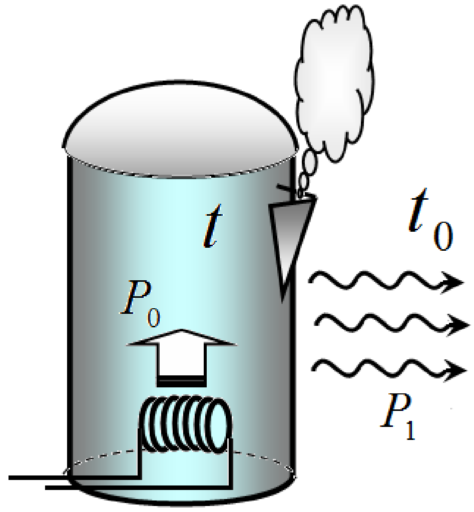
Республиканская физическая олимпиада 2020 год.

(III этап)

Теоретический тур

Условия задач 9 класс

<u>Задача 9-1. «Физика на кухне»</u>



Нагреватель электрочайника находится внутри воды, поэтому все теплота, выделяемая нагревателем, идет на нагрев воды и корпуса чайника. Обозначим мощность нагревателя P_0. Можно считать, что она не зависит от температуры воды в чайнике t. Мощность нагревателя можно регулировать. Мощность теплоты, уходящей от чайника в окружающий воздух P_1, пропорциональна разности температур воды и окружающего воздуха t_0:

$$P_1 = \beta(t - t_0), \qquad (1)$$

где β - постоянный коэффициент теплоотдачи.

При заданной мощности нагревателя температура воды достигает некоторого предельного значения $\bar{t}$, которое будем называть <u>стационарной температурой</u>.

Температура воздуха (во всех частях задачи) считать равной $t_0 = 20°C$.

Теплоемкость[1] чайника с водой считайте постоянной и равной $C = 4{,}5 \cdot 10^3 \frac{Дж}{град}$.

Температура кипения воды $t_{кип} = 100°C$.

10.3 При мощности нагревателя $P_0 = 400\,Вт$ вода в чайнике достигает максимальной температуры, равной $\bar{t}_{\max} = 60°C$. Рассчитайте численное значение коэффициента теплоотдачи β в формуле (1).

Далее считайте эту величину известной и используйте ее при решении задачи.

1.2 При какой минимальной мощности нагревателя вода в чайнике закипит? 1.3 Постройте график зависимости стационарной температуры воды $\bar{t}$ в чайнике от мощности нагревателя P_0.

Теперь рассмотрим процесс нагревания чайника, т.е. зависимость его температуры t от времени[2] τ.

1.4 Получите уравнение, описывающее малое изменение температуры воды Δt за малый промежуток времени $\Delta\tau$. Понятно, что величина Δt должна зависеть от температуры воды в чайнике t.

---

[1] Теплоемкость тела называется количество теплоты, которое требуется, чтобы нагреть тело на 1° Цельсия. Не путайте с удельной теплоемкостью вещества.

[2] Будем обозначать время буквой τ, чтобы отличить от температуры t.

1.5 В чайник заливают воду при комнатной температуре и включают нагреватель, мощность которого установлена на величину $P_0 = 1500\,Bm$.

1.5.1 Постройте схематический график зависимости температуры воды от времени $t(\tau)$. Приближенно эту зависимость можно заменить на два прямолинейных участка. Постройте такой приближенный график на этом же рисунке.

1.5.2 Оцените время нагревания воды от комнатной температуры до температуры кипения.

1.5.3 Оцените, какая доля теплоты (в процентах) уйдет в окружающее пространство за время закипания воды в чайнике.

Задача 9-2. «Единица измерения энергии – рубль!»

Несмотря на то, что в настоящее время существует международная система единиц СИ, достаточно часто для измерения различных физических величин используются внесистемные единицы. В данной задаче вы должны продемонстрировать свое умение использовать различные единицы, переходить от одних единиц к другим, сравнивать их между собой и т.д.

При решении задачи обращайте внимание на правильность округления полученных численных значений.

Часть 1. Шкала Фаренгейта.

В США до настоящего времени для измерения температуры используется шкала Фаренгейта, предложенная еще в 1724 году. С привычной для нас шкалой Цельсия шкала Фаренгейта связана линейной зависимостью и следующими точными соотношениями:

- нулю градусов Цельсия ($t°C = 0{,}0°$) соответствует 32 градуса Фаренгейта ($t°F$);
- ста градусам Цельсия ($t°C = 100°$) соответствуют 212 градусов Фаренгейта.

1.1 Получите точные формулы, позволяющие переводить значения температуры в градусах Фаренгейта в градусы Цельсия и, наоборот, из шкалы Фаренгейта в шкалу Цельсия.
1.2 Чему равна нормальная температура человеческого тела ($36{,}6°C$) в шкале Кельвина?
1.3 Чему равны значения температур $0{,}0°F$ и $100°F$ в градусах Цельсия.

Часть 2. В каких единицах измерял работу Дж. Джоуль?

Вы знаете, что количество теплоты и механическая работа могут измеряться в единицах энергии, потому что они являются двумя способами изменения энергии. Однако, до середины 19 века глубокая связь между теплотой и работой не была известна. Поэтому для измерения количества теплоты была введена особая единица – **калория**, которая определялась, как количество теплоты, которое требуется для нагревания 1 грамма воды на 1 градус Цельсия.

В 1847-1850 года английский ученый Джеймс Прескотт Джоуль провел серию точнейших экспериментов по измерению, так называемого, механического эквивалента теплоты. Он установил количественное соотношение между единицей теплоты (калорией) и единицей механической работы. В качестве единицы работы Дж. П. Джоуль использовал «футо-фунт» - работу, которую необходимо совершить, чтобы поднять один фунт на высоту в один фут.

Справка:
1 английский фут – единица длины, равная 0,3048 м;
1 английский фунт – единица массы, равная 453,6 г;

Ускорение свободного падения считать равным $g = 9{,}811\frac{м}{с^2}$.

2.1 Чему равна работа в 1 футо-фунт в Джоулях?

По результатам своих измерений Дж. Джоуль сделал основной вывод (считайте числа приведенные здесь точными):
Количество теплоты, которое в состоянии нагреть 1 фунт воды на 1 градус по Фаренгейту, равно и может быть превращено в механическую энергию, которая в состоянии поднять 772,7 фунта на высоту в 1 фут.

2.2 Определите по данным Дж. Джоуля, чему равна 1 калория в Джоулях.

<u>Часть 3. Измерение энергии в рублях.</u>

В данной части численные данные округляйте до двух значащих цифр.

В Республике Беларусь электроэнергию принято рассчитывать в киловатт-часах (кВт-час), а тепловую энергию в Гигакалориях (Гкал, $1\,Гкал = 10^9 кал$). С 1 июня 2019 года стоимость 1 кВт-час электроэнергии равна 15 копеек, а стоимость 1 Гкал – 18,5 рублей.

3.1 Рассчитайте, чему равна энергия в 1 кВт-час в джоулях. Сколько стоит 1 Дж по тарифам за электроэнергию?
3.2 Рассчитайте, чему равна энергия в 1 Гкал в джоулях. Сколько стоит 1 Дж по тарифам за тепловую энергию?
3.3 Массу какого груза надо поднять на высоту 10 м (примерно третий этаж), чтобы совершить работу в 1 кВт-час (и заработать 15 копеек)?
3.4 Согласно инструкции поставщики тепловой энергии для расчета потребленной тепловой энергии применяют формулу

$$Q = AV\Delta t^\circ \qquad (1)$$

Где Q - количество потребленной тепловой энергии в Гкал, V - объем использованной горячей воды в кубических метрах (м^3), Δt° - разность температур, на которую нагревают воду, A - численный коэффициент. Рассчитайте численное значение этого коэффициента.
3.5 Рассчитайте стоимость теплоты, необходимой для приема горячей ванной. Считайте, что объем ванной равен 200 литров, воду подогревают от $15°C$ до $40°C$. Напоминаем: масса одного литра воды – один килограмм.

Задача 9-3. «Формула Торричелли»

В учебнике физики для 7 класса в параграфе, посвященном давлению, приведен рисунок, на котором показаны струи воды, вытекающие из отверстий в боковой стенке бутылки.

На отдельном бланке к данной задаче воспроизведен этот рисунок, к которому добавлена масштабная сетка. Разметка шкал проведена в сантиметрах.

В данной задаче вам необходимо проверить, правильно ли нарисован этот рисунок, а также рассмотреть некоторые вопросы, связанные с вытеканием жидкости из отверстия.

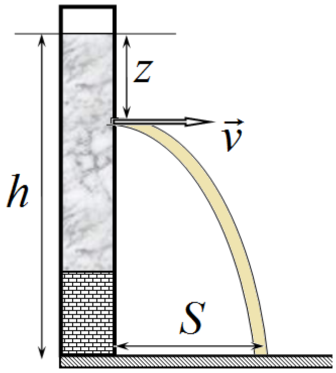
Еще в 1641 году итальянский ученый Эванжелиста Торричелли получил формулу для скорости жидкости, вытекающей из небольшого отверстия

$$v = \sqrt{2gh}\,, \tag{1}$$

где h - расстояние от отверстия до уровня жидкости (глубина на которой находится отверстие), g - ускорение свободного падения. Считайте, что вектор скорости струи на выходе из отверстия направлен горизонтально.

При численных расчетах считайте, что $g = 9{,}81\frac{м}{с^2}$. Во всех задачах сопротивлением воздуха следует пренебречь.

Часть 1. Дальность полета струи.



Пусть бутылка стоит на подставке, расположенной на горизонтальном столе. Обозначим: h - высоту уровня воды в бутылке над уровнем стола; z - глубину, которой находится отверстие в боковой стенке; S - расстояние, на котором струя падает на стол.

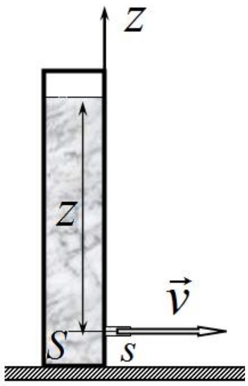
1.1 Получите формулу для дальности полета струи S в зависимости от глубины, на котором находится отверстие z. Высоту уровня воды h считайте известной и постоянной.
1.2 Найдите, при какой глубине z дальность полета струи S будет максимальна. Чему равна эта максимальная дальность $S_{\max}$?
1.3 Используя рисунок из учебника (расположенный на отдельном бланке) рассчитайте каковы должны быть равны дальности всех струй. Результаты расчетов представьте в таблице 1.

Таблица 1.

Номер струи k	Высота h_k (см)	Положение отверстия z_k (см)	Дальность струи S_k, (см)
1			
2			
3			

1.4 Получите уравнение траектории струи $y(x)$, где x, y - горизонтальная и вертикальная координаты точек струи. На свободном бланке правильно нарисуйте все струи.

Часть 2. Время вытекания.



В этой части задачи необходимо математически описать процесс вытекания воды из цилиндрического сосуда через малое отверстие в боковой стенке. Отношение площади отверстия s к площади поперечного сечения сосуда S обозначим $\eta = \frac{s}{S}$. Введем вертикальную ось z, направленную вверх, начало отсчета совместим с отверстием. Высота уровня воды в начальный момент времени равна h. Основной целью является расчет зависимости координаты верхнего уровня воды в сосуде от времени $z(t)$.

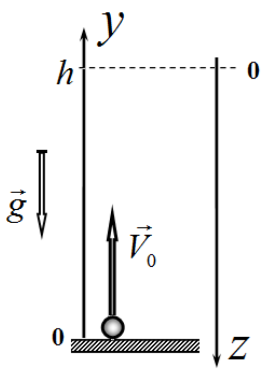
2.1 Качественное описание.

2.1.1 Укажите на рисунке направление векторов скорости $\vec{V}$ и ускорения $\vec{a}$ движения верхнего уровня воды.

2.1.2 Найдите зависимость проекции вектора скорости $\vec{V}$ на ось z от координаты $V_z(z)$.

2.1.3 Нарисуйте схематический график зависимости координаты уровня воды от времени $z(t)$.

2.2 Вспомогательная задача.



Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью V_0.
Введем ось y, направленную вертикально вверх, начало отсчета совместим с точкой бросания.

2.2.1 Запишите зависимость проекции скорости тела $V_y(t)$ на ось y и координаты брошенного тела $y(t)$ от времени. Постройте схематический график зависимости $y(t)$.

2.2.2 Найдите максимальную высоту подъема тела $h = z_{\max}$.

Теперь введем ось z, направленную вертикально вниз, начало отсчета, которой находится на высоте максимального подъема h.

2.2.3 Запишите зависимости проекции скорости тела $V_z(t)$ на ось z и координаты тела $z(t)$ от времени.

2.2.4 Найдите зависимость проекции скорости тела на ось z от его координаты $V_z(z)$

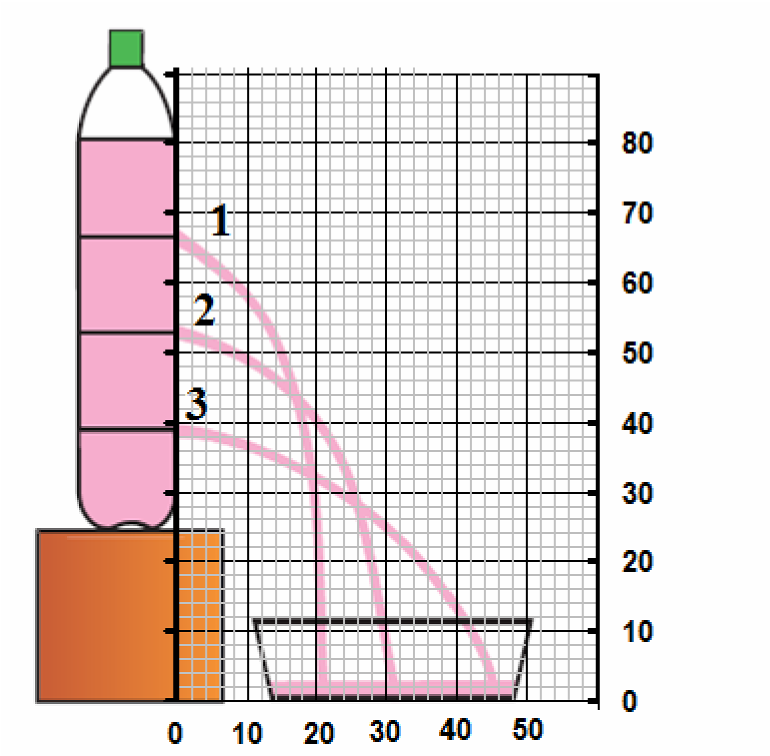
2.3 Возвращение к вытеканию воды.

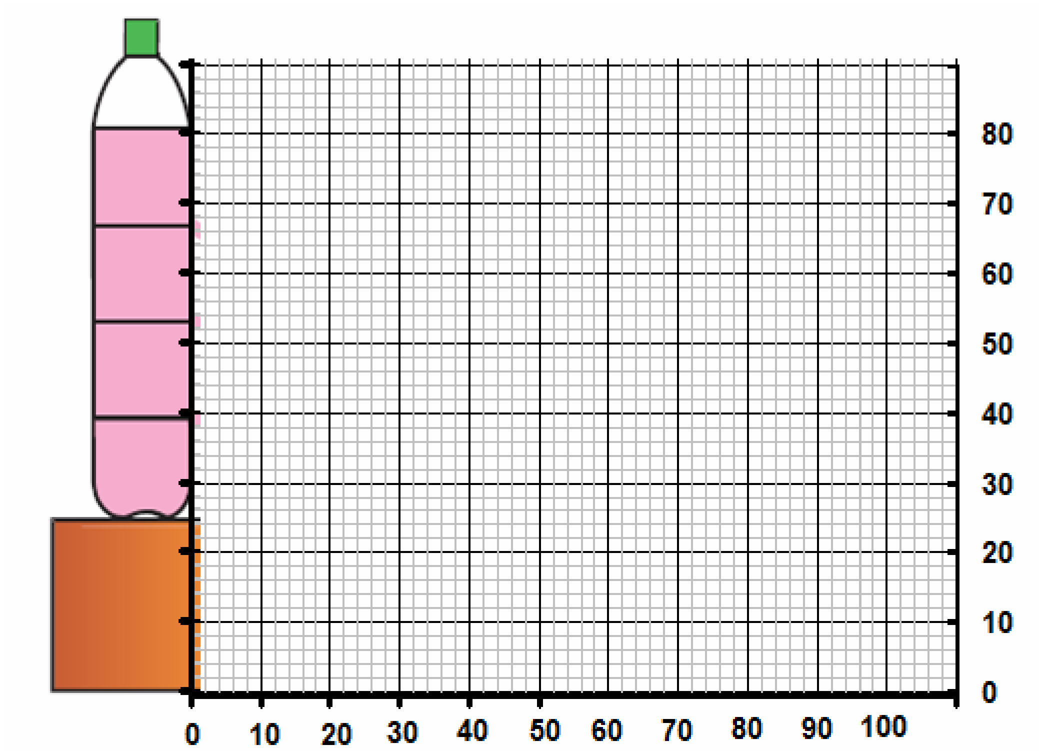
2.3.1 Запишите зависимость координаты уровня воды в цилиндрическом сосуде (см. п. 2.1) от времени $z(t)$.

2.3.2 Найдите время вытекания воды из сосуда τ.

2.3.3 Рассчитайте численное значение времени вытекания τ воды, если радиус круглого отверстия равен $r = 1{,}0\,мм$, а радиус сосуда $R = 5{,}0\,см$, начальная высота уровня воды равна $h = 20\,см$.

Бланк к задаче 9-3

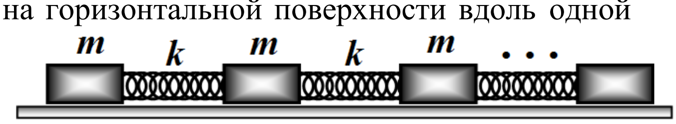




10 класс

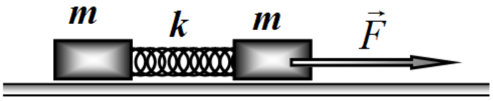
Задача 10-1. «Бруски и пружинки»

В данной задаче рассматривается растяжение цепочки, состоящей из одинаковых брусков и одинаковых пружинок, лежащих на горизонтальной поверхности вдоль одной прямой. Массы всех брусков равны m, жесткости пружинок - k, массы пружинок пренебрежимо малы, коэффициент трения брусков о поверхность - μ.



Часть 1. Два бруска.

1.1 Цепочка состоит из двух брусков. В начальный момент времени бруски покоятся, пружина не деформирована. Какую минимальную постоянно действующую горизонтальную силу $\vec{F}$ необходимо приложить к одному из брусков, чтобы сдвинуть с места второй.

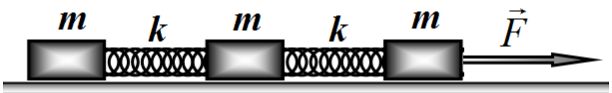


Внимание! Далее (во всех частях задачи) будем рассматривать «квазистационарное» приближение:
приложенная сила изменяется очень медленно, так, что в любой момент времени ускорением брусков можно пренебречь, следовательно, в любой момент времени сумма сил, действующих на каждый брусок равна нулю. Пока не сдвинется последний брусок!

1.2 В системе, описанной в п.1.1, прилагаемая сила медленно возрастает от нуля. При каком значении этой силы сдвинется второй брусок? Чему будет равна деформация пружины в этот момент времени?

Часть 2. Три бруска.

На горизонтальной поверхности расположена цепочка их трех брусков. Бруски покоятся, пружины не деформированы. К крайнему бруску начинают прикладывать горизонтально силу $\vec{F}$, которая медленно возрастает.



В численных расчетах примите, что $\mu mg = f_0 = 1{,}0H$, $\dfrac{\mu mg}{k} = l_0 = 1{,}0 см$.

2.1 При какой минимальной силе $F_{\min}$ сдвинутся все бруски?

2.2 Постройте график зависимости суммарного удлинения цепочки x от модуля приложенной силы F при ее изменении от нуля до найденного значения $F_{\min}$.
Получите формулы, описывающие каждый характерный этап движения, найдите значения в «узловых» точках.

2.3 Покажите, что энергетический баланс «сходится». Рассчитайте энергию, поступившую в цепочку, укажите и рассчитайте количественно, на что израсходована эта энергия.
2.4 Найдите установившееся (после прекращения колебаний брусков) удлинение цепочки, если приложенная сила достигла значения $2F_{\min}$ и перестала изменяться.

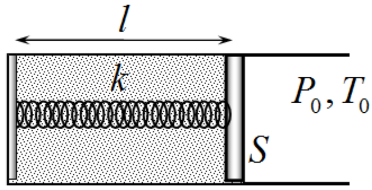
<u>Часть 3. Цепочка из *N* брусков.</u>

На горизонтальной поверхности из N брусков. В начальный момент времени все бруски покоятся, пружины не деформированы. К крайнему бруску начинают прикладывать горизонтально силу $\vec{F}$, которая медленно возрастает.

3.1 Найдите общую деформацию цепочки к моменту времени, когда сдвинется последний брусок.

3.2 Найдите установившееся (после прекращения колебаний брусков) удлинение цепочки, если приложенная сила достигла значения $2N\mu mg$ и перестала изменяться.

Задача 10-2. «Газ под поршнем»



В горизонтальном цилиндрическом сосуде под легкоподвижным поршнем находится сухой воздух. Площадь поперечного сечения сосуда равна S, воздух между стенками сосуда и поршнем не проходит. Трением поршня о стенки следует пренебрегать.

Поршень соединен со стенкой упругой пружиной жесткости k. Когда поршень находится на расстоянии l_0 от стенки, пружина не деформирована, давление воздуха в сосуде равно атмосферному давлению P_0, его температура равна T_0.

Параметры устройства подобраны таким образом, что выполняется условие

$$P_0 S = k l_0. \qquad (1)$$

Для численных расчетов используйте следующие данные:

атмосферное давление $P = 100\,кПа$;

начальная температура воздуха в сосуде $t_0 = 20°C = 293K$;

молярная теплоемкость воздуха при постоянном объеме равна $C_V = \frac{5}{2}R$;

удельная теплота испарения воды $L = 2{,}3 \cdot 10^6 \frac{Дж}{кг}$.

молярная масса воды $M = 18 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$;

универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$.

Часть 1. Воздух сухой.

Воздух в сосуде начинают медленно нагревать.

1.1 Найдите зависимость давления воздуха в сосуде от положения поршня $P(l)$.

1.2 Найдите зависимость координаты равновесного положения поршня от температуры воздуха в сосуде $l(T)$.

1.3 Рассчитайте, при какой температуре воздуха в сосуде t_1 его объем увеличится на $\eta = 20\%$.

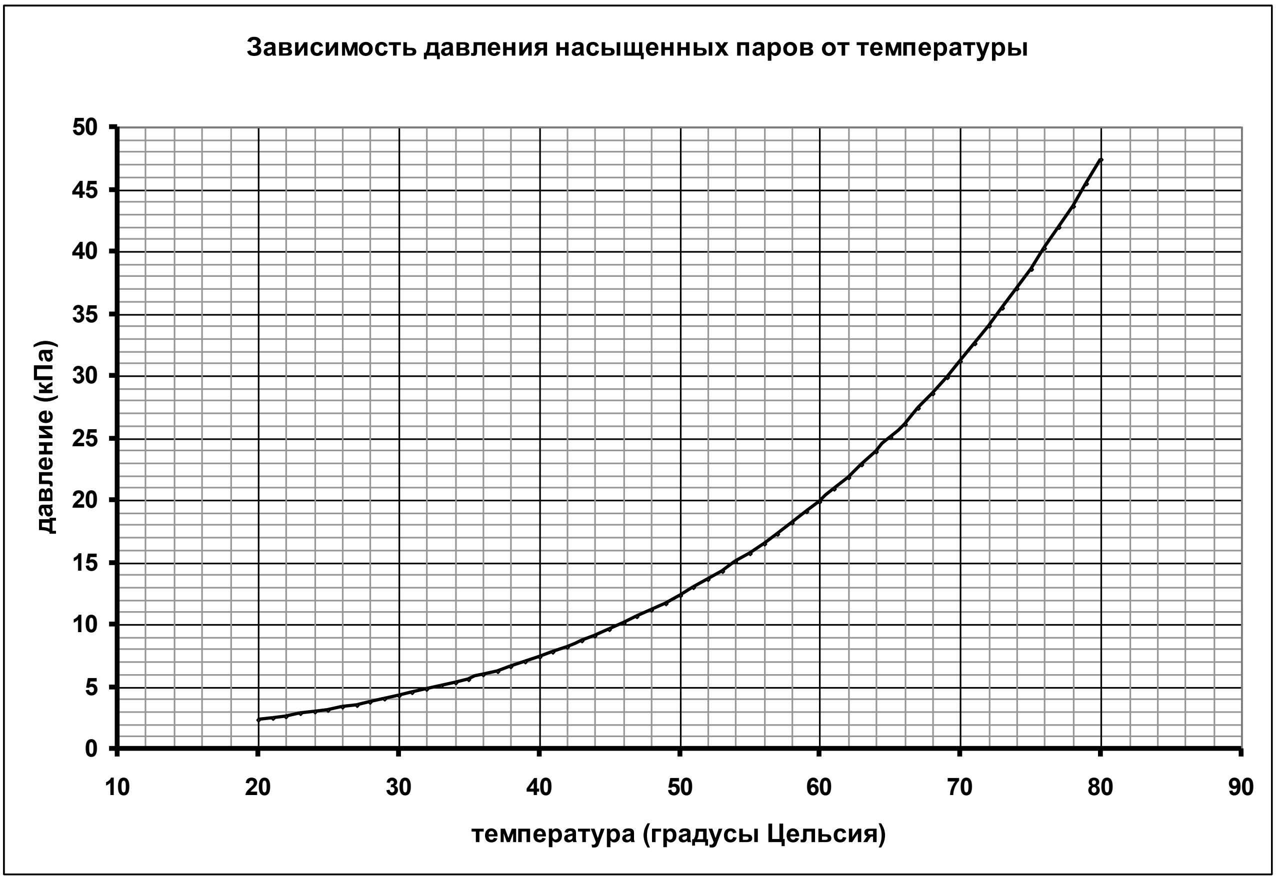
Часть 2. Влажный воздух.

Случайно внутрь сосуда попала небольшая порция воды (ее объем значительно меньше объема сосуда).

2.1 Пренебрегая парциальным давлением водяных паров при температуре $t_0 = 20°C$, рассчитайте, до какой температуры в этом случае следует нагреть влажный воздух в сосуде, чтобы его объем увеличился на $\eta = 20\%$.

Считайте, что не вся вода, попавшая в сосуд, испарилась. Ниже приведен график зависимости давления насыщенных паров воды от температуры. Используйте его для решения задачи. Можете проделать на нем дополнительные построения.

2.2 Оцените (с погрешностью не превышающей 30%) отношение теплот $\frac{Q_2}{Q_1}$, полученных влажным Q_2 (см. Часть 2) и сухим Q_1 (см. Часть 1) воздухом в описанном процессе.



Задача 10-3. «Неоднородное гравитационное поле»

.

Сила гравитационного взаимодействия зависит от расстояния между взаимодействующими телами. Поэтому гравитационные поля, в общем случае, являются неоднородными. Даже небольшие неоднородности этого поля могут приводить ко многим интересным и неожиданным эффектам, некоторые из которых рассматриваются в данной задаче.

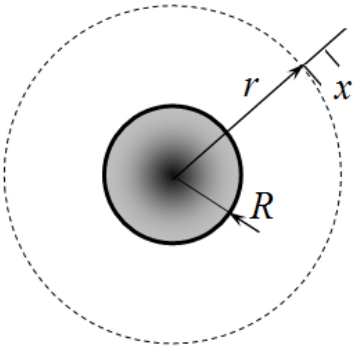
Ускорение свободного падения на поверхности Земли обозначим $g_0 = 9{,}8\frac{м}{с^2}$.

Землю будем считать однородным шаром радиуса $R = 6{,}4 \cdot 10^6\,м$. Вращением Земли вокруг собственной оси следует пренебрегать. Все ответы выражайте через эти заданные параметры, гравитационная постоянная и масса Земли в эти ответы входить не должны. Во всех пунктах задачи деформации тел следует считать пренебрежимо малыми.
Используйте приближенную формулу, справедливую при $\xi << 1$ и любых степенях γ:

$$(1+\xi)^{\gamma} \approx 1 + \gamma\xi \qquad (1)$$

Часть 1. Ускорение свободного падения.

1.1 Получите формулу для ускорения свободного падения g_r на расстоянии r от центра Земли ($r > R$). Выразите его через ускорение свободного падения на поверхности Земли g_0.



При малом радиальном отклонении от расстояния r на малую величину x можно считать, что ускорение свободного падения зависит линейно от малого смещения. Т.е. ускорение свободного падения на расстоянии $r + x$ от центра Земли g_{r+x} можно приближенно представить в виде

$$g_{r+x} \approx g_r(1 + \alpha x). \qquad (2)$$

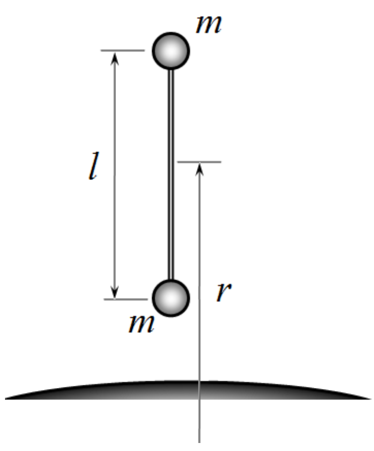
1.2 Определите значение множителя α в формуле (2).

1.3 Рассчитайте, на какой высоте h над поверхностью Земли ускорение свободного падения уменьшается на 1,0% по сравнению с ускорением на поверхности Земли.

Часть 2. Свободное падение.

В данной части рассматривается движения тела, состоящего из двух массивных шаров (масса каждого $m = 10\,кг$, радиус $b \approx 10\,см$, каждый из них можно рассматривать как материальную точку), соединенных легким (с пренебрежимо малой массой) стержнем длины $l = 10\,м$.

Стержень свободно падает в поле тяжести Земли, оставаясь в вертикальном положении. Сопротивлением воздуха следует пренебрегать. В некоторый момент времени середина стержня находится на расстоянии r от центра Земли.



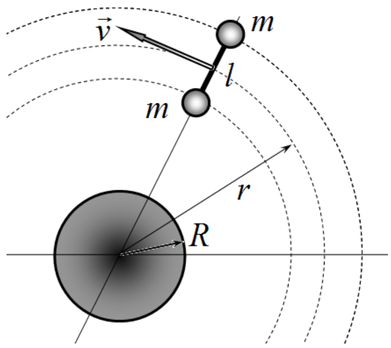
2.1 Получите формулу для силы натяжения стержня F в процессе его падения, возникающую вследствие неоднородности гравитационного поля Земли. В этом пункте гравитационным взаимодействием шаров следует пренебрегать.

2.2 Укажите, будет стержень растянут или сжат. Рассчитайте численное значение силы натяжения стержня F, если центр стержня находится на высоте $h = 10\,км$ над поверхностью Земли.

2.3 Найдите отношение найденной силы F к силе гравитационного взаимодействия между шариками F_G. В расчетах можно принять, что плотность материала шариков равна средней плотности Земли. Оцените численное значение этого отношения $\frac{F}{F_G}$.

Часть 3. Орбитальная станция.

Орбитальная станция состоит из двух одинаковых сферических отсеков, соединенных между собой длинным стрежнем. Масса каждого отсека равна m, длина стержня l. Отсеки можно считать материальными точками, масса стержня пренебрежимо мала. Станция вращается вокруг Земли по круговой траектории, так, что середина стержня находится на расстоянии r от центра Земли (очевидно, что $r >> l$). Станция движется так, что ее ось все время направлена к центру Земли.

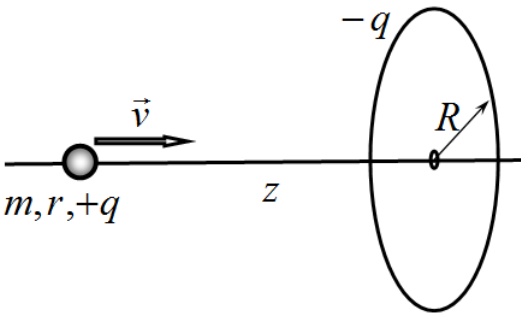


3.1 Найдите силу упругости F стержня, соединяющего отсеки станции. Укажите, сжат или растянут этот стержень.

11 класс

Задача 11-1. «Электростатическая пушка»

Электростатическая пушка состоит из: проводящего кольца радиуса R и тонкого непроводящего стержня (совпадающего с осью кольца). На стержне находится небольшой шарик радиуса r, массы m. Шарик может скользить по стержню без трения. На короткий промежуток времени τ кольцу и шарику сообщают одинаковые по модулю и противоположные по знаку заряды $\pm q$. В результате чего шарик приобретает скорость v.



Часть 1. Заряженный шарик.

1.1 Найдите напряженность электрического поля, создаваемого зарядами кольца на его оси на расстоянии z от центра.

1.2 На каком расстоянии от центра кольца z^* следует расположить шарик, чтобы он приобрел максимальную скорость? Чему равна эта максимальная скорость шарика $v_{\max}$?

Часть 2 Шарик не заряжается.

В этой части задачи заряд q сообщается только кольцу. Шарик находится на расстоянии z, которое значительно больше радиуса кольца $z >> R$. Под действием электрического поля напряженности E на шарике индуцируется дипольный момент, величина которого равна

$$p = 4\pi\varepsilon_0 r^3 E \qquad (1)$$

Электрический диполь – система из двух точечных зарядов, одинаковых по величине и противоположных по знаку $\pm q$, находящихся на малом расстоянии a. Дипольным моментом называется величина $p = qa$.

2.1 Покажите, что сила, действующая на диполь, помещенный в неоднородное электрическое поле (ось диполя направлена вдоль оси z) равна

$$F = p\frac{\Delta E_z}{\Delta z}. \qquad (2)$$

где $\frac{\Delta E_z}{\Delta z}$ - производная от проекции вектора напряженности на ось z по координате z.

2.2 Какую скорость приобретет незаряженный проводящий шарик, если он находится на расстоянии z от центра кольца, а кольцо заряжается на малый промежуток времени τ.

Задача 11-2. «Монгольфьер и шарльер»

Первые полеты на воздушных шарах состоялись во Франции в 1783 году. Энтузиастами воздухоплавания являлись братья Жозеф-Мишель и Жак-Этьен Монгольфье. Они сконструировали и изготовили шар, который наполнялся теплым (подогреваемым снизу) воздухом. Воздушные шары такого типа получили название монгольфьеры.

Конкурентами братьев Монгольфье выступили профессор Жак Шарль, которому помогали механики братья Роббер. Их шары наполнялись водородом. Шары, наполненные легкими газами, получили названия шарльеры.

В данной задаче вам необходимо рассчитать высоты, на которые могли подниматься эти шары. Предварительно Вам необходимо рассчитать некоторые характеристики земной атмосферы. Во всех расчетах используйте модель стандартной атмосферы. Считайте, что на любой высоте газ внутри шаров находится в состоянии равновесия – температура и давления постоянны внутри объема оболочки.

Часть 1. Стандартная атмосфера.

Для расчета летных характеристик различных летательных аппаратов используется модель «стандартной атмосферы» - вертикальное распределение температуры, давления и плотности воздуха для средних годовых условий в среднем для всех широт, принятое по международному соглашению (международная стандартная атмосфера). При этом предполагается, что в атмосфере выполняются уравнение состояния для идеальных газов и основное уравнение статики.

В этой модели приняты следующие численные значения величин (в решении задачи используйте округленные значения с нужным числом значащих цифр, стремитесь получать численные значения с максимально допустимой точностью):

Молярная масса воздуха $M = 28{,}97 \cdot 10^{-3} \frac{кг}{моль}$;

Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}314 \frac{Дж}{моль \cdot К}$;

Ускорение свободного падения $g = 9{,}807 \frac{м}{с^2}$;

Атмосферное давление на уровне моря $P_0 = 1{,}013 \cdot 10^5\, Па$;

Температура воздуха на уровне моря $t_0 = 15{,}00°C$;

Значение абсолютного нуля температур $t_{АН} = -273{,}16°C$;

До высоты $z = 11{,}0 км$ температура воздуха убывает по линейному закону, убывая на величину $\frac{\Delta t°}{\Delta z} = 6{,}500 \frac{°C}{км}$ на каждом километре высоты.

1.1 Рассчитайте плотность воздуха на уровне моря ρ_0.

1.2 Запишите формулу для зависимости абсолютной температуры воздуха от высоты в виде

$$T(z) = T_0\left(1 - \frac{z}{h}\right), \qquad (1)$$

и рассчитайте численные значения параметров T_0 и h.

1.3 Получите уравнение, описывающее изменение давления ΔP при увеличении высоты на малую величину Δz.

Зависимости давления $P(z)$ и плотности воздуха $\rho(z)$ от высоты в рамках модели стандартной атмосферы имеют вид

$$P(z) = P_0\left(1-\frac{z}{h}\right)^{\alpha} \tag{2}$$

$$\rho(z) = \rho_0\left(1-\frac{z}{h}\right)^{\beta} \tag{3}$$

1.4 Получите формулы для расчета показателей степеней α, β, найдите их численные значения.

1.5 На отдельном бланке постройте графики зависимостей $\frac{T(z)}{T_0}, \frac{P(z)}{P_0}, \frac{\rho(z)}{\rho_0}$.

В ходе дальнейшего решения используйте найденные значения параметров $\rho_0, T_0, \alpha, \beta, h$ как известные. Кроме того, на этом же бланке можете проводить дополнительные построения, необходимые для решения задачи

Часть 2. Шарльер.

Воздушный шар, построенный под руководством профессора Жака Шарля, которому помогали братья Роббер, имел объем $V = 400\,м^3$. Оболочка шара заполнялась водородом, давление которого незначительно превышало атмосферное. После этого оболочка была герметично закрыта. Старт этого шара состоялся 1 декабря 1783 из сада Тюильри в Париже. Экипаж аэростата состоял из Шарля и Николя-Луи Роббера, младшего из братьев Роббер. Аппарат пролетел 43 км, пробыв воздухе 2 часа, а затем приземлился в городе Несле. После чего Роббер сошёл, а Шарль снова поднялся в воздух, достигнув высоты …

2.1 Рассчитайте максимальную общую массу $m_{\max}$ шара (оболочки, газа, гондолы, пассажиров) этого шара, при которой он начнет подниматься, находясь на уровне моря.

2.2 Оцените, на какую максимальную высоту смог подняться Ж. Шарль, после того как сошел Роббер.

Считайте, что
- в первом поле масса шара с двумя пассажирами равнялась максимально возможной массе, найденной в п. 2.1;
- масса Роббера равна $m_1 = 90\,кг$;
- объем шара остается неизменным при подъеме.

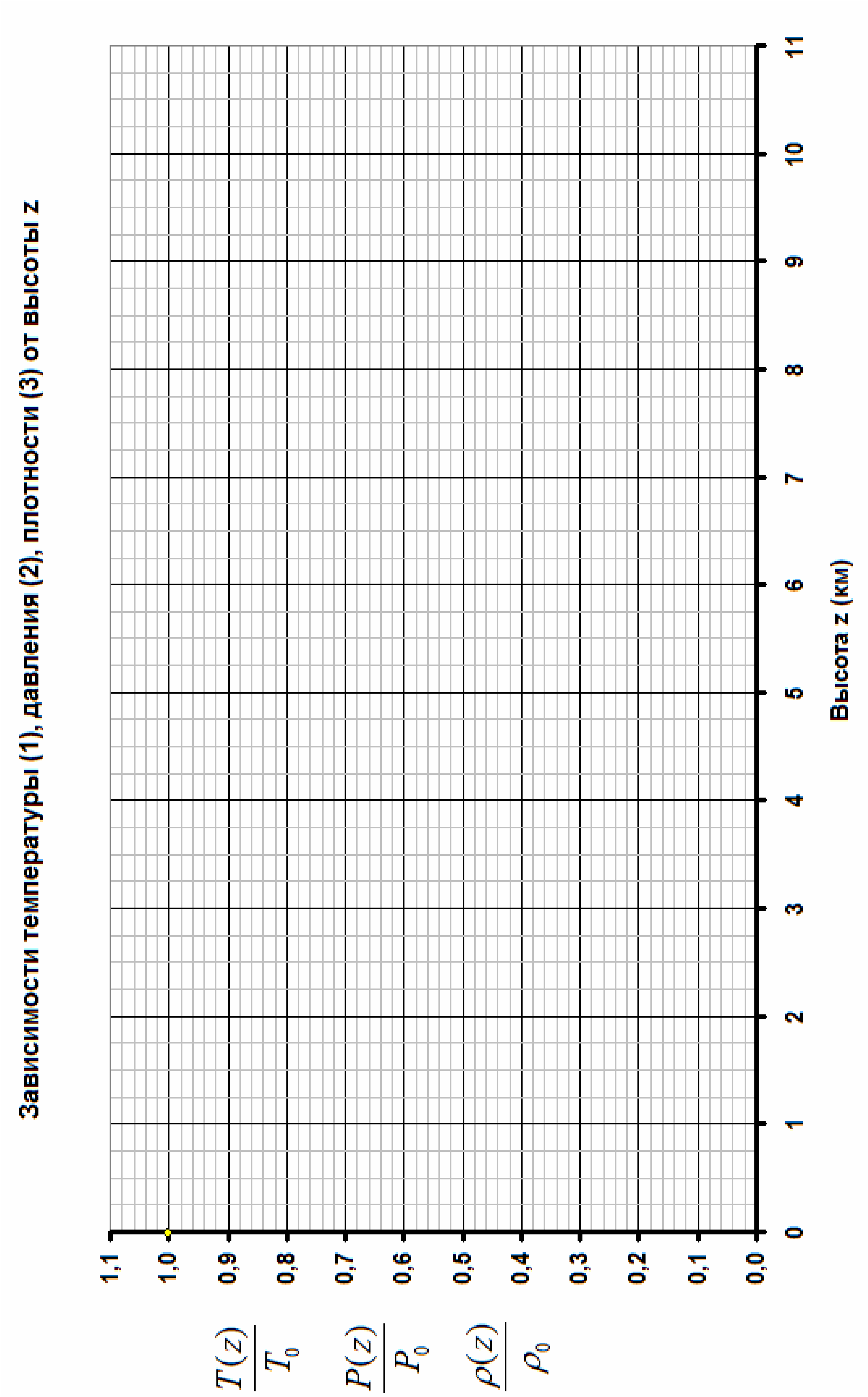
Часть 3. Монгольфьер.

12 октября 1783 года на шаре объёмом 2200 м^3 в воздух впервые поднялся человек - Этьен Монгольфье. Этот шар имел оболочку из лёгкой ткани, оклеенной бумагой. К нему была подвешена кольцевая галерея шириной около 1 м, сплетённая из ивовых прутьев и обшитая тканью. Для сжигания топлива к центру галереи был подвешен очаг из железных прутьев.

3.1 Монгольфьер начал подниматься (находясь на уровне моря), когда благодаря подогреву температура воздуха внутри шара превысила наружную на величину $\Delta T_0 = 30K$. Определите общую массу шара (без учета массы воздуха внутри).

3.2 При увеличении мощности нагрева разность температур воздуха внутри шара и вне его удалось довести до величины $\Delta T_1 = 40K$ и сохранять ее во время всего подъема. Оцените, на какую максимальную высоту поднялся монгольфьер в этом полете.

Бланк к задаче «Монгольфьер и шарльер»



Не забудьте сдать этот бланк!

Задача 11- 3. «Сейсморазведка»

В Беларуси нефть добывают с глубин более 2 км. Как правило, нефтеносные пласты залегают среди пластов соли. А задумывались ли вы о том, как можно вести поиск полезных ископаемых на таких глубинах?

Для разведки используют разнличные физические методы.

Одним из важнейших из них является сейсморазведка – исследование структуры залегания пластов различных пород с помощью упругих сейсмических (акустических) волн. Схема проведения таких исследований показана на рис. 1. На небольшой глубине производят взрыв, возбуждаемые им упругие волны распространяются вглубь Земли, преломляются на границах пластов, отражаются от них и регистрируются рядом приемников. Полученные сигналы (сейсмограммы) затем анализируются. Отметим, что расшифровка полученных данных и востановление по ним границ пластов является очень сложной проблемой. Поэтому в данной задаче рассматривается только несколько простейших примеров анализа сейсмограмм.

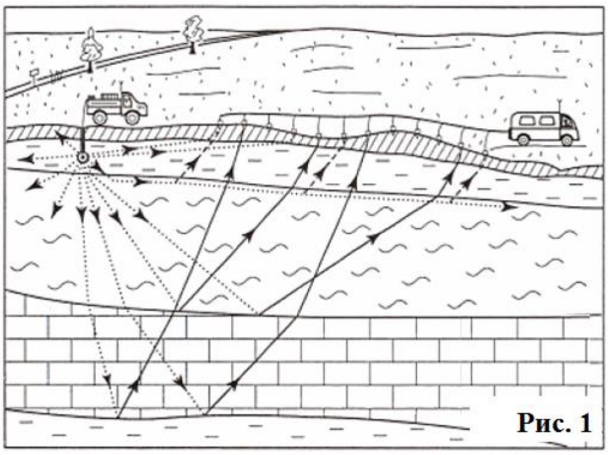


Рис. 1

Рекомендации по решению задачи.

Во всех частях задачи исходные данные заданы в форме таблиц, в которых приведены расстояния L_k от места взрыва (точка E) до регистрирующего пункта R_k и времена прихода сигналов в этот пункт t_k.

Все регистрирующие пункты находятся на одной прямой, поверхность земли считать горизонтальной.

Результаты измерений времен имееют некоторую погрешность. Поэтому рекомендуем все части решать приближенными графическими методами.

В каждой части можно найти некоторые величины Y_k и X_k, (которые выражаются через исходные данные L_k и t_k и другие известные величины), связь между которыми оказывается линейной $Y = aX + b$. Вам необходимо найти такие преобразования, построить график линеаризованной зависимости и по его параметрам определить требуемые величины.

Часть 1. Одна плоская горизонтальная граница.

В данной части рассматривается следующая модель. Имеется толстый соляной пласт толщиной h, ниже которого горизонтально располагается граница нефтеносного пласта (рис. 2). Влиянием приповерхностный слоев можно пренебречь, поэтому можно считать, что взрыв проводится практически на поверхности в точке E. На всех сейсмограммах выделен сигнал, соответствующий волне, отраженной от нижней границы соляного пласта.

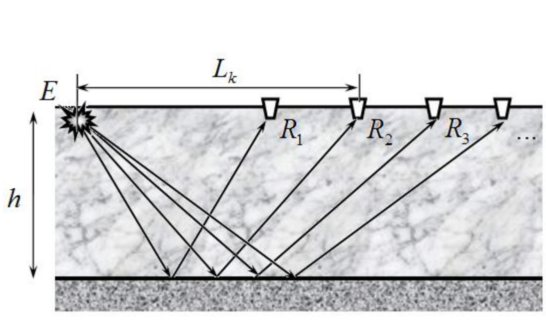


Рис. 2

В таблице 1 приведены расстояния L_k и времена прихода t_k (после взрыва) на приемный пункт R_k волны, отраженной от нижней границы соляного пласта.

Таблица 1.

L_k, км	0,80	1,50	2,30	3,70	4,20	5,30
t_k, с	1,11	1,13	1,18	1,35	1,43	1,59

1.1 Получите формулу для времени прихода волны t_k в зависимости от расстояния L_k, толщины пласта h и скорости волны c.

1.2 Укажите для каких величин Y, X зависимость между ними будет линейной и позволит вам найти толщину пласта и скорость волны в нем. Постройте график этой зависимости $Y(X)$.

1.3 Используя все приведенные данные, определите глубину залегания нижней границы пласта h и скорость волны в соли c.

<u>Часть 2. Одна плоская наклонная граница.</u>

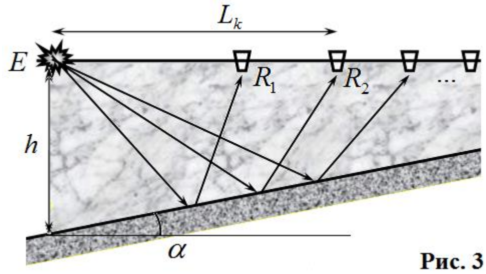


Рис. 3

В данной части нижняя граница соляного пласта плоская, но наклонена под некоторым углом α к горизонту (рис. 3).

Не зависимо от найденного в Части 1 значения, считайте, что скорость сейсмической волны в соли равна

$$c = 4{,}50 \frac{км}{с} \ .$$

В таблице 2 приведены расстояния L_k и времена прихода t_k (после взрыва) на приемный пункт R_k волны, отраженной от нижней границы соляного пласта.

Таблица 2.

L_k, км	0,60	1,10	2,00	2,60	3,30	3,90
t_k, с	0,95	0,93	0,95	0,98	1,03	1,09

2.1 Получите формулу для времени прихода волны t_k в зависимости от расстояния L_k, толщины пласта h под точкой взрыва, угла наклона пласта α и скорости волны c.

2.2 Укажите для каких величин Y, X зависимость между ними будет линейной и позволит рассчитать расстояние до пласта и угол его наклона. Постройте график этой зависимости $Y(X)$.

2.3 Используя все приведенные данные, определите глубину залегания нижней границы пласта под точкой взрыва h и угол наклона нижней границы соляного пласта α.

Часть 3. Промежуточный нефтеносный пласт.

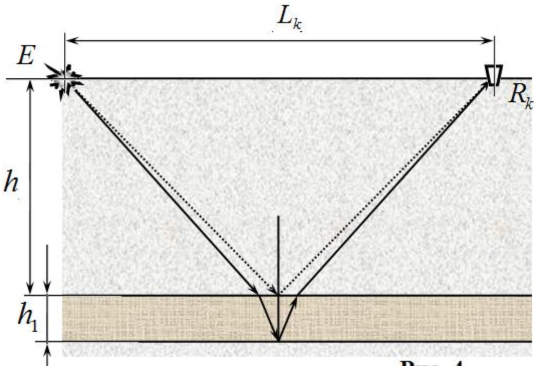


Рис. 4

Более тщательный анализ показал, что в сейсмограммах, рассмотренных в Части 1, после сигнала, соответствующему отражению от нижней границы соляного пласта, зарегистрирован сигнал, соответствующий отражению от нижней границы следующего узкого пласта, который может содержать нефть. В Таблице 3 приведены значения интервалов времен τ_k (в миллисекундах) между приходами волн, отраженных от верхней и нижней границ узкого пласта. Первые две строки повторяют таблицу 1, поэтому можете воспользоваться результатами, полученными в части 1.

Таблица 3.

L_k, км	0,80	1,50	2,30	3,70	4,20	5,30
t_k, с	1,11	1,13	1,18	1,35	1,43	1,59
τ, мс	74	73	71	67	66	64

Малость времен задержки свидетельствуют о том, что толщина нижнего пласта h_1 мала по сравнению с толщиной соляного пласта h. В этом случае для расчета времени задержки между сигналами можно воспользоваться разумным приближением.
Обозначим скорость волны в нижнем пласте c_1. Отношение скоростей волн в соли c и рассматриваемом пласте c_1 называется относительным показателем преломления $\frac{c}{c_1} = n$.

При пересечении границы для сейсмических волн справедлив закон преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha_1} = \frac{c}{c_1} = n.$$

Пусть волна падает на границу раздела под углом α к нормали к поверхности раздела. На рис. 5 изображен ход лучей, отраженных от верхней и нижней границ нефтеносного пласта. Пунктиром изображен луч 1-2’ реально направленный на приемник, можно считать, что он параллелен лучу 4-5 (т.е. он совпадает с лучом 1-2)

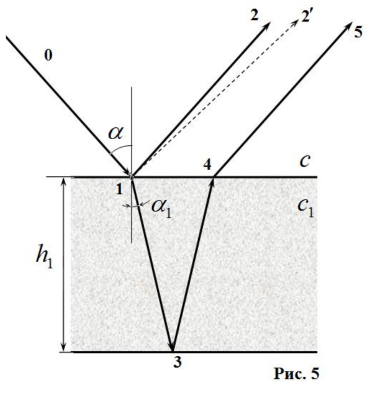


Рис. 5

3.1 Рассчитайте разность времен прихода волн τ_k, отраженных от верхней и нижней границ рассматриваемого пласта. Выразите ответ через толщину пласта, угол падения на верхнюю границу α, показатель преломления n и скорость волны в соли c.

3.2 Укажите для каких величин Y, X зависимость между ними будет линейной и позволит рассчитать толщину пласта и его относительный показатель преломления. Постройте график этой зависимости $Y(X)$.

3.3 Используя все данные таблицы 3, рассчитайте толщину пласта h_1, относительный показатель преломления пласта n и скорость сейсмической волны в нем.