сомнется, после чего шарик, двигаясь свободно по параболе, попадет в нижнюю точку старта.

3.1 Найдите начальную скорость \vec{V}_0 , при которой реализуется описанная траектория.

Задание 10-3 Давление на глубине.

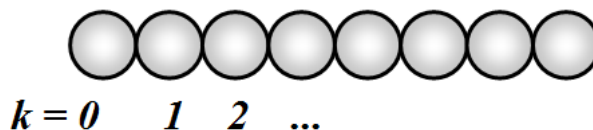
Часть 1.

1.1 Запишите формулу, описывающую зависимость давления воды в океане от глубины погружения $P(h)$. Плотность жидкости ρ , глубина погружения значительно меньше радиуса Земли, ускорение свободного падения g . Атмосферным давлением пренебречь.



Часть 2. Одномерная цепочка.

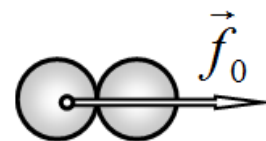
В данной части рассматривается длинная одномерная цепочка одинаковых соприкасающихся шариков, массы которых равны m , диаметр - D . Между шариками действуют силы гравитационного притяжения и силы упругости. Цепочка шариков находится в равновесии. Внешние силы отсутствуют. Нумерация шариков начинается с нуля.



При решении задачи вам может понадобиться следующая математическая формула для бесконечной суммы

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

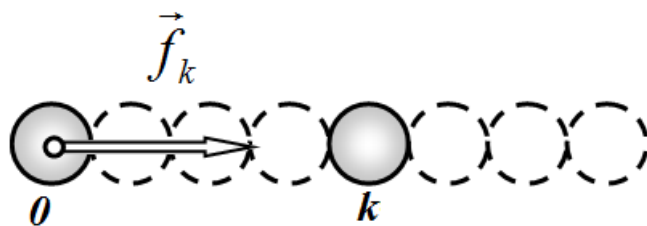
2.1 Чему равна сила взаимодействия двух соприкасающихся шариков? Обозначим модуль этой силы f_0 . Далее будем рассчитывать все силы, нормируя их на значение f_0 .



2.2 Чему равна сила f_k взаимодействия крайнего шарика с шариком номер k ?

Рассчитайте численные значения отношений $\frac{f_k}{f_0}$ для $k = 1, 2, 3, \dots, 10$. К какому значению стремиться это отношение при $k \rightarrow \infty$?

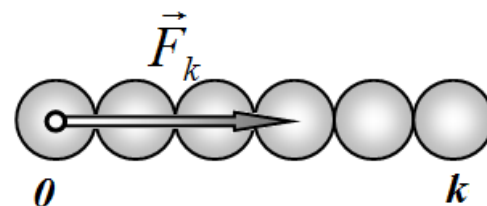
Результаты расчетов запишите в таблицу 1.



2.3 Чему равна сила F_k гравитационного взаимодействия крайнего шарика с цепочкой, состоящей из k шариков?

Рассчитайте численные значения отношений $\frac{F_k}{f_0}$ для $k = 1, 2, 3, \dots, 10$. К какому значению стремиться это отношение при $k \rightarrow \infty$?

Результаты расчетов запишите в таблицу 1.



Задание 11-1. Оцените!

(Оценивается по порядку величины)

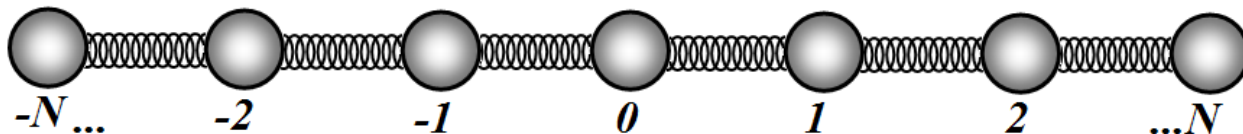
1.1. Оцените силу давления воздуха на поверхность вашего тела в погожий летний день. Используйте любые известные вам характеристики веществ и физические постоянные.

1.2. Видимость на дороге составляет 100 м. Считая, что диаметр капельки тумана равен 1 мкм, оцените концентрацию капелек тумана в воздухе.

1.3. При температуре 10°C показатель преломления воздуха примерно равен $n_0 = 1,0003$. Оцените изменение показателя преломления воздуха $\delta n = n - n_0$ при возрастании температуры до 20°C при неизменном давлении.

Задача 11-2 Собственные колебания.

В задаче рассматриваются собственные колебания симметричной цепочки, состоящей из $(2N + 1)$ одинаковых шариков, соединенных одинаковыми пружинами. Масса каждого шарика m , жесткость каждой пружины γ , масса пружин пренебрежимо мала. Внешние силы на цепочку не действуют.

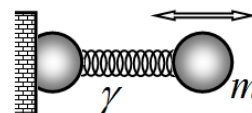


Мы будем рассматривать только симметричные продольные колебания. Поэтому достаточно описать движение половины цепочки, полагая при этом, что центральный шарик неподвижен. Для описания движения будем использовать функции $x_k(t)$ - зависимость смещения k -того шарика от его положения равновесия.

Собственным колебанием называется такое колебание, при котором все шарики колеблются по гармоническому закону с одной частотой, в одной фазе, но с разными амплитудами. Частоты таких колебаний называются собственными частотами.

Часть 1. Один движущийся шарик.

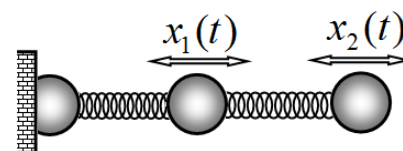
1.1 Найдите собственную круговую частоту ω_0 колебаний цепочки, в которой движется только один шарик.



Часть 2. Два движущихся шарика.

Рассмотрим цепочку, в которой движутся два шарика.

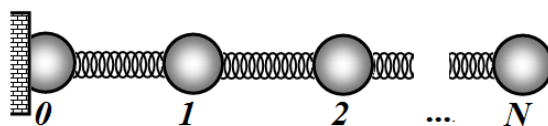
2.1 Запишите уравнения, описывающие движения шариков. В качестве единственного параметра этих уравнений используйте частоту ω_0 , найденную в первой части задачи.



2.2 Определите собственные частоты колебаний шариков ω_1 и ω_2 . Найдите при каком отношении амплитуд колебаний каждого шарика их колебания будут проходить с одной частотой.

Часть 3. Длинная цепочка.

Рассмотрим собственные колебания цепочки, состоящей из N движущихся шариков.



3.1 Запишите в общем виде уравнения, описывающие движение шарика номер k . Укажите какие дополнительные условия следует наложить на крайние шарики $k = 0$ и $k = N$.

3.2 Определите все собственные частоты ω_j продольных колебаний данной цепочки. Сколько собственных частот имеет цепочка?

Гуманитарная помощь!

Для решения поставленной задачи следует выполнить следующую последовательность действий:

3.2.1 Представьте решение системы уравнений движения в виде $x_k = A_k \cos \omega t$ и получите систему уравнений для амплитуд колебаний шариков A_k .

3.2.2 Зависимость амплитуд колебаний от номера шарика может быть записана в виде $A_k = A \sin(k\varphi)$. Приведите качественные обоснования для поиска решений в таком виде.

Получите уравнение для определения φ в зависимости от частоты колебаний ω .

3.2.3 Используя уравнение для последнего шарика $k = N$ определите возможные значения параметра φ , при котором это уравнение выполняется.

3.2.4 Сравнивая результаты, полученные в п.3.2.2 и 3.2.3, получите формулу для собственных частот колебаний.

Задача 11-3. Почему январь холоднее декабря?

В наших широтах зимой дни короче, чем летом. Поэтому Земля получает меньше энергии от Солнца, поэтому зимой холоднее. Очевидно! Однако, самые короткие дни в декабре, а самый холодный месяц – январь. В этой задаче вам предстоит объяснить этот сдвиг во времени.

Конечно, описание (и предсказание) погоды задача не благодарная и сомнительно, что когда-нибудь будет точно решена – слишком много параметров, слишком много случайных факторов, слишком неустойчивы уравнения. Тем не менее, глобальные усредненные оценки климатических характеристик можно получить, основываясь на простых моделях.

Для решения задачи воспользуйтесь следующими подсказками.

1. **Солнечная постоянная** – количество солнечной энергии, падающей на площадку единичной площади, расположенную перпендикулярно падающим лучам в единицу времени $q_0 = 1,4 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$.

2. **Закон Стефана-Больцмана.** Мощность теплового излучения, испускаемого нагретым черным телом с площадки единичной площади, определяется по формуле

$$\varepsilon = \sigma T^4 \quad (1)$$

T - абсолютная температура тела, $\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$. То, что Земля не является черным телом, что в данном случае роли не играет, потому что во сколько раз меньше поглощает, во столько же раз меньше испускает. Короче – можете считать Землю абсолютно черным телом.

3. Воздух считать идеальным двухатомным газом с молярной массой $M = 29 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$.

Молярная теплоемкость двухатомного газа при изохорном процессе равна $C_v = \frac{5}{2} R$,

$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - универсальная газовая постоянная.

4. Атмосферное давление считайте равным $P_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$

5. Удельная теплоемкость воды $c = 4,2 \frac{\text{кДж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, плотность воды $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, ускорение

свободного падения принять равным $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Часть 1. Средняя температура.

- 1.1 Рассчитайте среднюю температуру земной поверхности.

Для оценки можно принять, что температура Земной поверхности постоянна во всех точках и не зависит от времени.

Часть 2. Лирическое отступление.

На первый взгляд задачи этой части не имеют отношения к рассматриваемой проблеме, но если присмотреться...

2.1 Небольшое тело массы m движется по прямой в вязкой среде под действием переменной силы, зависящей от времени по закону $F = F_0 \cos \omega t$. Сила сопротивления среды, действующая на тело, прямо пропорциональна его скорости $\vec{F}_{\text{сопр.}} = -\beta \vec{v}$ (β - известный коэффициент пропорциональности). В каких пределах изменяется скорость тела? Рассчитайте длительность промежутка времени между моментом времени, когда скорость достигает максимального значения, и моментом времени, при котором максимальна действующая сила (время запаздывания τ).

Подсказка. Поищите решение в очевидном виде

$$v = v_0 \cos \omega(t - \tau) \quad (2)$$

Причем считайте, что $\omega\tau \ll 1$.

2.2 Емкость конденсатора C , электрическое сопротивление² между его обкладками равно R . Конденсатор включен в цепь, сила тока в которой изменяется по закону $I = I_0 \cos \omega t$. Найдите время задержки τ между максимумом силы тока в цепи и максимумом заряда на обкладках конденсатора. Используйте приближение $\omega\tau \ll 1$. Укажите физический (наглядный) смысл этого приближения.

Часть 3. Теплоемкость земной атмосферы.

Рассмотрим высокий (как высота земной атмосферы) столб воздуха с площадью поперечного сечения S . Можете считать, что воздух находится в цилиндрическом сосуде, высота которого составляет несколько сотен километров, короче – до бесконечности... Температуру воздуха будем считать не зависящей от высоты и равной T . Давление воздуха на дно сосуда обозначим P_0 .

3.1 Найдите массу воздуха в этом сосуде. Рассчитайте массу атмосферного столба, приходящуюся на 1 м^2 поверхности Земли.

3.2 При изменении температуры воздух расширяется. Каким является процесс расширения воздуха? Ответ обоснуйте.

3.3 Чему равна молярная теплоемкость воздуха в этом процессе?

3.4 Чему равна теплоемкость воздуха в этом сосуде?

Для оценки теплоемкости Земли к теплоемкости атмосферы следует добавить теплоемкость поверхности. Приблизительно можно считать, что земля прогревается на $1,0 \text{ м}$ и ее удельная теплоемкость примерно равна удельной теплоемкости воды.

3.5 Рассчитайте численное значение теплоемкость земли, приходящейся на 1 м^2 ее поверхности.

Часть 4. Так почему же январь холоднее декабря?

Рассмотрим следующую упрощенную модель. Будем считать, что «перемешивание» теплоты и воздушных масс у поверхности Земли происходит только в широтном направлении. То есть мы можем рассматривать некоторую узкую полосу между двумя земными параллелями. Количество энергии, поступающей от Солнца на эту полосу,

² Т.е. конденсатор не идеальный, обладает определенной «утечкой».

периодически изменяется в течение года. Для оценок можно принять, что усредненный (за время большее суток) поток энергии на единицу площади зависит от времени по закону

$$q = q_0 + b \cos \omega t . \quad (5)$$

Где b - некоторая постоянная. Колебания потока теплоты приводят к колебаниям усредненной температуры, поэтому зависимость удобно представить температуру в виде

$$T = \bar{T} + \delta(t) \quad (6)$$

Причем можно считать, что $\delta \ll \bar{T}$.

4.1 Укажите основную причину того, что поток энергии на северное полушарие зависит от времени.

4.2 Чему равна величина ω в формуле (5)?

4.3 Получите уравнение, описывающее изменение величины δ в формуле (6).

4.4 Определите время задержки между минимумом солнечной энергии, поступающей на поверхность земли, и минимумом температуры.