



Республиканская физическая олимпиада 2024 года (3 этап)

Экспериментальный тур

Решения задач 9 класс (для жюри)

Задания экспериментального тура данной олимпиады предоставляют для участников большие возможности для самостоятельного выбора параметров установок, диапазонов исследования, методов измерений. Иными словами – проявить свои творческие способности. Кроме того, результаты измерений сильно зависят от предоставленного оборудования, которое может различаться в разных областях нашей Республики.

Поэтому, относитесь к приведенным ниже результатам, как к ориентировочным. Желательно (или даже обязательно) провести собственные измерения. Поэтому здесь приводятся только основные теоретические положения и результаты некоторых измерений, полученные авторами данных заданий. Методы обработки результатов измерений являются в большинстве своем, стандартными, поэтому подробно не описываются.



Задание 9-1. Сыпучие Вещества.

Решение

Часть 1.

1.1 В соотношениях (3) и (5) перейдём к относительным единицам. Для этого разделим эти соотношения на V_{2H} , получим:

$$\frac{V_{CM}}{V_{2H}} = 1, \quad \text{при} \quad \frac{V_{1H}}{V_{2H}} \leq \varphi_1 \quad (9)$$

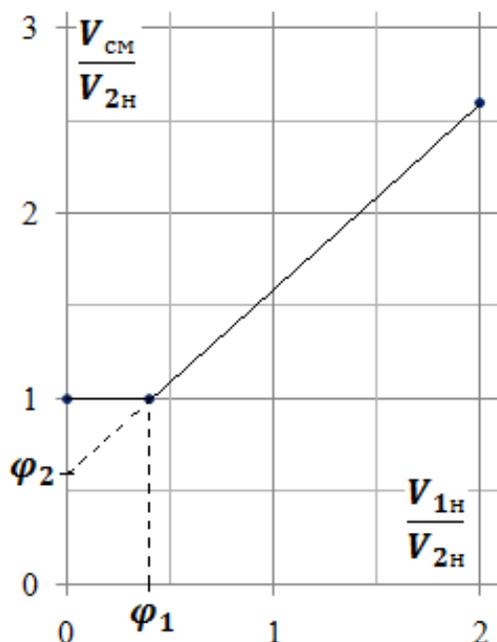
$$\frac{V_{CM}}{V_{2H}} = \frac{V_{1H}}{V_{2H}} + \varphi_2, \quad \text{при} \quad \frac{V_{1H}}{V_{2H}} \geq \varphi_1 \quad (10).$$

Так как в соотношениях (9) и (10) уравнения линейные, то достаточно вычислить координаты трёх точек (таблица 1).

Таблица 1

$\frac{V_{1H}}{V_{2H}}$	$\frac{V_{CM}}{V_{2H}}$
0	1,0
0,4	1,0
2,0	2,6

График 1. Теоретическая зависимость $\frac{V_{CM}}{V_{2H}} \left(\frac{V_{1H}}{V_{2H}} \right)$



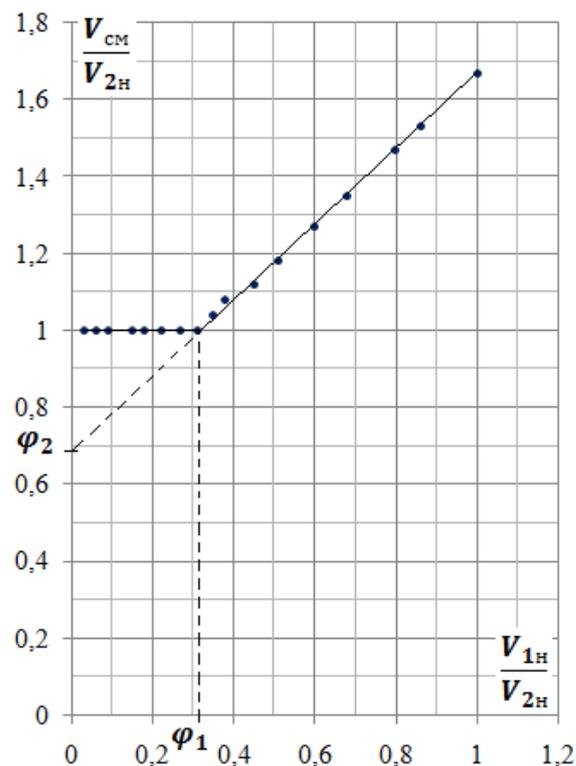
1.2 и 1.3 Результаты эксперимента представлены в таблице 2 и на графике 2.

Таблица 2

$V_{1н}, \text{мл}$	$V_{см}, \text{мл}$	$\frac{V_{1н}}{V_{2н}}$	$\frac{V_{см}}{V_{2н}}$
3	100	0,03	1,00
6	100	0,06	1,00
9	100	0,09	1,00
15	100	0,15	1,00
18	100	0,18	1,00
22	100	0,22	1,00
27	100	0,27	1,00
31	100	0,31	1,00
35	104	0,35	1,04
38	108	0,38	1,08
45	112	0,45	1,12
51	118	0,51	1,18
60	127	0,60	1,27
68	135	0,68	1,35
80	147	0,80	1,47
86	153	0,86	1,53
100	167	1,00	1,67

График 2. Экспериментальная зависимость

$$\frac{V_{см}}{V_{2н}} \left(\frac{V_{1н}}{V_{2н}} \right)$$



Результаты получены при значении $V_{2н} = (100 \pm 1)$ мл.

1.4 Из графика 2 находим $\langle \varphi_1 \rangle = 0,31$.

Следовательно $\langle \varphi_2 \rangle = 1 - \langle \varphi_1 \rangle = 1 - 0,31 = 0,69$

1.5 Применяя метод подсчёта значащих цифр (можно применять простую графическую обработку или метод наименьших квадратов) получим:

$$\Delta \varphi_1 = 0,01; \quad \varepsilon_{\varphi_1} = \frac{\Delta \varphi_1}{\langle \varphi_1 \rangle} = \frac{0,01}{0,31} = 0,032 = 3,2\%.$$

$$\Delta \varphi_2 = \Delta \varphi_1 = 0,01; \quad \varepsilon_{\varphi_2} = \frac{\Delta \varphi_2}{\langle \varphi_2 \rangle} = \frac{0,01}{0,69} = 0,014 = 1,4\%.$$

$$\varphi_1 = 0,31 \pm 0,01; \quad \varphi_2 = 0,69 \pm 0,01.$$

Часть 2.

2.1 В соотношениях (7) и (8) перейдём к относительным единицам. Для этого разделим эти соотношения на V_{1H} , получим:

$$\frac{V_{CM}}{V_{1H}} = 1 + \varphi_2 \frac{V_{2H}}{V_{1H}}, \quad \text{при} \quad \frac{V_{2H}}{V_{1H}} \leq \frac{1}{\varphi_1} \quad (11)$$

и

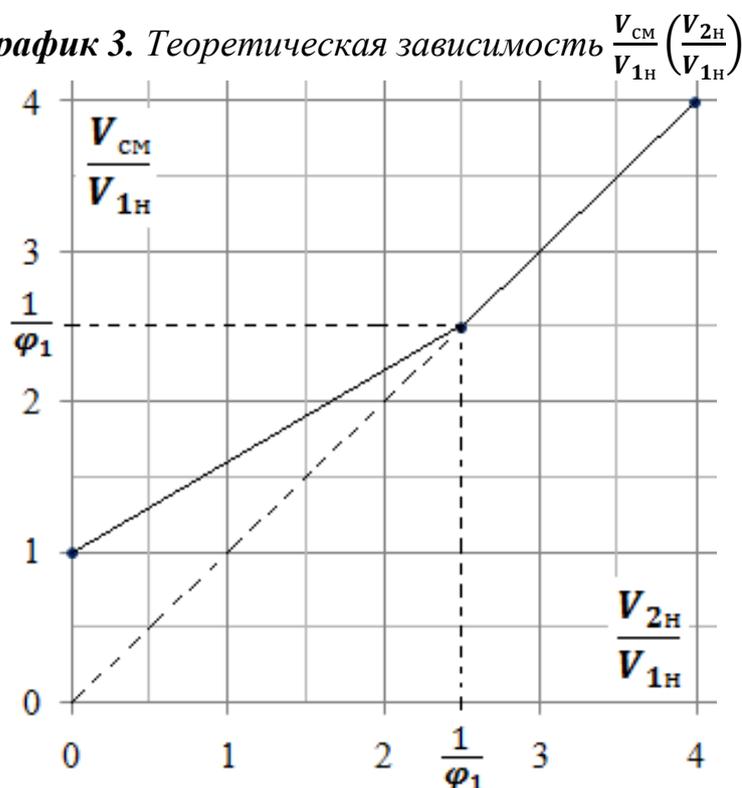
$$\frac{V_{CM}}{V_{1H}} = \frac{V_{2H}}{V_{1H}}, \quad \text{при} \quad \frac{V_{2H}}{V_{1H}} \geq \frac{1}{\varphi_1} \quad (12).$$

Для построения графика составим таблицу значений. Здесь как и в п.1.1 так же достаточно определить координаты трёх точек (таблица 3).

Таблица 3

$\frac{V_{2H}}{V_{1H}}$	$\frac{V_{CM}}{V_{1H}}$
0	1,0
2,5	2,5
4,0	4,0

График 3. Теоретическая зависимость $\frac{V_{CM}}{V_{1H}} \left(\frac{V_{2H}}{V_{1H}} \right)$

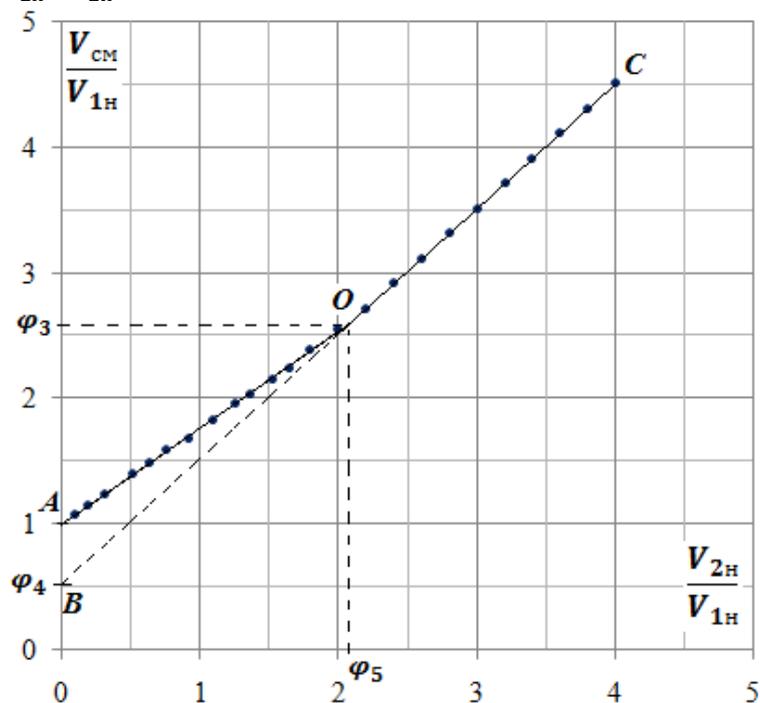


2.2 и 2.3 Результаты эксперимента представлены в таблице 4 и на графике 4.

Таблица 4

$V_{2н},$ мл	$V_{см},$ мл	$\frac{V_{2н}}{V_{1н}}$	$\frac{V_{см}}{V_{1н}}$
5	54	0,1	1,08
10	58	0,20	1,16
16	62	0,32	1,24
26	70	0,52	1,40
32	75	0,64	1,50
38	80	0,76	1,60
46	84	0,92	1,68
55	92	1,10	1,84
63	98	1,26	1,96
68	102	1,36	2,04
76	108	1,52	2,16
82	112	1,64	2,24
90	120	1,80	2,40
100	128	2,00	2,56
110	136	2,20	2,72
120	146	2,40	2,92
130	156	2,60	3,12
140	166	2,80	3,32
150	176	3,00	3,52
160	186	3,20	3,72
170	196	3,40	3,92
180	206	3,60	4,12
190	216	3,80	4,32
200	226	4,00	4,52

График 4. Экспериментальная зависимость $\frac{V_{см}}{V_{1н}} \left(\frac{V_{2н}}{V_{1н}} \right)$



Результаты получены при значении $V_{1н} = (50 \pm 1)$ мл.

2.4 φ_3 – наибольший объём смеси, выраженный в относительных единицах ($V_{1н}$) при котором ещё всё пространство между частицами крупной фракции заполнено мелкой фракцией, φ_4 – часть объёма мелкой фракции, которая не распределяется в полостях между частицами крупной фракции, φ_5 – наибольший объём крупной фракции, выраженный в относительных единицах ($V_{1н}$) при котором ещё всё пространство между частицами крупной фракции заполнено мелкой фракцией.

Экспериментальный тур.

9 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

Используя ПГО находим: $\varphi_3 = 2,6$; $\varphi_4 = 0,5$; $\varphi_5 = 2,1$.

2.5 Как видим график 4 отличается от графика 3 тем, что участок СО не экстраполируется в начало координат, кроме того координаты точки О перелома графика $\varphi_3 \neq \varphi_5$. Это объясняется тем, что мелкая фракция не может полностью распределиться в полостях между частицами крупной фракции, даже если объём полостей превышает объём мелкой фракции. Частицы крупной фракции достаточно гладкие и частицы мелкой фракции не могут за них «зацепиться». Поэтому некоторая часть мелкой фракции будет скапливаться на дне или сбоку мензурки (в зависимости от того как располагать мензурку при встряхивании).

Задание 9-2. «Закороченный» реостат.

Решение

Часть 1

1.1 Электрическая схема представлена на рисунке 3.

$$C_V = 0,2 \frac{\text{В}}{\text{дел}}, \quad C_A = 0,05 \frac{\text{А}}{\text{дел}}.$$

В данном случае задействуем неподвижные клеммы. Ползунок оставляем свободным. Если задействовать неподвижную клемму и ползунок, то его контакты нужно ставить на стальное кольцо другой неподвижной клеммы. В этом случае контакты ползунка плохо прижимаются к кольцу и измерения могут быть некорректными.

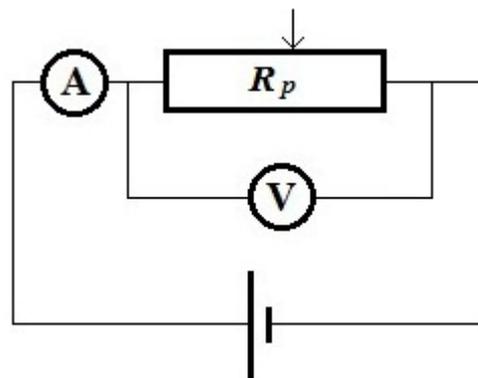


Рисунок 3

1.2 $I = (0,35 \pm 0,05)\text{А}$, $U = (3,9 \pm 0,2)\text{В}$.

1.3 Из закона Ома для участка цепи

$$\langle R_{p1} \rangle = \frac{\langle U \rangle}{\langle I \rangle} = \frac{3,9\text{В}}{0,35\text{А}} = 11,10\text{м} \quad (1).$$

1.4

$$\varepsilon_{R_{p1}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{\langle I \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{\langle U \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,05\text{А}}{0,35\text{А}}\right)^2 + \left(\frac{0,2\text{В}}{3,9\text{В}}\right)^2} = 0,15 = 15\% \quad (2),$$

$$\Delta R_{p1} = \langle R_{p1} \rangle \cdot \varepsilon_{R_{p1}} = 11,10\text{м} \cdot 0,15 = 1,70\text{м} \quad (3).$$

1.5 $R_{p1} = (11,1 \pm 1,7)\text{Ом}$.

Часть 2

2.1 Части реостата длиной x и $(l - x)$ соединены параллельно. Сопротивления этих частей можно записать в виде:

$$R_x = xR_0 \quad (4) \quad \text{и} \quad R_{l-x} = (l - x)R_0 \quad (5).$$

Их общее сопротивление при параллельном соединении можно выразить из уравнения:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{xR_0} + \frac{1}{(l - x)R_0} \quad (6).$$

После не сложных преобразований получим:

$$R = R_0 x - \frac{R_0}{l} x^2 \quad (7).$$

Из закона Ома для участка цепи

$$R = \frac{U}{I} \quad (8).$$

Подставляя (8) в (7), получим:

$$\frac{U}{I} = R_0 x - \frac{R_0}{l} x^2 \quad (9).$$

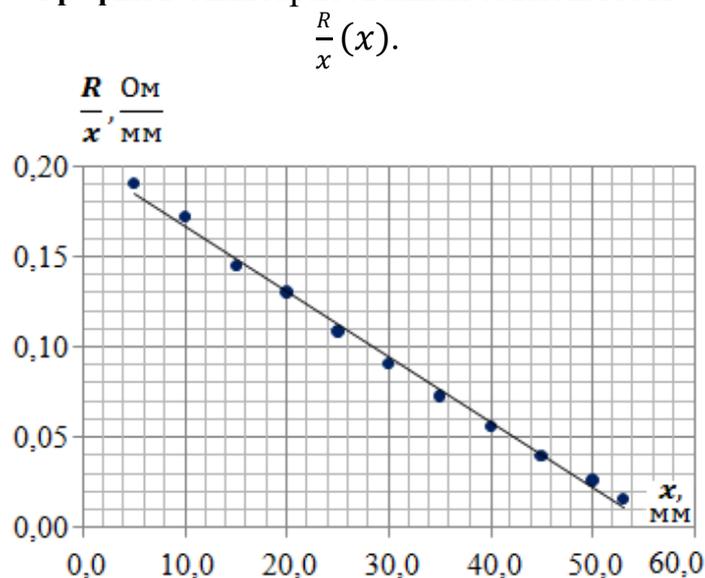
2.2 $l = (57 \pm 1)$ мм.

2.3 Результаты измерений представлены в таблице 1 (колонки 1, 2, 4).

Таблица 1

1	2	3	4	5
I, A	U, B	$R = \frac{U}{I},$ Ом	$x, мм$	$R/x,$ Ом/мм
2,00	1,9	0,95	5,0	0,19
1,40	2,4	1,7	10	0,17
1,20	2,6	2,2	15	0,14
1,00	2,6	2,6	20	0,13
1,07	2,9	2,7	25	0,11
1,07	2,9	2,7	30	0,090
1,10	2,8	2,5	35	0,073
1,25	2,8	2,2	40	0,056
1,45	2,6	1,8	45	0,040
1,70	2,2	1,3	50	0,026
1,90	1,6	0,84	53	0,016
		Сред.	30	0,095
		Дисп.	241	0,0032
		Ковар.		-0,87
			$\langle a_2 \rangle$	$\langle b_2 \rangle$
			-0,0036	0,203
			Δa_2	Δb_2
			0,0002	0,005

График 1. Линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$.



2.4 Так как уравнения (9) и (7) эквивалентны, то далее будем работать с уравнением (7).

Экспериментальный тур.

9 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

Для того чтобы проверить справедливость какого-либо уравнения по результатам эксперимента, необходимо построить график равнозначной линеаризованной зависимости. Выполним линеаризацию уравнения (7), разделив обе его части на x , получим:

$$\frac{R}{x} = R_0 - \frac{R_0}{l} x \quad (10).$$

Вычислим значения R и $\frac{R}{x}$ (колонки 3 и 5 таблицы 1).

На графике 1 представлена линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$.

Из графика видим, что экспериментальные точки расположились вблизи некоторой усредняющей прямой. Это подтверждает, что линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$ действительно является линейной. Значит уравнение (7) подтверждается, следовательно подтверждается и уравнение (9).

2.5 Введём в уравнении (10) следующие обозначения:

$$|a_2| = \frac{R_0}{l} \quad (11), \quad b_2 = R_0 \quad (12).$$

R_0 можно вычислить как свободное слагаемое в уравнении (10) или через угловой коэффициент наклона усредняющей прямой. Используя МНК определим $\langle a_2 \rangle$ и $\langle b_2 \rangle$ (таблица 1, колонки 4 и 5, третья строчка снизу) и абсолютные погрешности Δa_2 и Δb_2 (таблица 1, колонки 4 и 5, последняя строчка).

Из (11) получим:

$$\langle R_{01} \rangle = |\langle a_2 \rangle| \langle l \rangle = 0,0036 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}^2} \cdot 57 \text{мм} = 0,205 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \quad (13).$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{R_{01}} &= \sqrt{\left(\frac{\Delta a_2}{\langle a_2 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{\langle l \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Ом}}{\text{мм}^2}}{36 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Ом}}{\text{мм}^2}}\right)^2 + \left(\frac{1 \text{мм}}{57 \text{мм}}\right)^2} = 0,058 \\ &= 5,8\% \quad (14), \end{aligned}$$

$$\Delta R_{01} = \langle R_{01} \rangle \cdot \varepsilon_{R_{01}} = 0,205 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \cdot 0,058 = 0,012 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \quad (15).$$

Из (12) получим:

$$\langle R_{02} \rangle = \langle b_2 \rangle = 0,203 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \quad (16).$$

$$\Delta R_{02} = \Delta b_2 = 0,005 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \quad (17),$$

$$\varepsilon_{R_{02}} = \frac{\Delta R_{02}}{\langle R_{02} \rangle} = \frac{0,005 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}}{0,203 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}} = 0,025 = 2,5\% \quad (18).$$

$$R_{01} = (0,205 \pm 0,012) \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}, \quad R_{02} = (0,203 \pm 0,005) \frac{\text{Ом}}{\text{мм}},$$

Как видим, оба способа дают одинаковый результат с точностью до абсолютной погрешности, однако во втором случае результат определён с меньшей относительной погрешностью, следовательно способ по уравнению (12) предпочтительнее.

2.6

$$\langle R_{p2} \rangle = \langle R_{02} \rangle \cdot \langle l \rangle = 0,203 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \cdot 57 \text{мм} = 11,60 \text{Ом} \quad (19).$$

$$\varepsilon_{R_{p2}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta R_{02}}{\langle R_{02} \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{\langle l \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,005 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}}{0,203 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}}\right)^2 + \left(\frac{1 \text{мм}}{57 \text{мм}}\right)^2} = 0,030 = 3,0\% \quad (20).$$

$$\Delta R_{p2} = \langle R_{p2} \rangle \cdot \varepsilon_{R_{p2}} = 11,60 \text{Ом} \cdot 0,030 = 0,40 \text{Ом} \quad (21).$$

$$R_{p2} = (11,6 \pm 0,4) \text{Ом}.$$

2.7 Значения полного сопротивления реостата, указанные в п.п. 1.5, 2.7, считать равными нельзя, так как $\langle R_{p1} \rangle$ не попадает в интервал абсолютной погрешности ΔR_{p2} . Причина в том, что различные экспериментальные способы могут давать разные результаты?

Часть 3.

3.1 В данном случае часть катушки реостата ($l - x$) и резистор R_H соединены последовательно, параллельно им включена часть катушки реостата x .

Их общее сопротивление можно выразить из уравнения:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{xR_0} + \frac{1}{(l-x)R_0 + R_H} \quad (22).$$

После преобразований получим:

$$R = \frac{R_0 R_H + R_0^2 l}{R_H + R_0 l} x - \frac{R_0^2}{R_H + R_0 l} x^2 \quad (23).$$

Из закона Ома для участка цепи

$$R = \frac{U}{I} \quad (8).$$

Подставляя (8) в (23), получим:

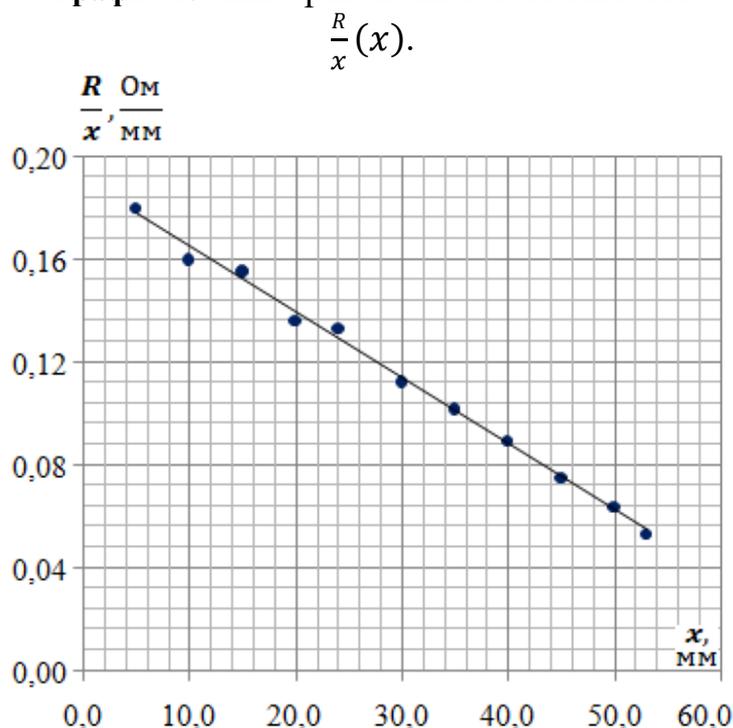
$$\frac{U}{I} = \frac{R_0 R_H + R_0^2 l}{R_H + R_0 l} x - \frac{R_0^2}{R_H + R_0 l} x^2 \quad (24).$$

3.2 Результаты измерений представлены в таблице 2 (колонки 1, 2, 4).

Таблица 2

1	2	3	4	5
I, A	U, B	$R = \frac{U}{I}, \text{ Ом}$	$x, \text{ мм}$	$R/x, \text{ Ом/мм}$
2,00	1,8	0,90	5,0	0,18
1,50	2,4	1,6	10	0,16
1,20	2,8	2,3	15	0,16
1,10	3,0	2,7	20	0,14
1,00	3,2	3,2	24	0,13
0,92	3,1	3,4	30	0,11
0,90	3,2	3,6	35	0,10
0,90	3,2	3,6	40	0,089
0,92	3,1	3,4	45	0,075
0,95	3,0	3,2	50	0,063
1,00	2,8	2,8	53	0,053
		Сред.	30	0,114
		Дисп.	242	0,00161
		Ковар.		-0,623
			$\langle a_3 \rangle$	$\langle b_3 \rangle$
			-0,0026	0,191
			Δa_3	Δb_3
			0,0001	0,004

График 2. Линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$.



3.3 Так как уравнения (24) и (23) эквивалентны, то далее будем работать с уравнением (23).

Выполним линеаризацию уравнения (23), разделив обе его части на x , получим:

$$\frac{R}{x} = \frac{R_0 R_H + R_0^2 l}{R_H + R_0 l} - \frac{R_0^2}{R_H + R_0 l} x \quad (25).$$

Вычислим значения R и $\frac{R}{x}$ (колонки 3 и 5 таблицы 2).

На графике 2 представлена линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$.

Экспериментальный тур.

9 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

Из графика видим, что экспериментальные точки расположились вблизи некоторой усредняющей прямой. Это подтверждает, что линеаризованная зависимость $\frac{R}{x}(x)$ действительно является линейной. Значит уравнение (23) подтверждается, следовательно подтверждается и уравнение (24).

3.4 Введём в уравнении (25) следующие обозначения:

$$|a_3| = \frac{R_0^2}{R_H + R_0 l} \quad (26), \quad b_3 = \frac{R_0 R_H + R_0^2 l}{R_H + R_0 l} \quad (27).$$

R_H можно вычислить используя уравнение (26) или (27). Воспользуемся уравнением (26), так как оно проще. Используя МНК определим $\langle a_3 \rangle$ (таблица 2, колонка 4, третья строчка снизу). Из (26) получим:

$$R_H = \frac{R_0^2}{|a_3|} - R_0 l = \frac{\left(0,203 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}}\right)^2}{0,0026 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}^2}} - 0,203 \frac{\text{Ом}}{\text{мм}} \cdot 57 \text{мм} = 4,30 \text{Ом} \quad (28)$$

Часть 4

4.1 Зависимость $R(x)$ по результатам п.2.3 представлена на графике 3.

4.2 Зависимость $R(x)$ по результатам п.3.2 представлена на графике 4.

4.3 Сравнивая графики видим, что в случае п. 2.3 максимальное сопротивление участка, на котором измеряется сила тока и напряжение, 2,7Ом достигается, когда ползунок реостата располагается на середине его катушки $x=29\text{мм}$. В случае п. 3.2 максимальное сопротивление участка, на котором измеряется сила тока и напряжение, 3,6Ом достигается, когда ползунок реостата располагается в положении $x=36\text{мм}$. Видим, что максимум сопротивления смещается правее и выше. Такой сдвиг обусловлен влиянием сопротивления R_H .

График 3. Зависимость $R(x)$
по результатам п.2.3

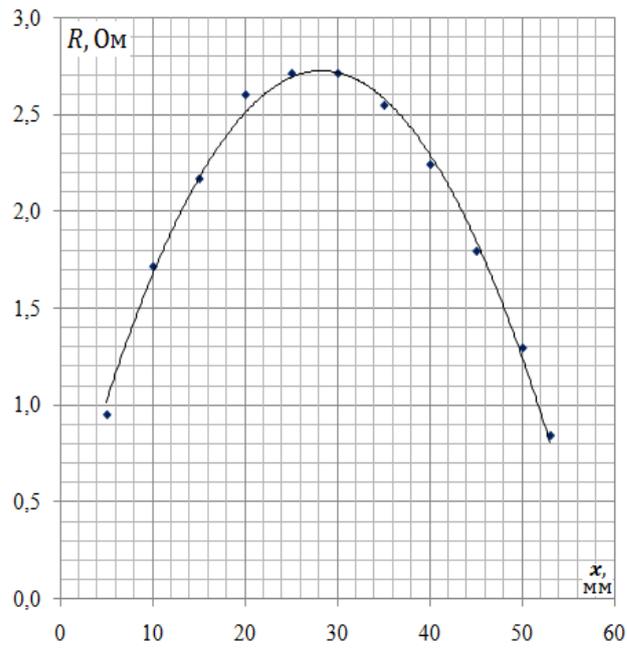
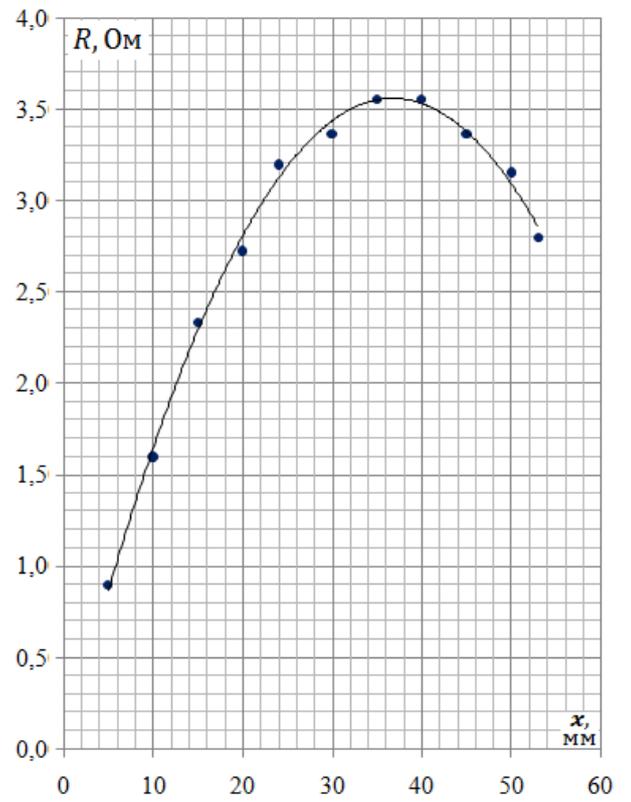


График 4. Зависимость $R(x)$
по результатам п.3.2





Республиканская физическая олимпиада 2024 года (3 этап)

Экспериментальный тур

Решения задач 10 класс (для жюри)

Задания экспериментального тура данной олимпиады предоставляют для участников большие возможности для самостоятельного выбора параметров установок, диапазонов исследования, методов измерений. Иными словами – проявить свои творческие способности. Кроме того, результаты измерений сильно зависят от предоставленного оборудования, которое может различаться в разных областях нашей Республики.

Поэтому, относитесь к приведенным ниже результатам, как к ориентировочным. Желательно (или даже обязательно) провести собственные измерения. Поэтому здесь приводятся только основные теоретические положения и результаты некоторых измерений, полученные авторами данных заданий. Методы обработки результатов измерений являются в большинстве своем, стандартными, поэтому подробно не описываются.



Задание 10-1. Магнитное взаимодействие

Решение

Часть 1

1.1

Коэффициент трения определим по тангенсу угла наклона плоскости, при котором листок бумаги будет начинать соскальзывать с пластинки с исчезающе малой скоростью. Пластинку закрепим скотчем на дощечке и с помощью штатива устанавливаем дощечку под необходимым углом. Вертикальный и горизонтальный катеты измеряем с помощью линейки и мерной ленты.

$$h = (14,8 \pm 0,1)\text{см}, \quad l = (42,8 \pm 0,1)\text{см}.$$

$$\langle \mu \rangle = \frac{\langle h \rangle}{\langle l \rangle} = \frac{14,8\text{см}}{42,8\text{см}} = 0,346 \quad (1).$$

1.2

$$\varepsilon_{\mu} = \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{\langle h \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{\langle l \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,1\text{см}}{14,8\text{см}}\right)^2 + \left(\frac{0,1\text{см}}{42,8\text{см}}\right)^2} = 0,007 = 0,7\% \quad (2),$$

Допускается упрощённое уравнение $\varepsilon_{\mu} = \frac{\Delta h}{\langle h \rangle} + \frac{\Delta l}{\langle l \rangle}$ (2').

$$\Delta \mu = \langle \mu \rangle \cdot \varepsilon_{\mu} = 0,346 \cdot 0,007 = 0,0024 = 0,003 \quad (3).$$

Абсолютную погрешность округляем с избытком.

$$\mu = (0,346 \pm 0,003).$$

Часть 2

2.1

$$F_{\text{упр2}} = F_{\text{тр}} \quad (4),$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N \quad (5),$$

$$N = n(m_1 g + F_{\text{M1}}) \quad (6),$$

где m_1 – масса одной шайбы. Массой бумажной полоски пренебрегаем, так как сила тяжести, действующая на полоску много меньше магнитной силы F_{M1} , действующей на шайбу со стороны магнитной пластинки. Подставляя (6) и (5) в (4), получим:

$$F_{\text{упр2}} = \mu(m_1 g + F_{\text{M1}})n \quad (7).$$

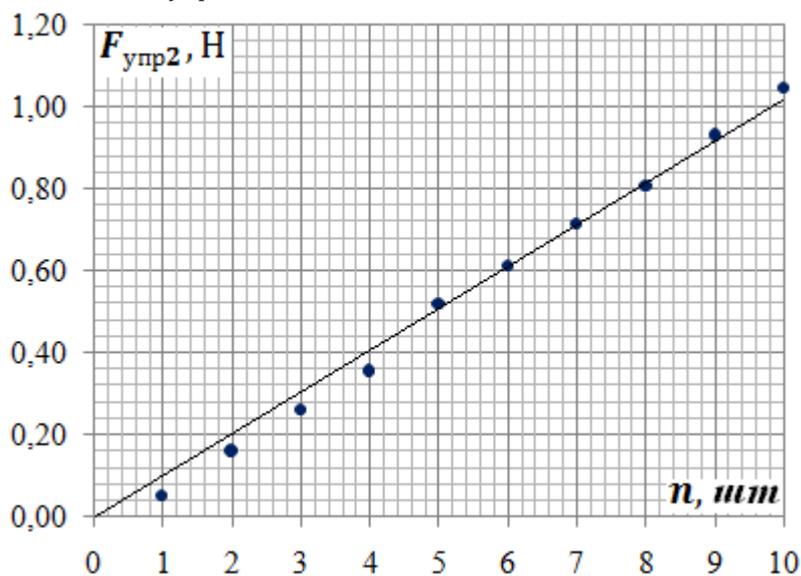
2.2

Результаты эксперимента представьте в таблице 1 и на графике 1. Уравнение (7) представляет собой линеаризованную зависимость $F_{\text{упр}2}(n)$, поэтому построен график по уравнению (7).

Таблица 1

Повторные измерения $F_{\text{упр}2i}$, Н					$\langle F_{\text{упр}2i} \rangle$, Н	Колич. шайб n , шт
1	2	3	4	5		
0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	1
0,15	0,17	0,15	0,15	0,17	0,16	2
0,27	0,25	0,25	0,25	0,27	0,26	3
0,35	0,35	0,37	0,35	0,35	0,35	4
0,50	0,52	0,52	0,50	0,55	0,52	5
0,60	0,62	0,62	0,60	0,60	0,61	6
0,72	0,70	0,72	0,72	0,70	0,71	7
0,80	0,80	0,80	0,82	0,80	0,80	8
0,90	0,95	0,95	0,92	0,92	0,93	9
1,05	1,05	1,02	1,05	1,05	1,04	10

График 1. Зависимость $F_{\text{упр}2}(n)$



2.3 Введём обозначение:

$$a = \mu(m_1 g + F_{M1}) \quad (8).$$

Используя простую графическую обработку (ПГО), находим:

$$\langle a \rangle = 0,102\text{Н}, \quad \Delta a = 0,006\text{Н}.$$

Определим массу одной шайбы. Взвешиваем 20 шайб на весах, получаем:

Экспериментальный тур.

10 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

$$m_{20} = (58,6 \pm 0,1)\text{г.}$$

Тогда масса одной шайбы:

$$m = \frac{m_{20}}{20} \quad (9).$$

Получим:

$$m_1 = (2,93 \pm 0,01)\text{г.}$$

Из (8) получим:

$$F_{M1} = \frac{a}{\mu} - m_1 g \quad (10).$$

$$\langle F_{M1} \rangle = \frac{0,102\text{Н}}{0,346} - 2,93 \cdot 10^{-3}\text{кг} \cdot 9,814 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} = 0,295\text{Н} - 0,029\text{Н} = 0,266\text{Н}.$$

Анализируя вычисления, видим, что магнитная сила F_{M1} , действующую на шайбу со стороны магнитной пластинки в девять раз больше чем сила тяжести, действующая на шайбу.

Вычислим абсолютную погрешность ΔF_{M1} .

$$\Delta F_{M1} = \Delta\left(\frac{a}{\mu}\right) + \Delta(m_1 g) \quad (11).$$

$$\varepsilon_a = \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{\langle a \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \mu}{\langle \mu \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,006\text{Н}}{0,102\text{Н}}\right)^2 + \left(\frac{0,003}{0,346}\right)^2} = 0,060 = 6,0\% \quad (12),$$

$$\Delta\left(\frac{a}{\mu}\right) = \frac{\langle a \rangle}{\langle \mu \rangle} \cdot \varepsilon_a = \frac{0,102\text{Н}}{0,346} \cdot 0,060 = 0,0177\text{Н} \quad (13).$$

$$\varepsilon_{m_1 g} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_1}{\langle m_1 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{\langle g \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,01\text{г}}{2,93\text{г}}\right)^2 + \left(\frac{0,01 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}}{9,81 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}}\right)^2} = 0,0035 = 0,35\% \quad (14).$$

$$\Delta(m_1 g) = \langle m_1 \rangle \cdot \langle g \rangle \cdot \varepsilon_{m_1 g} = 2,93 \cdot 10^{-3}\text{кг} \cdot 9,81 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 0,0035 = 0,0001\text{Н} \quad (15).$$

$$\Delta F_{M1} = 0,0177\text{Н} + 0,0001\text{Н} = 0,018\text{Н}.$$

$$\mathbf{F_{M1} = (0,266 \pm 0,018)\text{Н}}$$

Часть 3

3.1 Авторы задачи укладывали шайбы в три столбика. Результаты эксперимента представлены в таблице 2.

Таблица 2

Повторные измерения $F_{упрzi}$, Н			$\langle F_{упрzi} \rangle$, Н	Колич. шайб в каждом столбике n , шт
1	2	3		
0,25	0,25	0,25	0,25	1
0,25	0,27	0,27	0,26	2
0,27	0,27	0,25	0,26	3
0,27	0,27	0,27	0,27	4
0,27	0,27	0,30	0,28	5
0,30	0,27	0,27	0,28	6

3.2 Анализируя результаты представленные в таблице 2, видим, что $F_{упрз}$ почти не изменяется с увеличением количества шайб в каждом столбике. Шестикратное увеличение количества шайб привело к увеличению $F_{упрз}$ всего лишь в 1,1раза. Данное изменение вызвано увеличением веса шайб. Поэтому можно считать, что сила магнитного взаимодействия между шайбами и пластинкой не зависит от количества шайб в столбике. Уравнение можно записать в виде:

$$F_M(n) = const \quad (16).$$

Данный факт можно объяснить тем, что область магнитного поля над пластинкой представляет собой очень тонкий слой, высотой около 1мм. Магнитное взаимодействие проявляется только между пластинками и шайбами первого слоя. Между пластинкой и шайбами второго слоя магнитное взаимодействие уже не проявляется.

Часть 4.

4.1 Авторы задачи укладывали шесть шайб. Результаты эксперимента представлены в таблице 3.

Таблица 3

Повторные измерения $F_{упр4i}$, Н					$\langle F_{упр4i} \rangle$, Н	Колич. слоёв бумаги n , шт
i	2	3	4	5		
0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	0,60	1
0,47	0,47	0,50	0,50	0,47	0,48	2
0,35	0,35	0,37	0,35	0,35	0,35	3
0,27	0,27	0,27	0,27	0,27	0,27	4
0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	5
0,15	0,15	0,12	0,12	0,15	0,14	6
0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	0,10	7
0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	8
0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05	9
0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	10

4.2 Построим график зависимости $F_{упр4}(n_{сл})$ (график 2). Полученный график похож на график обратной пропорциональности. Вычислим значения $\frac{1}{n_{сл}}$ (таблица 4) и построим график $F_{упр4}\left(\frac{1}{n_{сл}}\right)$ (график 3). Видим, что график 3 похож на график зависимости $F_{упр4}\left(\sqrt{\frac{1}{n_{сл}}}\right)$ или $F_{упр4}\left(\frac{1}{\sqrt{n_{сл}}}\right)$. Вычислим значения $\frac{1}{\sqrt{n_{сл}}}$ (таблица 5) и построим график $F_{упр4}\left(\frac{1}{\sqrt{n_{сл}}}\right)$ (график 4).

График 2. Зависимость $F_{упр4}(n_{сл})$

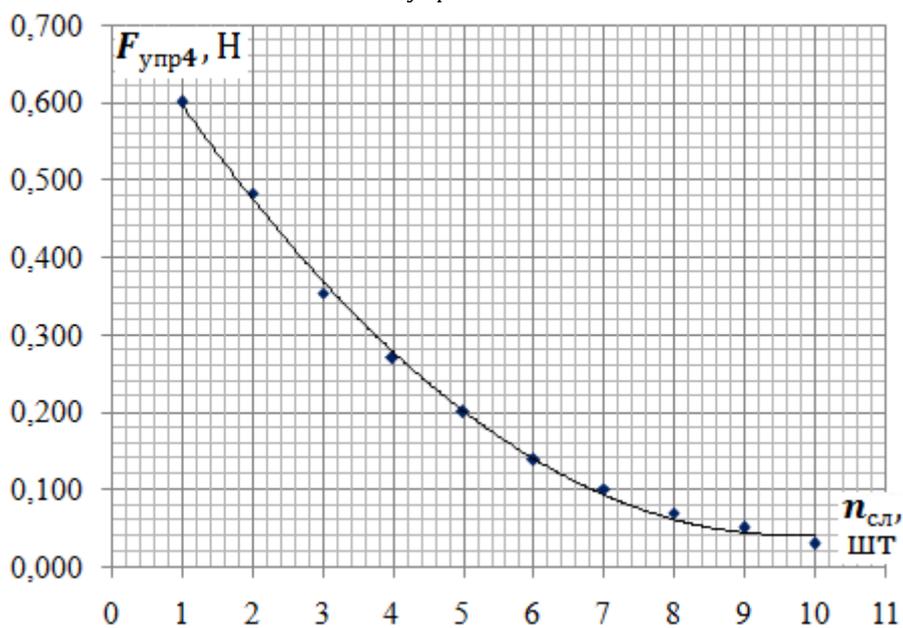


График 3. Зависимость $F_{упр4} \left(\frac{1}{n_{сл}} \right)$

Таблица 4.

Колич. слоёв бумаги n , шт	$\frac{1}{n}$	$\langle F_{упр4i} \rangle$, Н
1	1,00	0,60
2	0,50	0,48
3	0,33	0,35
4	0,25	0,27
5	0,20	0,20
6	0,17	0,14
7	0,14	0,10
8	0,13	0,07
9	0,11	0,05
10	0,10	0,03

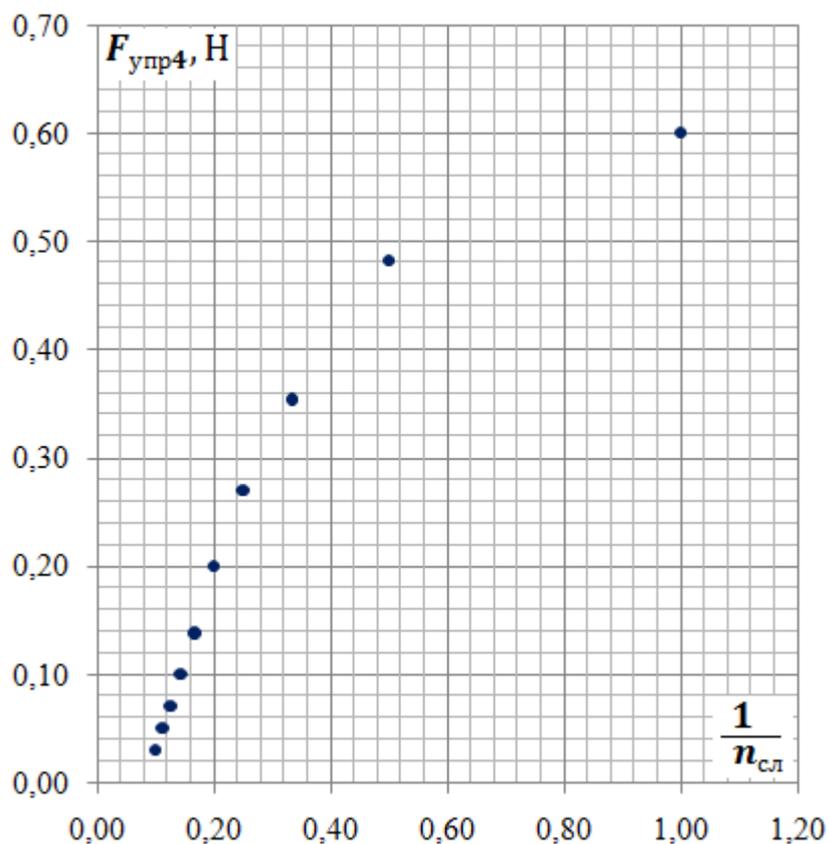
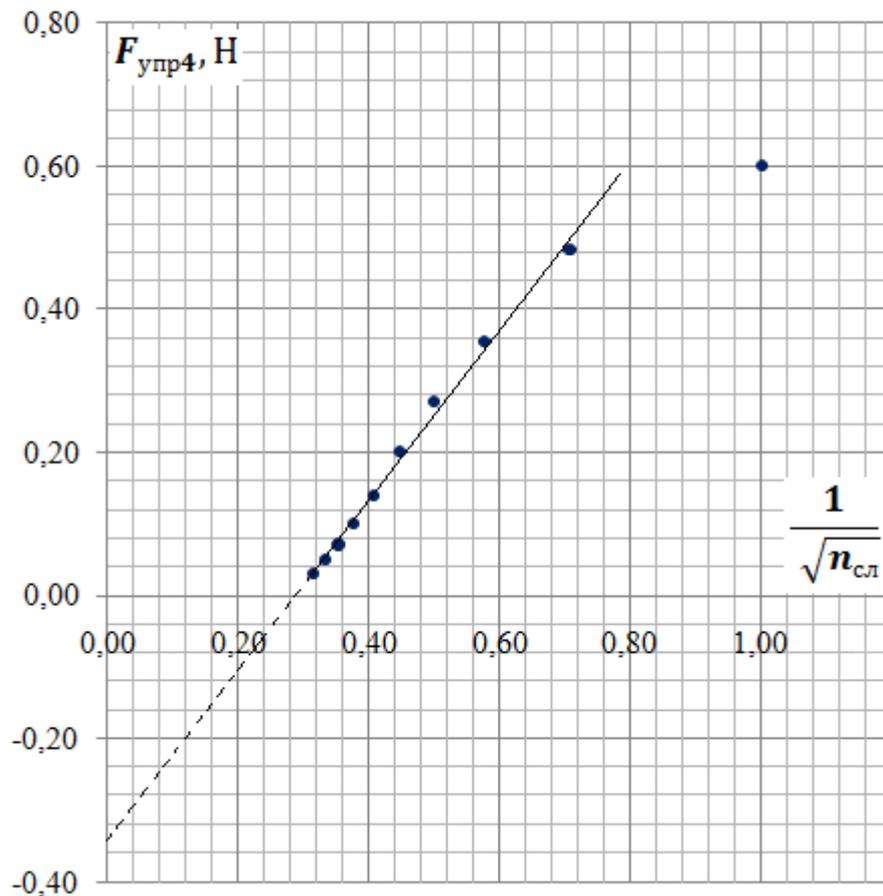


График 4. Зависимость $F_{\text{упр4}} \left(\frac{1}{\sqrt{n_{\text{сл}}}} \right)$

Таблица 5.

Колич. слоёв бумаги n , шт	$\frac{1}{\sqrt{n}}$	$\langle F_{\text{упр4}i} \rangle$, Н
1	1,00	0,60
2	0,71	0,48
3	0,58	0,35
4	0,50	0,27
5	0,45	0,20
6	0,41	0,14
7	0,38	0,10
8	0,35	0,07
9	0,33	0,05
10	0,32	0,03



Из графика 4 видим что на интервале от 2-х до 10-ти слоёв бумаги зависимость $F_{\text{упр4}} \left(\frac{1}{\sqrt{n_{\text{сл}}}} \right)$ близка к линейной. Используя ПГО, найдём угловой коэффициент наклона усредняющей прямой a и свободное слагаемое b .

$$a = 1,2\text{Н}; \quad b = -0,34\text{Н}.$$

Уравнение $F_{\text{упр4}}(n_{\text{сл}})$ можно записать в виде:

$$F_{\text{упр4}} = \frac{1,2}{\sqrt{n_{\text{сл}}}} - 0,34 \text{ (Н)} \quad (17).$$

Задание 10-2. Капли ...

Решение

1.

$$F_{\text{пн}} = \sigma l_{\text{гр}} \quad (10),$$

где $l_{\text{гр}}$ – длина границы области соприкосновения воды и шприца:

$$l_{\text{гр}} = \pi d \quad (11),$$

где d – внутренний диаметр носика шприца. Массу капли можно определить как

$$m_0 = \frac{V}{n} \rho \quad (12),$$

где: V – объём выдавленной из шприца воды, ρ – плотность воды, n – количество образовавшихся капель. Подставляя (11) в (10) и (12) в (1), после чего приравняв правые части (10) и (1) получим:

$$\sigma \pi d = \frac{V}{n} \rho g \quad (13).$$

Откуда получаем

$$n = \frac{\rho g}{\sigma \pi d} V \quad (2).$$

2. $d = (2,0 \pm 0,1)\text{мм}$.

3. Массу измеряем с помощью электронных весов: $C_{\text{в}} = 0,1 \frac{\text{г}}{\text{дел}}$.

Объём воды измеряем с помощью шприца: $C_{\text{ш}} = 0,5 \frac{\text{мл}}{\text{дел}}$.

Масса пустого шприца: $m_{\text{ш}} = (6,5 \pm 0,1)\text{г}$.

Набранный объём воды в шприц: $V_{\text{в}} = (12,0 \pm 0,5)\text{см}^3$. (Шприцы (10мл) градуируются шкалой до 12мл).

Масса шприца с водой: $m_{\text{шв}} = (18,6 \pm 0,1)\text{г}$.

Масса воды: $\langle m_{\text{в}} \rangle = \langle m_{\text{шв}} \rangle - \langle m_{\text{ш}} \rangle = 18,6\text{г} - 6,5\text{г} = 12,1\text{г} \quad (14)$.

Плотность воды:

$$\langle \rho \rangle = \frac{\langle m_{\text{в}} \rangle}{\langle V_{\text{в}} \rangle} = \frac{12,1\text{г}}{12,0\text{см}^3} = 1,01 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \quad (15).$$

$$\Delta m_{\text{в}} = \Delta m_{\text{шв}} + \Delta m_{\text{ш}} = 0,1\text{г} + 0,1\text{г} = 0,2\text{г} \quad (16),$$

$$\varepsilon_{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_{\text{в}}}{\langle m_{\text{в}} \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V_{\text{в}}}{\langle V_{\text{в}} \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,2\text{г}}{12,1}\right)^2 + \left(\frac{0,5\text{см}^3}{12,0\text{см}^3}\right)^2} = 0,045 = 4,5\% \quad (17),$$

Допускается упрощённое уравнение $\varepsilon_{\rho} = \frac{\Delta m_{\text{в}}}{\langle m_{\text{в}} \rangle} + \frac{\Delta V_{\text{в}}}{\langle V_{\text{в}} \rangle} \quad (17')$

$$\Delta \rho = \langle \rho \rangle \cdot \varepsilon_{\rho} = 1,01 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 0,045 = 0,05 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \quad (18),$$

Экспериментальный тур.

10 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

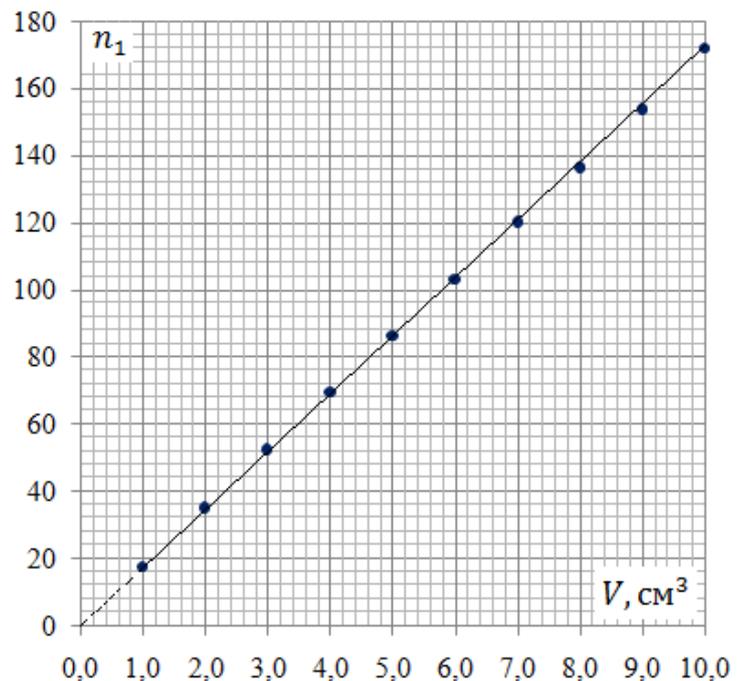
$$\rho = (1,01 \pm 0,05) \frac{\Gamma}{\text{см}^3}.$$

4. Результаты экспериментов представлены в таблице 2.

Таблица 2

Повторные изм., Колич. капель n_1			$\langle n_1 \rangle$	Объём воды $V, \text{см}^3$
1	2	3		
18	17	17	17	1,0
35	35	35	35	2,0
52	52	53	52	3,0
69	69	70	69	4,0
86	86	86	86	5,0
103	103	103	103	6,0
120	120	120	120	7,0
136	137	136	136	8,0
153	154	154	154	9,0
171	172	172	172	10,0
Сред.			94,5	5,5
Дисп.			2391	8
Ковар.			140	
				$\langle a_1 \rangle,$ $\frac{1}{\text{см}^3}$
				17,1
				$\Delta a_1,$ $\frac{1}{\text{см}^3}$
				0,1

График 1. Зависимость $n_1(V)$



5. Построим график зависимости $n_1(V)$ (график 1). Видим, что экспериментальные точки расположились вблизи усредняющей прямой, проходящей через начало координат. Это свидетельствует о том, что зависимость $n_1(V)$ прямопропорциональная.

Используя МНК определим среднее значение углового коэффициента наклона усредняющей прямой (таблица 2 третья строчка снизу) и его абсолютную погрешность (таблица 2 последняя строчка)

$$\langle a_1 \rangle = 17,1 \frac{1}{\text{см}^3}.$$

$$n_1 = 17,1V \quad [V] = 1\text{см}^3 \quad (19).$$

Экспериментальный тур.

10 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

6. В уравнении (2) можно ввести обозначение:

$$a_1 = \frac{\rho g}{\sigma \pi d} \quad (20).$$

Из (13) получим:

$$\sigma = \frac{\rho g}{a_1 \pi d} \quad (21).$$

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1,01 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{17,1 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{м}^3} \cdot 3,1416 \cdot 2,0 \cdot 10^{-3} \text{м}} = 0,092 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

$$\varepsilon_\sigma = \sqrt{\left(\frac{\Delta \rho}{\langle \rho \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{\langle g \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta a_1}{\langle a_1 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{\langle d \rangle}\right)^2} \quad (22).$$

Допускается упрощённое уравнение аналогичное (17')

$$\varepsilon_\sigma = \sqrt{\left(\frac{0,05 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}{1,01 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}}\right)^2 + \left(\frac{0,01 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}\right)^2 + \left(\frac{0,1 \frac{1}{\text{см}^3}}{17,1 \frac{1}{\text{см}^3}}\right)^2 + \left(\frac{0,1 \text{мм}}{2,0 \text{мм}}\right)^2} = 0,071.$$

$$\Delta \sigma = \langle \sigma \rangle \cdot \varepsilon_\sigma = 0,092 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \cdot 0,071 = 0,007 \frac{\text{Н}}{\text{м}} \quad (23).$$

$$\sigma = \left(0,092 \pm 0,007 \frac{\text{Н}}{\text{м}}\right)$$

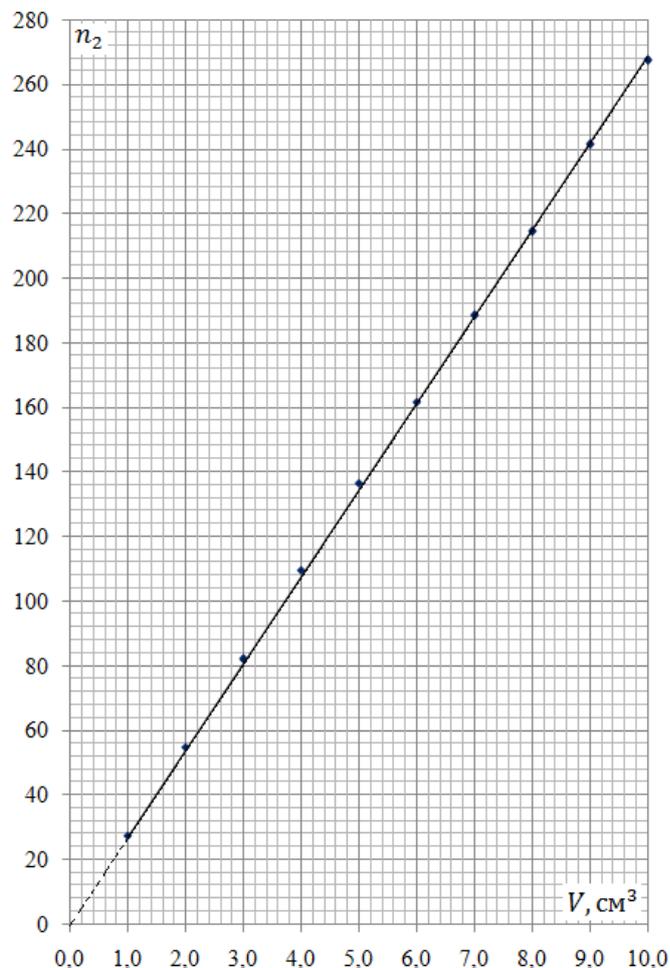
Полученный результат не совпадает с табличным значением. Измерения проводились при температуре воздуха в кабинете 21°C. Табличное значение коэффициента поверхностного натяжения при данной температуре не попадает в интервал абсолютной погрешности полученного нами значения. Причиной несовпадения значений может быть наличие примесей в водопроводной воде. В таблице 1 даны значения для дистиллированной воды. На результат также будет влиять краевой угол. Однако данный угол уменьшает значение проекции силы поверхностного натяжения на вертикальную ось и это должно приводить к результату меньше табличного. У нас получился результат больше чем табличный, следовательно значение краевого угла не является определяющей причиной. Ещё одной причиной может быть то, что диаметр шейки капли при отрыве несколько больше чем внутренний диаметр носика шприца.

7. Результаты экспериментов представлены в таблице 3.

Таблица 2

Повторные изм., Колич. капель n_2			$\langle n_2 \rangle$	Объем воды $V, \text{ см}^3$
1	2	3		
27	27	28	27	1,0
55	54	55	55	2,0
82	82	82	82	3,0
110	110	109	110	4,0
136	137	137	137	5,0
162	162	161	162	6,0
188	189	188	188	7,0
214	215	214	214	8,0
241	242	241	241	9,0
267	268	267	267	10,0
		Сред.	148,3	5,5
		Дисп.	5839	8
		Ковар.	219	
				$\langle a_2 \rangle,$ $\frac{1}{\text{см}^3}$
				26,9
				$\Delta a_2,$ $\frac{1}{\text{см}^3}$
				0,2

График 2. Зависимость $n_2(V)$



8. Построим график зависимости $n_2(V)$ (график 2). Видим, что экспериментальные точки расположились вблизи усредняющей прямой, проходящей через начало координат. Это свидетельствует о том, что зависимость $n_2(V)$ так же прямопропорциональная.

Используя МНК определим среднее значение углового коэффициента наклона усредняющей прямой (таблица 3 третья строчка снизу) и его абсолютную погрешность (таблица 3 последняя строчка)

$$\langle a_2 \rangle = 26,9 \frac{1}{\text{см}^3}.$$

$$n_2 = 26,9V \quad [V] = 1\text{см}^3 \quad (24).$$

9. Причина отличий результатов полученных в п.4 и п.7 в том, что при горизонтальном расположении шприца форма сечения шейки капли будет не круг, а близкой к эллипсу. Длина границы, перпендикулярно которой будет действовать сила поверхностного натяжения при отрыве капли уменьшится. Значит уменьшится и модуль силы поверхностного натяжения при отрыве капли, а следовательно силы поверхностного натяжения будут удерживать каплю меньшей массы. Если масса капли уменьшается, то их количество, выдавленное из такого же объёма, увеличивается.

10. Характерные линейные размеры сечения шейки капли в момент её отрыва – это полуоси эллиптического сечения. Большая полуось примем равной внутреннему радиусу носика шприца.

$$a = \frac{d}{2} = \frac{2,0\text{мм}}{2} = 1,0\text{мм} \quad (25).$$

Для вычисления значения малой полуоси воспользуемся уравнением (13). Заменим в нём длину окружности πd , на длину эллипса $\pi(a + b)$, получим:

$$\sigma\pi(a + b) = \frac{V}{n}\rho g \quad (26).$$

Из (26) получим:

$$n = \frac{\rho g}{\sigma\pi(a + b)}V \quad (27).$$

В уравнении (27) можно ввести обозначение:

$$a_2 = \frac{\rho g}{\sigma\pi(a + b)} \quad (28).$$

Из (28) получим:

$$b = \frac{\rho g}{\sigma\pi a_2} - a \quad (29),$$

$$b = \frac{1,01 \cdot 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{М}}{\text{С}^2}}{0,092 \frac{\text{Н}}{\text{М}} \cdot 3,1416 \cdot 26,9 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{М}^3}} - 1,0 \cdot 10^{-3}\text{М} = 0,3 \cdot 10^{-3}\text{М}.$$



Республиканская физическая олимпиада 2024 года (3 этап)

Экспериментальный тур

Решения задач 11 класс (для жюри)

Задания экспериментального тура данной олимпиады предоставляют для участников большие возможности для самостоятельного выбора параметров установок, диапазонов исследования, методов измерений. Иными словами – проявить свои творческие способности. Кроме того, результаты измерений сильно зависят от предоставленного оборудования, которое может различаться в разных областях нашей Республики.

Поэтому, относитесь к приведенным ниже результатам, как к ориентировочным. Желательно (или даже обязательно) провести собственные измерения. Поэтому здесь приводятся только основные теоретические положения и результаты некоторых измерений, полученные авторами данных заданий. Методы обработки результатов измерений являются в большинстве своем, стандартными, поэтому подробно не описываются.



Задание 11-1. Негармонические колебания

Решение

Часть 1. Период и амплитуда

1.1 Движение шайбы по гладкой V-образной поверхности будет представлять собой незатухающие колебания. Движение шайбы будет равноускоренным с модулем ускорения $a = g \sin \alpha$ (2).

$$A_0 = \frac{at_1^2}{2} \quad (3),$$

где t_1 – время спуска или подъёма по одной стороне V-образной поверхности. Тогда период колебаний

$$T = 4t_1 = 4\sqrt{\frac{2A_0}{a}} \quad (4), \quad \text{или} \quad T = 4\sqrt{\frac{2A_0}{g \sin \alpha}} \quad (5).$$

1.2 Результаты экспериментального исследования зависимости $T(A_0)$ при угле наклона желоба $\sin \alpha = \frac{39\text{мм}}{492\text{мм}} = 0,0793$ ($\text{tg} \alpha = 0,079$) представлены в табл. 1.

Таблица 1

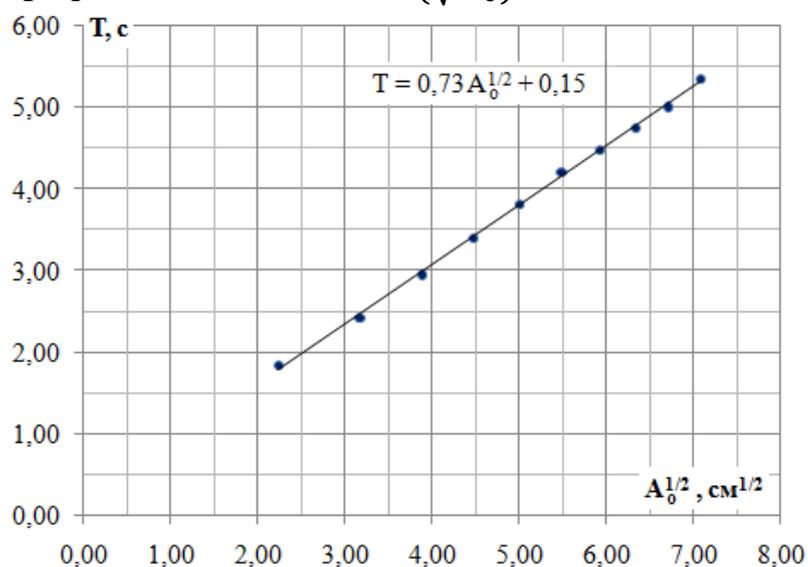
A ₀ , см	Повторные измерения					<T>, с
	T ₁ , с	T ₂ , с	T ₃ , с	T ₄ , с	T ₅ , с	
5	1,83	1,85	1,87	1,84	1,80	1,84
10	2,43	2,41	2,39	2,40	2,47	2,42
15	2,97	2,93	2,91	3,01	2,93	2,95
20	3,42	3,38	3,45	3,34	3,41	3,40
25	3,82	3,83	3,80	3,84	3,81	3,82
30	4,23	4,20	4,18	4,25	4,24	4,22
35	4,47	4,48	4,45	4,44	4,55	4,48
40	4,74	4,77	4,80	4,72	4,77	4,76
45	5,02	5,02	5,06	4,99	5,01	5,02
50	5,34	5,39	5,37	5,36	5,33	5,36

1.3 Исходя из уравнения (5), построим график линеаризованной зависимости $T(\sqrt{A_0})$ (график 1). Для этого вычислим значения $\sqrt{A_0}$ (таблица 2).

Таблица 2

A_0 , см	$\sqrt{A_0}$, см ^{1/2}	$\langle T \rangle$, с
5,0	2,24	1,84
10,0	3,16	2,42
15,0	3,87	2,95
20,0	4,47	3,40
25,0	5,00	3,82
30,0	5,48	4,22
35,0	5,92	4,48
40,0	6,32	4,76
45,0	6,71	5,02
50,0	7,07	5,36

График 1. Зависимость $T(\sqrt{A_0})$



Применяя метод наименьших квадратов (можно применять простую графическую обработку, но она оценивается «дешевле»), определим коэффициенты линеаризованной зависимости и их абсолютные погрешности (таблица 3). Если данные коэффициенты совпадут с точностью до погрешности со значением коэффициентов в уравнении (5), то модель движения шайбы по гладкой V-образной поверхности можно применять к колебаниям шарика по V-образному желобу, в противном случае – нельзя.

Таблица 3

	$A_0, \text{ см}$	$\sqrt{A_0}, \text{ см}^{1/2}$	$\langle T \rangle, \text{ с}$
	5	2,24	1,84
	10	3,16	2,42
	15	3,87	2,95
	20	4,47	3,40
	25	5,00	3,82
	30	5,48	4,22
	35	5,92	4,48
	40	6,32	4,76
	45	6,71	5,02
	50	7,07	5,36
Сред. знач.		5,02	3,83
Дисперсия		2,26	1,21
Ковариация		1,65	
	$\langle a \rangle$	0,73	
	$\langle b \rangle$	0,15	
	Δa	0,02	
	Δb	0,09	

Получили: угловой коэффициент наклона усредняющей прямой

$$a = (0,73 \pm 0,02) \frac{\text{с}}{\text{см}^{1/2}},$$

свободное слагаемое

$$b = (0,15 \pm 0,09) \text{ с.}$$

Коэффициент пропорциональности $a_{(5)}$ в уравнении (5)

$$a_{(5)} = 4 \sqrt{\frac{2}{g \sin \alpha}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{2}{981 \frac{\text{см}}{\text{с}^2} \cdot \frac{39 \text{ мм}}{492 \text{ мм}}}} = 0,64.$$

Основной вклад в погрешность данного коэффициента будет вносить высота сторон V-образного желоба над поверхностью стола. В авторском эксперименте данная величина $h = (39 \pm 1) \text{ мм}$. Следовательно $\varepsilon_h = 0,026$. Можно считать, что $\varepsilon_{a_{(5)}} = \varepsilon_h = 0,026$,

$$\Delta a_{(5)} = a_{(5)} \cdot \varepsilon_{a_{(5)}} = 0,64 \frac{\text{с}}{\text{см}^{1/2}} \cdot 0,026 = 0,02 \frac{\text{с}}{\text{см}^{1/2}}.$$

$$a_{(5)} = (0,64 \pm 0,02) \frac{\text{с}}{\text{см}^{1/2}}.$$

Как видим интервалы погрешностей коэффициентов a и $a_{(5)}$ не перекрываются, а так же свободное слагаемое в экспериментальной зависимости (график 1) нельзя считать равным нулю так как $\langle b \rangle > \Delta b$. Из этого следует, что экспериментальную зависимость (график 1) нельзя описывать уравнением (5), а

значит модель движения шайбы по гладкой V-образной поверхности нельзя применять к колебаниям шарика по V-образному желобу.

Часть 2. Декремент затухания

2.1 Результаты экспериментального исследования зависимости начальной амплитуды от порядкового номера колебания $A_i(i)$ представлены в таблице 4.

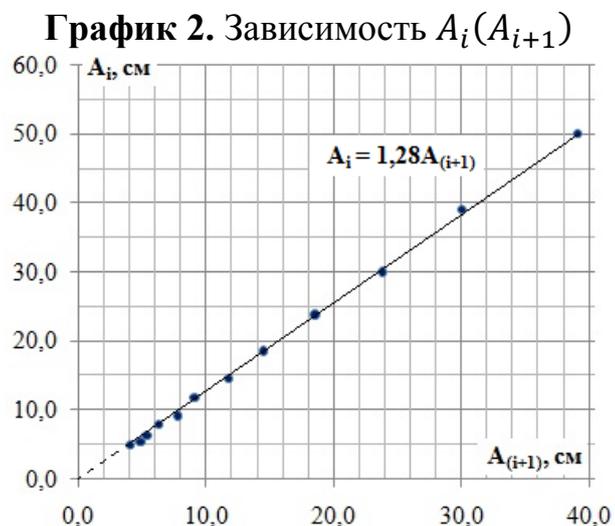
Таблица 4

Номер колебания N	Повторные измерения					$\langle A \rangle$, см
	A_1 , см	A_2 , см	A_3 , см	A_4 , см	A_5 , см	
0	50,0	50,0	50,0	50,0	50,0	50,0
1	39,0	39,0	39,5	38,5	39,0	39,0
2	30,0	29,5	30,0	30,0	30,5	30,0
3	24,0	24,0	23,5	23,5	24,0	23,8
4	18,5	18,0	18,5	19,0	18,5	18,5
5	14,5	15,0	14,5	14,0	14,5	14,5
6	12,0	12,0	12,0	11,5	11,5	11,8
7	9,0	9,5	9,0	9,0	9,0	9,1
8	8,0	8,0	7,5	7,5	8,0	7,8
9	6,5	6,5	6,5	6,0	6,0	6,3
10	5,5	5,5	5,0	5,5	5,5	5,4
11	5,0	5,0	5,0	4,5	5,0	4,9
12	4,0	4,0	4,5	4,0	4,0	4,1

2.2 Представим уравнение (1) в виде $A_i = DA_{i+1}$ (6).

Построим график зависимости $A_i(A_{i+1})$.

$A_{(i+1)}$, см	A_i , см
39,0	50,0
30,0	39,0
23,8	30,0
18,5	23,8
14,5	18,5
11,8	14,5
9,1	11,8
7,8	9,1
6,3	7,8
5,4	6,3
4,9	5,4
4,1	4,9



Из графика видим, что экспериментальные точки легли вблизи усредняющей прямой, которая проходит через начало координат, что

Экспериментальный тур.

11 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

подтверждает прямопропорциональную зависимость $A_i(A_{i+1})$, следовательно уравнение (6), а значит и уравнение (1) применимо для колебаний шарика по V-образному желобу.

Применяя метод наименьших квадратов, определим декремент затухания как угловой коэффициент наклона усредняющей прямой (график 2) и вычислим абсолютную погрешность (таблица 5).

Таблица 5

	$A(i+1),$ см	$A_i,$ см
	39,0	50,0
	30,0	39,0
	23,8	30,0
	18,5	23,8
	14,5	18,5
	11,8	14,5
	9,1	11,8
	7,8	9,1
	6,3	7,8
	5,4	6,3
	4,9	5,4
	4,1	4,9
Среднее зн.	14,6	18,4
Дисперсия	115	195
Ковариация	149	
$\langle D \rangle$	1,28	
ΔD	0,02	

Относительная погрешность $\varepsilon_D = \frac{\Delta D}{\langle D \rangle} = \frac{0,02}{1,28} = 0,016 = 1,6\%$.

2.3 $D = 1,28 \pm 0,02$

Часть 3. Период и угол наклона желоба

3.1 Если бы желоб был гладкий и по нему двигалась шайба, то она двигалась бы с ускорением $a = g \sin \alpha$ (2). Однако, у нас по желобу движется шарик, при движении он вращается. Следовательно часть начальной потенциальной энергии шарика преобразуется в кинетическую энергию вращения. Это приводит к тому, что уменьшается кинетическая энергия поступательного движения центра шарика, а значит ускорение поступательного движения центра шарика будет меньше чем у шайбы при том же угле наклона желоба. Но ускорение шарика будет прямо пропорционально g и $\sin \alpha$. Поэтому для ускорения шарика можем записать

$$a_{\text{ш}} = k_1 g \sin \alpha \quad (7),$$

где $k_1 < 1$ - некоторый постоянный коэффициент, не зависящий от угла наклона сторон желоба, не имеющий единиц измерения.

Период первого колебания будет равен сумме временных интервалов необходимых для последовательного прохождения следующих расстояний: амплитуда A_0 , удвоенная амплитуда A' , амплитуда A_1 .

$$T = \sqrt{\frac{2A_0}{k_1 g \sin \alpha}} + 2 \sqrt{\frac{2A'}{k_1 g \sin \alpha}} + \sqrt{\frac{2A_1}{k_1 g \sin \alpha}} \quad (8),$$

$$T = \left(\sqrt{\frac{2A_0}{k_1 g}} + 2 \sqrt{\frac{2A'}{k_1 g}} + \sqrt{\frac{2A_1}{k_1 g}} \right) \frac{1}{\sqrt{\sin \alpha}} \quad (9).$$

Обозначим

$$\sqrt{\frac{2A_0}{k_1 g}} + 2 \sqrt{\frac{2A'}{k_1 g}} + \sqrt{\frac{2A_1}{k_1 g}} = k \quad (10),$$

k - некоторый постоянный коэффициент с размерностью времени. Тогда уравнение (9) можно записать в виде:

$$T = \frac{k}{\sqrt{\sin \alpha}} \quad (11).$$

3.2 Результаты экспериментального исследования зависимости периода колебания от угла наклона желоба $T(\alpha)$ представлены в таблице 6.

Таблица 6

Величины, необходимые для вычисления $\sin \alpha$		Повторные измерения							Период $T, \text{с}$
Высота $h, \text{мм}$	Гипотенуза $c, \text{мм}$	$\sin \alpha = \frac{h}{c}$	$T_1, \text{с}$	$T_2, \text{с}$	$T_3, \text{с}$	$T_4, \text{с}$	$T_5, \text{с}$		
19	492	0,039	7,03	6,96	6,95	7,01	6,95	6,98	
39	492	0,079	5,32	5,39	5,35	5,34	5,40	5,36	
57	492	0,116	4,43	4,46	4,43	4,41	4,47	4,44	
77	492	0,157	3,87	3,91	3,90	3,88	3,89	3,89	
97	492	0,197	3,46	3,48	3,50	3,47	3,49	3,48	
111	492	0,226	3,13	3,12	3,15	3,10	3,15	3,13	
130	492	0,264	2,89	2,85	2,89	2,86	2,86	2,87	
149	492	0,303	2,80	2,82	2,78	2,83	2,82	2,81	
165	492	0,335	2,45	2,40	2,50	2,44	2,51	2,46	
178	492	0,362	2,22	2,29	2,20	2,26	2,28	2,25	

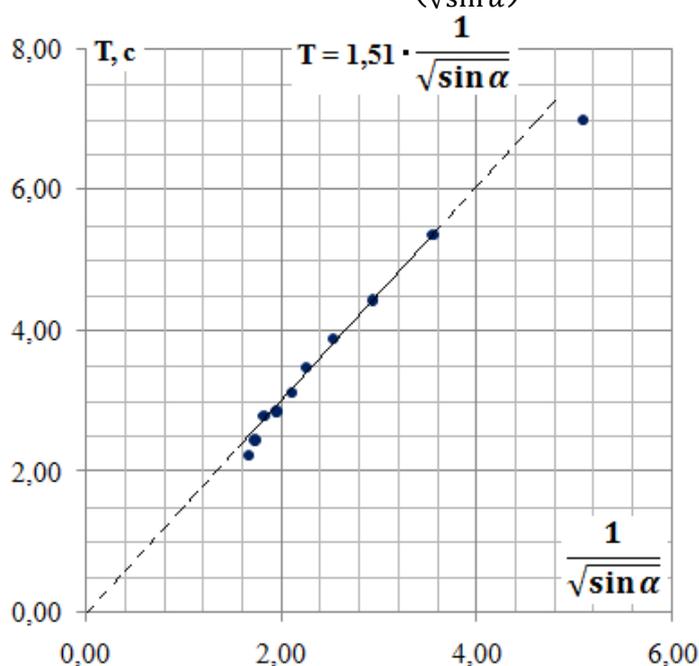
3.3 Построим график линеаризованной зависимости $T \left(\frac{1}{\sqrt{\sin \alpha}} \right)$ (график 3).

Вычислим значения выражения $\frac{1}{\sqrt{\sin \alpha}}$ (таблица 7).

Таблица 7

$\sin \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{\sin \alpha}}$	$T, \text{с}$
0,039	5,09	6,98
0,079	3,55	5,36
0,116	2,94	4,44
0,157	2,53	3,89
0,197	2,25	3,48
0,226	2,11	3,13
0,264	1,95	2,87
0,303	1,82	2,81
0,335	1,73	2,46
0,362	1,66	2,25

График 3. Зависимость $T \left(\frac{1}{\sqrt{\sin \alpha}} \right)$



Как видно из графика 3, уравнению (11) соответствуют точки удовлетворяющие неравенству $0,079 \leq \sin \alpha \leq 0,335$ так как для точек, принадлежащих этому интервалу, усредняющая прямая экстраполируется в начало координат. Верхняя и нижняя точки на графике выпадают. Исходя из графика можно считать, что уравнение (11) выполняется для углов наклона сторон желоба $4,5^\circ \leq \alpha \leq 19,5^\circ$.

Экспериментальный тур.

11 класс. Решения задач. Бланк для жюри.

Задание 11-2. Линзы и лазер

Решение Часть 1.

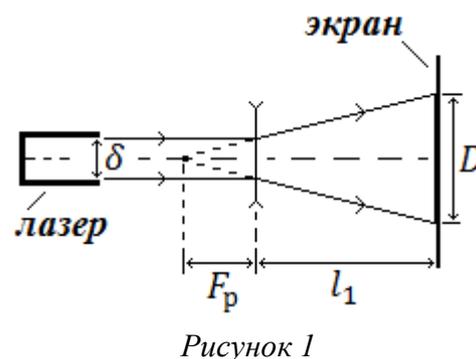
1.1

Из подобия треугольников получим:

$$\frac{\delta}{F_p} = \frac{D}{F_p + l_1} \quad (1).$$

После преобразований получим:

$$D = \delta + \frac{\delta}{F_p} l_1 \quad (2).$$

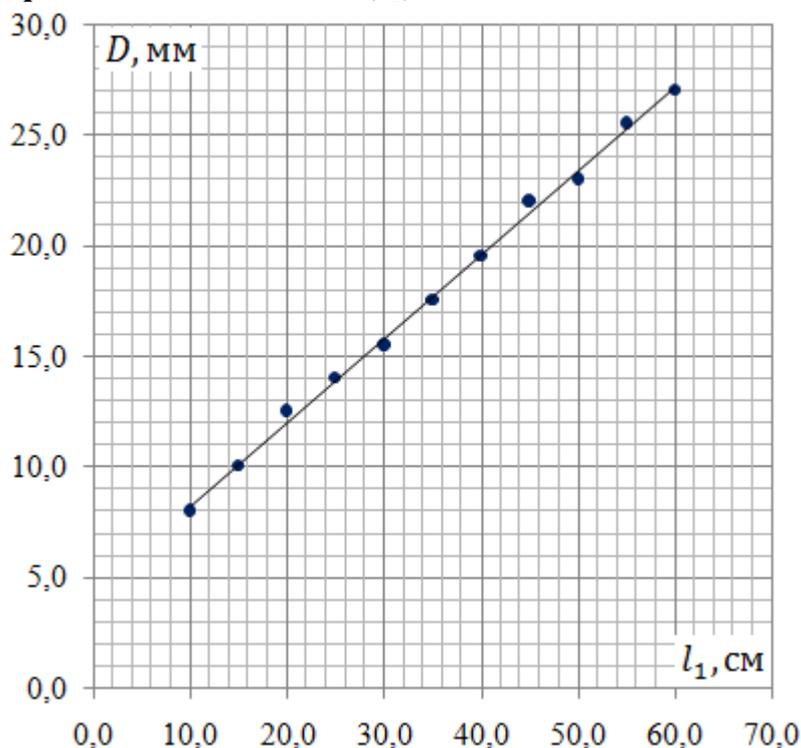


1.2 Результаты эксперимента представлены в таблице 1 и на графике 1. Уравнение (2) представляет собой линеаризованную зависимость $D(l_1)$, поэтому построен график по уравнению (2).

Таблица 1.

	$l_1, \text{ см}$	$D, \text{ мм}$
	10,0	8,0
	15,0	10,0
	20,0	12,5
	25,0	14,0
	30,0	15,5
	35,0	17,5
	40,0	19,5
	45,0	22,0
	50,0	23,0
	55,0	25,5
	60,0	27,0
Сред.	35,0	17,7
Дисп.	250	36,0
Ковар.		94,8
	$\langle a_1 \rangle$	$\langle \delta \rangle$
	0,379	4,4
	Δa_1	$\Delta \delta$
	0,012	0,5

График 1. Зависимость $D(l_1)$



1.3 Введём в уравнении (2) обозначение:

$$a_1 = \frac{\delta}{F_p} \quad (3).$$

Используя МНК определим $\langle a_1 \rangle$ и $\langle \delta \rangle$ (таблица 1, третья строчка снизу) и абсолютные погрешности Δa_1 и $\Delta \delta$ (таблица 1, последняя строчка).

Из (3) получим:

$$\langle F_p \rangle = \frac{\langle \delta \rangle}{\langle a_1 \rangle} = \frac{4,4 \text{ мм}}{0,379 \frac{\text{мм}}{\text{см}}} = 11,6 \text{ см} \quad (4).$$

$$\varepsilon_{F_p} = \sqrt{\left(\frac{\Delta a_1}{\langle a_1 \rangle}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \delta}{\langle \delta \rangle}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,012 \frac{\text{мм}}{\text{см}}}{0,379 \frac{\text{мм}}{\text{см}}}\right)^2 + \left(\frac{0,5 \text{ мм}}{4,4 \text{ мм}}\right)^2} = 0,12 = 12\% \quad (5),$$

$$\Delta F_p = \langle F_p \rangle \cdot \varepsilon_{F_p} = 11,6 \text{ см} \cdot 0,12 = 1,4 \text{ см} \quad (6).$$

$$\varepsilon_{\delta} = \frac{\Delta \delta}{\langle \delta \rangle} = \frac{0,5 \text{ мм}}{4,4 \text{ мм}} = 0,11 = 11\% \quad (7).$$

$$F_p = (11,6 \pm 1,4) \text{ см}, \quad \delta = (4,4 \pm 0,5) \text{ мм}.$$

Часть 2

2.1

Применяя уравнение тонкой линзы (указано в подсказке), получим:

$$\frac{1}{F_c} = \frac{1}{F_p + l_2} + \frac{1}{f_1} \quad (8).$$

Из (8) получим:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_c} - \frac{1}{F_p + l_2} \quad (9).$$

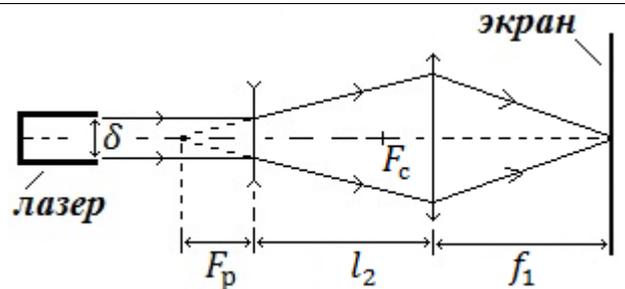


Рисунок 2

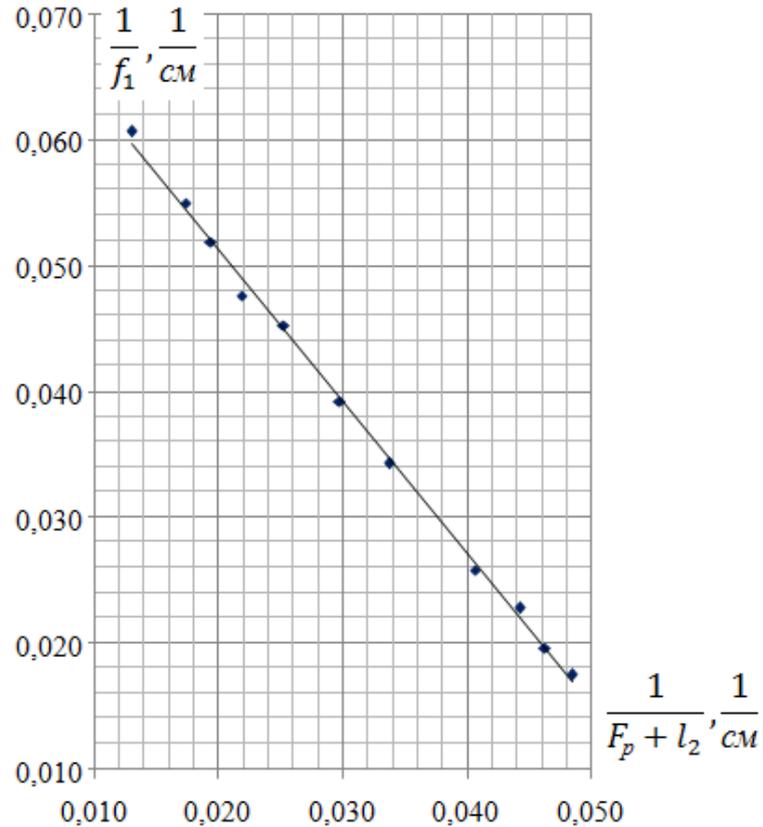
2.2 Результаты эксперимента представлены в таблице 2 и на графике 2. Уравнение (9) представляет собой линеаризованную зависимость $f_1(l_2)$ в виде

$$\frac{1}{f_1} \left(\frac{1}{F_p + l_2} \right).$$

Таблица 2.

$l_2, \text{ см}$	$f_1, \text{ см}$	$\frac{1}{F_p + l_2}, \frac{1}{\text{см}}$	$\frac{1}{f_1}, \frac{1}{\text{см}}$
65,0	16,5	0,0131	0,0606
46,0	18,2	0,0174	0,0549
40,0	19,3	0,0194	0,0518
34,0	21,0	0,0219	0,0476
28,0	22,1	0,0253	0,0452
22,0	25,5	0,0298	0,0392
18,0	29,2	0,0338	0,0342
13,0	38,8	0,0407	0,0258
11,0	44,0	0,0442	0,0227
10,0	51,2	0,0463	0,0195
9,0	57,3	0,0485	0,0175
Сред.		0,0309	0,0381
Дисп.		0,000143	0,000209
Ковар.			-0,000173
		$\langle a_2 \rangle$	$\langle b_2 \rangle$
		-1,2	0,0754
		Δa_2	Δb_2
		0,04	0,0012

График 2. Линеаризованная зависимость $f_1(l_2)$



2.3 Введём в уравнении (9) обозначение:

$$b_2 = \frac{1}{F_c} \quad (10).$$

Используя МНК определим $\langle b_2 \rangle$ (таблица 2, третья строчка снизу) и абсолютную погрешность Δb_2 (таблица 1, последняя строчка).

Из (10) получим:

$$\langle F_c \rangle = \frac{1}{\langle b_2 \rangle} = \frac{1}{0,0754 \frac{1}{\text{см}}} = 13,3 \text{ см} \quad (11).$$

$$\varepsilon_{F_c} = \varepsilon_{b_2} = \frac{\Delta b_2}{\langle b_2 \rangle} = \frac{0,0012 \frac{1}{\text{см}}}{0,0754 \frac{1}{\text{см}}} = 0,016 = 1,6\% \quad (12),$$

$$\Delta F_c = \langle F_c \rangle \cdot \varepsilon_{F_c} = 13,3 \text{ см} \cdot 0,016 = 0,2 \text{ см} \quad (13).$$

$$F_c = (13,3 \pm 0,2) \text{ см},$$

Часть 3.

3.1 Смотри рисунок 3.

3.2 Смотри рисунок 4. $f_3 = OA$ (14).

Из прямоугольного треугольника OF_cA получаем:

$$f_3 = \frac{2}{\sqrt{3}}F_c = 1,15F_c \quad (15)$$

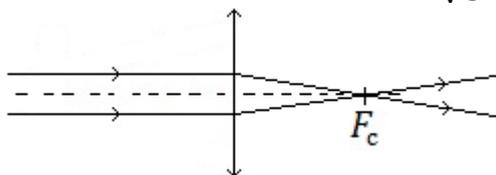


Рисунок 3

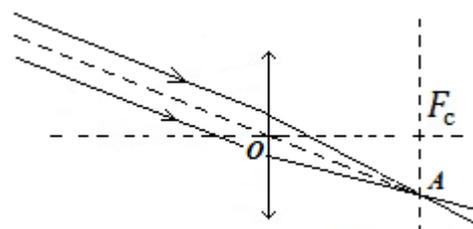


Рисунок 4

3.3 $F_c = (14,5 \pm 0,1)$ см.

3.4 $f_3 = (10,2 \pm 0,1)$ см.

3.5 В соответствии с п. 3.2 мы должны были бы получить f_3 больше чем F_c в 1,15раза, а в реальности получили меньше в 1,42 раза. Это несоответствие теории с экспериментом вызвано тем, что в п. 3.2 при построении мы пользовались свойством параксиальных лучей, но лучи, которые распространяются под углом к главной оптической оси больше чем 10° нельзя считать параксиальными. Для верного построения хода лучей необходимо учитывать диаметр пучка, радиусы поверхностей линзы, её толщину в центре, показатель преломления линзы, угол падения лучей на поверхность линзы. Если учесть все эти параметры, то мы получим теоретическое значение f_3 близкое к экспериментальному.