



# Республиканская физическая олимпиада 2024 года (III этап)

## Теоретический тур

### 9 класс.

**Внимание! Прочтите это в первую очередь!**

1. Полный комплект состоит из трех заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.
2. Каждое задание включает условие задания и Листы ответов. Для решения задач используйте рабочие листы. Часть из них используйте в качестве черновиков. После окончания работы черновые листы перечеркните.

В чистовых рабочих листах приведите решения задач (рисунки, исходные уравнения, математические преобразования, графики, окончательные результаты). Жюри будет проверять чистовые рабочие листы. Кроме того, каждое задание включает Листы ответов. В соответствующие графы Листов ответов занесите окончательные требуемые ответы. Для построения графиков, которые требуется по условию задачи, в Листах ответов подготовлены соответствующие бланки. Графики стройте на этих бланках. Дублировать их в рабочих листах не требуется.



3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!
4. Подписывать рабочие листы запрещается.
5. В ходе работы вы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, инженерный калькулятор.
6. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

Пакет заданий содержит:

- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических заданий с Листами ответов (6 стр.).

### Задание 9-1. Прогрессивная динамика

В данном задании действие силы тяжести не учитывать. Внимание! Рисунки носят качественный характер: реальные пропорции сил на них не соблюдены.

**1.1** На материальную точку массой  $m = 23,2$  кг действуют двенадцать сил (Рис. 1), расположенных в одной плоскости, самая «маленькая» из которых равна  $F_1 = 10$  Н и направлена вдоль оси  $Ox$ . Известно, что каждая следующая сила больше предыдущей на  $\Delta F = 10$  Н и повернута на угол  $\alpha = 30^\circ$  (см. Рис. 1). Найдите ускорение  $\vec{a}_1$  материальной точки.

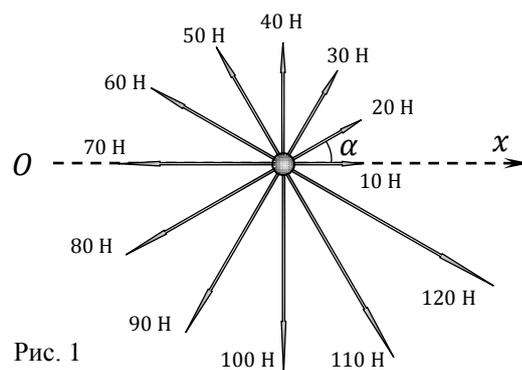


Рис. 1

**1.2** Рассмотрим общий случай. Пусть на материальную точку массой  $m$  (Рис. 2) действует система из  $n$  сил ( $\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \dots; \vec{F}_{n-1}; \vec{F}_n$ ), расположенных в одной плоскости на одинаковом угловом расстоянии  $\alpha = \frac{2\pi}{n}$  друг от друга. Известно, что модуль  $F_{i+1}$  каждой следующей силы больше модуля  $F_i$  предыдущей на  $\Delta F$ . Найдите ускорение  $\vec{a}_2$  материальной точки.

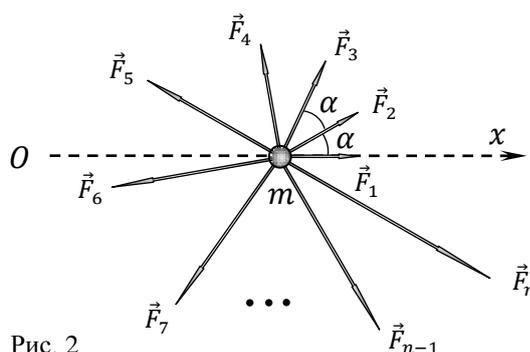


Рис. 2

**1.3** Используя общее выражение, полученное для  $\vec{a}_2$  в предыдущем пункте, вычислите ускорение  $\vec{a}_1$  для первого пункта задачи.

**Лист ответов. Задание 9-1. Прогрессивная динамика**

**1.1** Ускорение  $\vec{a}_1$  материальной точки:

**1.2** Ускорение  $\vec{a}_2$  материальной точки:

**1.3** Вычисление ускорения  $\vec{a}_1$  для первого пункта задачи по формуле п. 1.2:

### Задание 9-2. Двойное скольжение

Справочные данные и параметры рассматриваемых систем: трением и сопротивлением воздуха в данном задании пренебречь.

**1.1 «Шарик и параллелепипед»** Небольшой шарик, привязанный легкой нерастяжимой нитью к вертикальной стенке в точке  $O$  (Рис. 1), свисает с параллелепипеда размерами  $a \times b$  (в плоскости рисунка), слегка касаясь горизонтальной поверхности. Параллелепипед начинают двигать вправо с постоянной скоростью  $\vec{v}$ . Найдите скорость  $\vec{u}_1$  шарика в процессе его скольжения по вертикальной стенке параллелепипеда. Опишите его траекторию на этом участке движения, укажите её существенные параметры. Считайте, что в процессе движения шарик не отрывается от параллелепипеда.

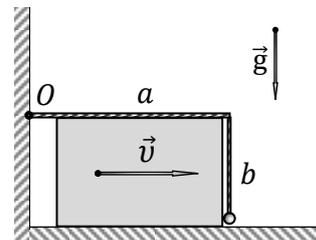


Рис. 1

**1.2 «Шарик и наклонная плоскость»** Усложним задачу и рассмотрим небольшой шарик, привязанный легкой нерастяжимой нитью к стене, который лежит на наклонной плоскости (Рис. 2), слегка касаясь горизонтальной поверхности. Наклонную плоскость начинают двигать вправо с постоянной скоростью  $\vec{v}$ . Найдите скорость  $\vec{u}_2$  шарика в процессе его скольжения по наклонной плоскости. Опишите его траекторию на этом участке движения, укажите её существенные параметры. Считайте, что в процессе движения шарик не отрывается от наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha$ , ее длина  $l$ .

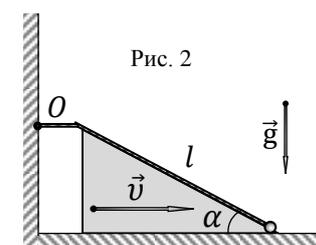


Рис. 2

**1.3 «Шарик и полусфера»** Еще более усложним задачу и рассмотрим небольшой шарик на легкой нерастяжимой нити, который лежит на полусфере (Рис. 3), слегка касаясь горизонтальной поверхности. Полусферу начинают двигать вправо с постоянной скоростью  $\vec{v}$ . Найдите скорость  $\vec{u}_3(x)$  шарика в процессе его скольжения по полусфере в момент времени, когда полусфера сместилась на расстояние  $x$  ( $x < R$ ). Опишите его траекторию на этом участке движения, укажите её существенные параметры. Считайте, что в процессе движения шарик не отрывается от полусферы. Радиус полусферы  $R$ .

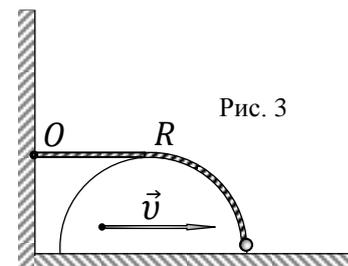


Рис. 3

**Лист ответов. Задание 9-2. Двойное скольжение**

**1.1** Скорость  $\vec{u}_1$  шарика:

Траектория шарика:

**1.2** Скорость  $\vec{u}_2$  шарика:

Траектория шарика:

**1.3** Скорость  $\vec{u}_3(x)$  шарика:

Траектория шарика:

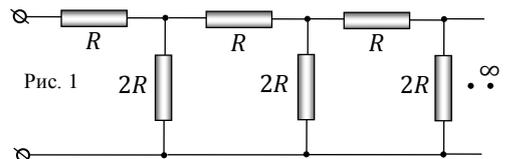
### Задание 9-3. Конечная бесконечность

**1.1 «Шаг за шагом ...»** Рассмотрим линейную электрическую цепь из резисторов  $R$  и  $2R$ , составленную из одинаковых повторяющихся звеньев (Рис. 1).

Интересно, что сопротивление  $R_\infty^*$  такой цепи будет конечным даже при бесконечном числе звеньев ( $n \rightarrow \infty$ ).

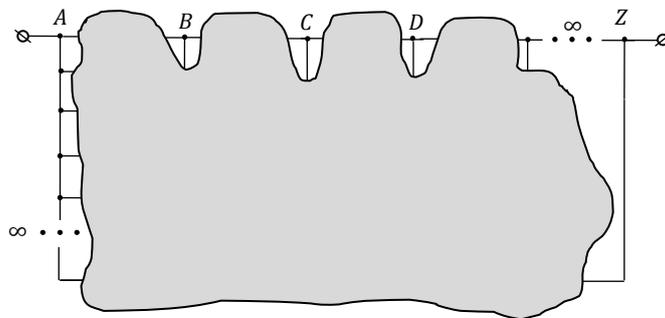
Пусть  $R_n$  – сопротивление конечной линейной цепи при  $n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$ ) звеньях. Назовем *относительной погрешностью оценки*  $R_\infty^*$  величину  $\varepsilon_n = \frac{R_n - R_{n+1}}{R_n}$ , выраженную в процентах.

Найдите сопротивления одного звена  $R_1$  данной цепи, её двух звеньев  $R_2$ , а также относительную погрешность  $\varepsilon_1$  оценки  $R_\infty^*$ . Далее проделайте такую же процедуру с  $R_2$  и  $R_3$ , найдите  $\varepsilon_2$ . Продолжайте данную процедуру шаг за шагом до тех пор, пока относительная погрешность  $\varepsilon_n$  оценки  $R_\infty^*$  не станет меньше одного процента ( $\varepsilon_n < 1,0\%$ ). При каком значении  $n$  это произошло? Чему равно  $R_n$ ?



**1.2 «Линейная бесконечность»** Найдите точное значение сопротивления  $R_\infty^*$  всей бесконечной линейной цепочки (Рис. 1).

**1.3 «Плоская бесконечность»** Из резисторов  $R$  и  $2R$  на плоскости собрана бесконечная электрическая цепь  $AZ$  (Рис. 2), некоторые части которой стерты (затонированы). Известно, что данная цепь обладает следующим свойством: сопротивление  $R_{AB}$  первого звена цепи равно сопротивлению  $R_{AC}$  её двух первых звеньев, которое, в свою очередь, равно сопротивлению  $R_{AD}$  первых трех звеньев цепи и т.д. (до бесконечности). Восстановите стертые (затонированные) участки цепи на рисунке. Найдите сопротивление  $R_\infty^{**} = R_{AZ}$  восстановленной вами бесконечной плоской цепи.



**Лист ответов. Задание 9-3. Конечная бесконечность**

**1.1** Сопротивление одного звена  $R_1$ :

Сопротивление двух звеньев  $R_2$ :

Относительная погрешность  $\varepsilon_1$ :

Сопротивление трех звеньев  $R_3$ :

Относительная погрешность  $\varepsilon_2$ :

Значение  $n$  :

**1.2** Значение сопротивления  $R_{\infty}^*$  :

**1.3** Сопротивление  $R_{\infty}^{**} = R_{AZ}$ :

Восстановленная схема:



# Республиканская физическая олимпиада 2024 года (III этап)

## Теоретический тур

### 10 класс.

**Внимание! Прочтите это в первую очередь!**

1. Полный комплект состоит из трех заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.
2. Каждое задание включает условие задания и Листы ответов. Для решения задач используйте рабочие листы. Часть из них используйте в качестве черновиков. После окончания работы черновые листы перечеркните.

В чистовых рабочих листах приведите решения задач (рисунки, исходные уравнения, математические преобразования, графики, окончательные результаты). Жюри будет проверять чистовые рабочие листы. Кроме того, каждое задание включает Листы ответов. В соответствующие графы Листов ответов занесите окончательные требуемые ответы. Для построения графиков, которые требуется по условию задачи, в Листах ответов подготовлены соответствующие бланки. Графики стройте на этих бланках. Дублировать их в рабочих листах не требуется.

3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!
4. Подписывать рабочие листы запрещается.
5. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, инженерный калькулятор.
6. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.



Пакет заданий содержит:

- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических заданий с Листами ответов (10 стр.).

### Задание 10-1. Лихо закручено

Справочные данные и параметры рассматриваемых систем: трением и сопротивлением воздуха в данном задании пренебречь, ускорение свободного падения  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ .

**1.1 «Два шарика на нити»** Два небольших шарика массами  $m_1$  и  $m_2$ , связанные легкой нитью длиной  $l$ , вращаются с угловой скоростью  $\omega$  в горизонтальной плоскости (Рис. 1). Найдите силы натяжения нитей  $T_1$  и  $T_2$ , действующие на каждый из шариков, соответственно. Трением и сопротивлением воздуха пренебречь.

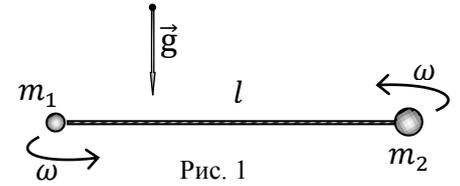


Рис. 1

**1.2 «Три шарика на нити»** Усложним задачу и добавим к середине нити длиной  $l$  третий небольшой шарик массой  $m_3$  (Рис. 2). При вращении такой системы на горизонтальной плоскости оказалось, что модуль силы натяжения легкой нити у первого шарика равен  $T_1$ , а у второго, соответственно,  $T_2$ . Найдите массу  $m_3$  третьего шарика и угловую скорость  $\omega$  вращения системы, считая массы шариков  $m_1$  и  $m_2$  известными.

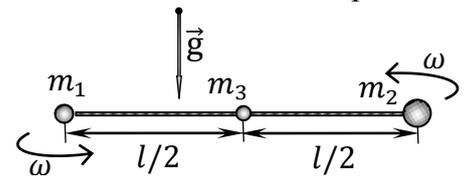


Рис. 2

**1.3 «Космическое вращение»** Космическая станция состоит из двух отсеков массами  $m_1$  и  $m_2$ , соединенных длинным однородным тросом длины  $l$ . Станция вращается вокруг оси, перпендикулярной тросу, при этом модуль силы натяжения троса вблизи одного отсека равен  $T$ , а вблизи другого  $T + \Delta T$  ( $\Delta T \ll T$ ). Найдите массу соединительного троса  $m_T$  и угловую скорость  $\omega_{\text{КС}}$  вращения космической станции.

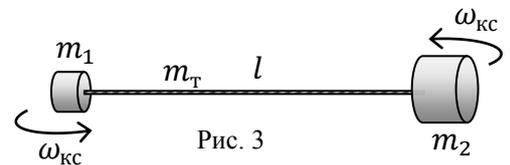


Рис. 3

**Лист ответов. Задание 10-1. Лихо закручено**

**1.1** Сила натяжения нити  $T_1$ :

Сила натяжения нити  $T_2$ :

**1.2** Масса  $m_3$  шарика:

Угловая скорость  $\omega$  системы:

**1.3** Масса соединительного троса  $m_T$ :

Угловая скорость  $\omega_{кс}$ :

### Задание 10-2. Годограф

*Годографом* вектора называется кривая, представляющая собой множество концов переменного со временем вектора  $\vec{r}(t)$ , начало которого (Рис. 1) для всех  $t$  есть фиксированная точка  $O$  («Математический энциклопедический словарь»). Иными словами годограф вектора представляет собой множество точек, по которым «движется» конец данного вектора со временем, если положение его начала зафиксировать в некоторой точке  $O$ .

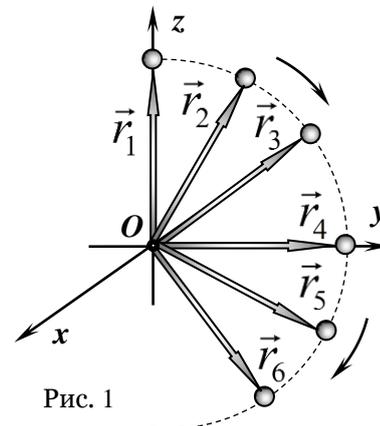


Рис. 1

Справедливости ради отметим, что школьники косвенно знакомы с данным понятием, поскольку годографом радиус-вектора  $\vec{r}_i(t)$  ( $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$ ) движущейся материальной точки является ... её траектория, отмеченная на рисунке 1 пунктирной линией. Годограф вектора наглядно представляет его эволюцию с течением времени, а также используется при различных расчетах.

#### Часть 1. Вычисление полного ускорения

**1.1** Небольшой массивный шарик, подвешенный на легкой нерастяжимой нити, отклонили так, что нить стала горизонтальна и аккуратно отпустили без натяжения нити (рис. 2). При движении шарик будет приобретать как центростремительное (нормальное) ускорение  $\vec{a}_n$ , направленное вдоль нити, так и касательное (тангенциальное)  $\vec{a}_\tau$  ускорение, направленное перпендикулярно нити (см. рис. 2). Сумма  $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$  называется *полным* ускорением тела. Найдите зависимости модулей ускорений  $\vec{a}_n$  и  $\vec{a}_\tau$  от угла  $\alpha$ , образованного нитью с вертикалью. Соппротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения  $\vec{g}$ .

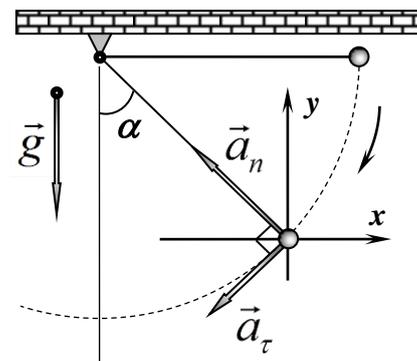


Рис. 2

**1.2** Найдите зависимость  $a(\alpha)$  модуля полного ускорения  $\vec{a}$  шарика от угла  $\alpha$  в процессе движения до нижней точки траектории.

**1.3** Поскольку вектор полного ускорения шарика поворачивается со временем, то в некоторый момент он будет горизонтален. Найдите полное ускорение шарика  $a_1$  и угол  $\alpha_1$  между нитью и вертикалью в этот момент времени.

#### Часть 2. Построение годографа полного ускорения шарика

**2.1** Найдите зависимости проекций  $a_x$  и  $a_y$  полного ускорения шарика от угла  $\alpha$  в стандартной (декартовой) системе координат. Выразите их в безразмерных единицах  $a_x^* = a_x / g$  и  $a_y^* = a_y / g$ .

**2.2** Чему равен модуль максимального горизонтального ускорения  $a_{x \max}$  шарика в процессе движения до нижней точки траектории? Максимального вертикального ускорения  $a_{y \max}$  ?

2.3 Разбейте прямой угол  $\alpha$  на интервалы по  $\Delta\alpha = 5^\circ$  градусов и вычислите проекции ускорений  $a_x^*$  и  $a_y^*$  для точек в диапазоне  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ . Результаты вычислений занесите в Таблицу 1 (см. ниже).

2.4 Пользуясь Таблицей 1, постройте на выданном бланке годограф полного ускорения шарика при его движении до нижней точки траектории.

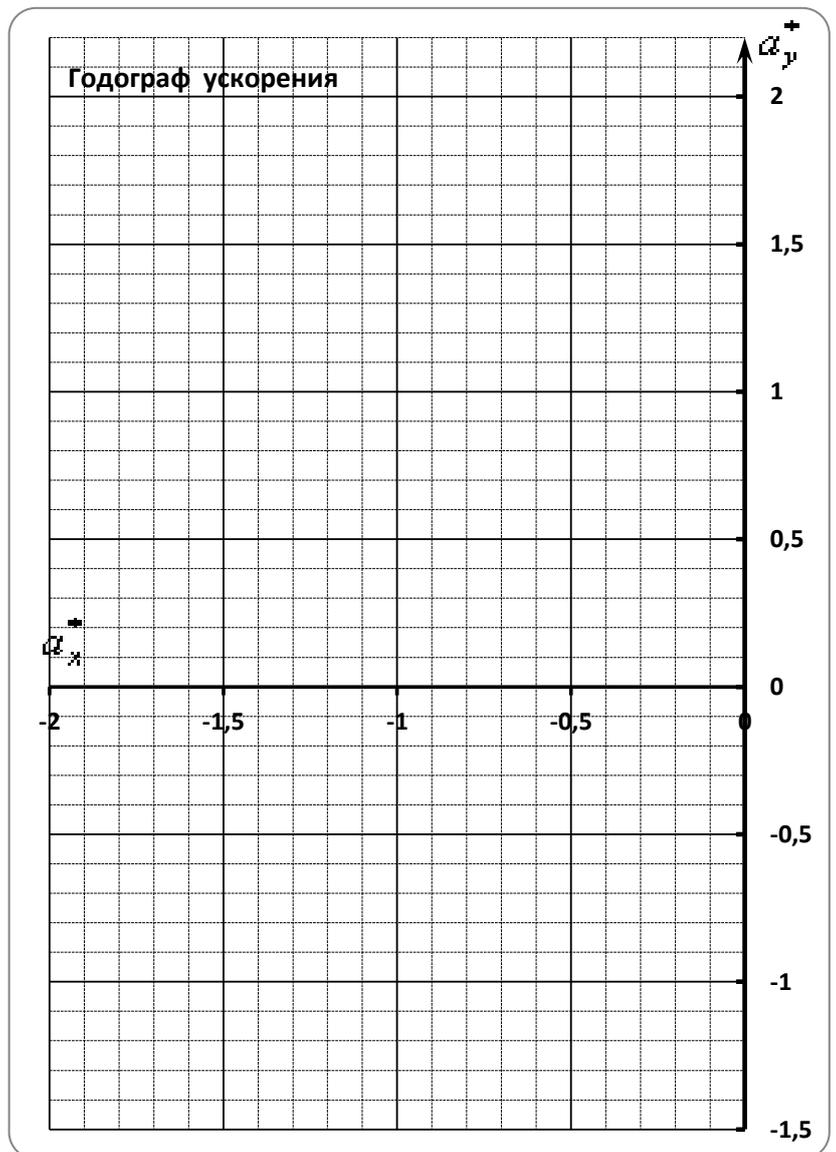
2.5 Проанализируйте построенный годограф, отметьте его существенные особенности и попытайтесь описать их математически (например, получить уравнение, описывающее полученную кривую).

**Лист ответов. Задание 10-2. Годограф**

Таблица 1. Вычисление  $a_x^*$  и  $a_y^*$ .

Угол	$a_x^*$	$a_y^*$
$90^\circ$		
$85^\circ$		
$80^\circ$		
$75^\circ$		
$70^\circ$		
$65^\circ$		
$60^\circ$		
$55^\circ$		
$50^\circ$		
$45^\circ$		
$40^\circ$		
$35^\circ$		
$30^\circ$		
$25^\circ$		
$20^\circ$		
$15^\circ$		
$10^\circ$		
$5^\circ$		
$0^\circ$		

Бланк для построения годографа ускорения шарика по Таблице 1.



**Лист ответов. Задание 10-2. Годограф**

**1.1**  $\vec{a}_n$  от угла  $\alpha$  :

$\vec{a}_\tau$  от угла  $\alpha$  :

**1.2** Зависимость модуля полного ускорения  $a(\alpha)$  :

**1.3**  $a_1$  :

$\alpha_1$  :

**2.1** Зависимость проекции  $a_x$  полного ускорения шарика от угла  $\alpha$  :

Зависимость проекции  $a_y$  полного ускорения шарика от угла  $\alpha$

**2.2**  $a_{x \max}$  :

$a_{y \max}$  :

**2.3** Заполните Таблицу 1. (См. выше)

**2.4** Постройте годограф ускорения на Бланке (См. выше)

**2.5** Анализ построенного годографа

### Задание 10-3. Не хуже Карно ..?

Двигатели внутреннего сгорания (ДВС), работающие по различным термодинамическим циклам, успешно работают в современном мире. Миллионы машин используют как бензиновые, так и дизельные ДВС, а доля электромобилей на мировом рынке в настоящий момент крайне невелика – около 2 %.



Рис. 1

При создании ДВС в середине XIX века перед инженерами и конструкторами встал важный прикладной (и научный!) вопрос: а какой тепловой двигатель имеет максимальный термодинамический КПД, т.е. является идеальной тепловой машиной?

Заметим, что цикл Отто (бензиновый двигатель) и цикл Дизеля (дизельный двигатель) не являются идеальными тепловыми циклами, хотя автомобили, работающие по этим циклам, и составляют львиную долю современного производства.

Идеальная тепловая машина была описана в 1824 г. французским физиком и инженером Сади Карно (Рис. 1) в работе «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу».

Идеальный цикл Карно (Рис. 2), состоящий из двух изотерм и двух адиабат, сегодня известен каждому школьнику.

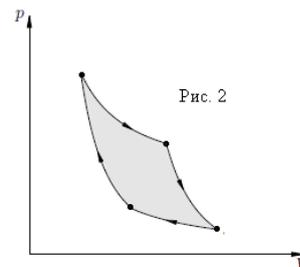


Рис. 2

В данном задании мы немного «пофантазируем» и предложим свой цикл, который также использует элементы знаменитого цикла Карно.

*Справочные данные и параметры рассматриваемой системы:* если  $a^n b^m = const$ , то при малых  $\Delta a$  и  $\Delta b$  ( $\Delta a \ll a$ ,  $\Delta b \ll b$ ) справедливо равенство:  $n \frac{\Delta a}{a} + m \frac{\Delta b}{b} = 0$  (справедливо также и обратное утверждение); молярная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль · К).

#### Часть 1. Адиабатный процесс

Термодинамический процесс, проводимый без теплообмена ( $Q = 0$ ) с окружающей средой (т.е. в теплоизолированной системе), называется *адиабатным* процессом. Адиабатными являются многие быстропротекающие процессы (взрыв, быстрое расширение (сжатие) газа, распространение звуковой волны), процесс подъема теплого воздуха с поверхности земли с последующим охлаждением, конденсацией пара и образованием облаков и т.д.

**1.1** Теплоёмкость  $c^M$  идеального газа, взятого в количестве  $\nu = 1$  моль ( $m = M$ ), называется молярной теплоёмкостью. Найдите молярную теплоёмкость  $c_V^M$  идеального одноатомного газа при изохорном процессе, т.е. при постоянном объёме ( $V = const$ ). Запишите формулу для внутренней энергии  $U$  идеального одноатомного газа через  $c_V^M$  и в дальнейшем используйте её для любого идеального газа.

**1.2** Выразите молярную теплоёмкость идеального газа  $c_p^M$  при постоянном давлении ( $p = const$ ), т.е. при изобарном процессе, через  $c_V^M$ .

**1.3** Получите уравнение адиабатного процесса для произвольного идеального газа в переменных  $(T, V)$  с показателем адиабаты  $\gamma = \frac{c_p^M}{c_V^M}$ .

**1.4** В полученном уравнении сделайте замену переменных и запишите уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона) для произвольного идеального газа в «традиционном» виде, т.е. в переменных  $(p, V)$ .

**1.5** Схематически изобразите на одной  $(p, V)$  – диаграмме ход адиабаты и изотермы идеального газа. Кратко охарактеризуйте особенности построенных графиков.

**Часть 2. Цикл с адиабатой**

С идеальным одноатомным газом провели циклический процесс  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$  (Рис. 3), состоящий из изобары  $A \rightarrow B$ , изохоры  $B \rightarrow C$  и адиабаты  $C \rightarrow A$ .

**2.1** Укажите участки цикла, на которых работал нагреватель, т.е. газ получал теплоту от внешнего источника. Найдите количество теплоты  $Q_1$ , переданное рабочему телу от нагревателя в данном цикле.

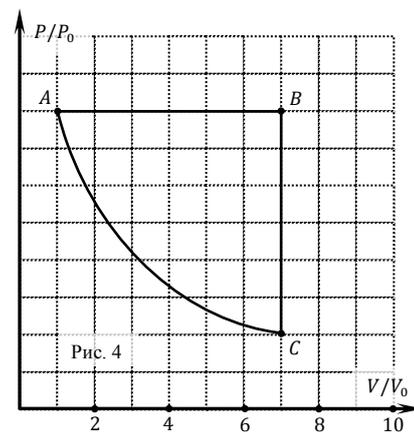
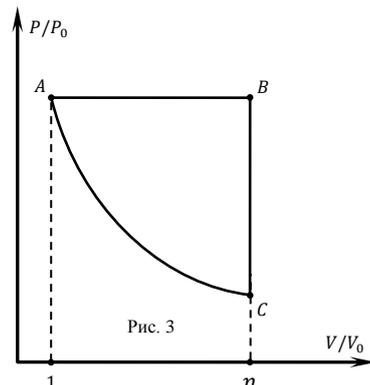
**2.2** Используя ранее полученные результаты, найдите давление  $p_C$  газа в состоянии  $C$ .

**2.3** Укажите участки цикла, на которых работал холодильник, т.е. газ отдавал теплоту внешнему источнику. Найдите количество теплоты  $Q_2$ , отданное рабочим телом холодильнику в данном цикле.

**2.4** Выведите формулу для термодинамического КПД  $\eta$  данного цикла. Как значение  $\eta$  зависит от параметров  $V_A$  и  $p_A$  термодинамической системы в начальном состоянии? Как, по вашему мнению, это можно объяснить?

**2.5** Чему равен максимально возможный термодинамический КПД  $\eta_{max}$  описанного цикла?

**2.6** На Рис. 4 изображен подобный процесс в безразмерных (относительных) координатах объема и давления  $(V/V_0; p/p_0)$ , где  $V_0$  и  $p_0$  – некоторые неизвестные размерные масштабные множители. Вычислите термодинамический КПД  $\eta_1$  цикла, изображенного на Рис. 4.



**Лист ответов. Задание 10-3. Не хуже Карно**

**1.1** Формула для внутренней энергии  $U$  идеального одноатомного газа через  $c_V^M$ :

**1.2** Молярная теплоемкость идеального газа  $c_p^M$ :

**1.3** Уравнение адиабатного процесса для произвольного идеального газа в переменных  $(T, V)$  с показателем адиабаты  $\gamma = \frac{c_p^M}{c_V^M}$ :

**1.4** Уравнение адиабатного процесса для любого идеального газа в переменных  $(p, V)$ :

**1.5** Схематическая диаграмма адиабаты и изотермы:



2.1 Количество теплоты  $Q_1$ :

2.2 Давление  $p_c$ :

2.3 Участки цикла, на которых работал холодильник:

Количество теплоты  $Q_2$ :

2.4 Формула для термодинамического КПД  $\eta$  :

Как значение  $\eta$  зависит от параметров  $V_A$  и  $p_A$ ?

2.5  $\eta_{max}$ :

2.6  $\eta_1$ :



# Республиканская физическая олимпиада 2024 года (III этап)

## Теоретический тур

### 11 класс.

**Внимание! Прочтите это в первую очередь!**

1. Полный комплект состоит из трех заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.

2. Каждое задание включает условие задания и Листы ответов. Для решения задач используйте рабочие листы. Часть из них используйте в качестве черновиков. После окончания работы черновые листы перечеркните.

В чистовых рабочих листах приведите решения задач (рисунки, исходные уравнения, математические преобразования, графики, окончательные результаты). Жюри будет проверять чистовые рабочие листы. Кроме того, каждое задание включает Листы ответов. В соответствующие графы Листов ответов занесите окончательные требуемые ответы. Для построения графиков, которые требуется по условию задачи, в Листах ответов подготовлены соответствующие бланки. Графики стройте на этих бланках. Дублировать их в рабочих листах не требуется.

3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!

4. Подписывать рабочие листы запрещается.

5. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, инженерный калькулятор.

6. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.



Пакет заданий содержит:

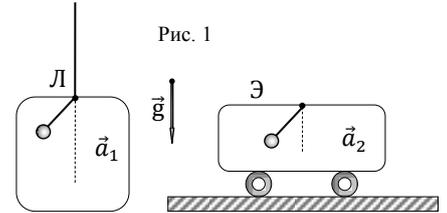
- титульный лист (1 стр.);

- условия 3 теоретических заданий с Листами ответов (8 стр.).

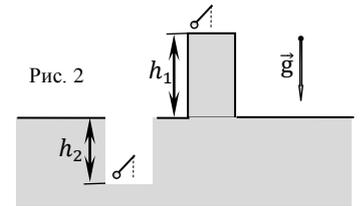
**Задание 11-1. Гармоническая разминка**

Справочные данные и параметры рассматриваемых систем: сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ,  $\pi = 3,14$ , при малых  $x$  ( $x \rightarrow 0$ ) справедливы приближенные формулы:  $(1 + x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$ ,  $\sin x \approx x$ ,  $\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$ .

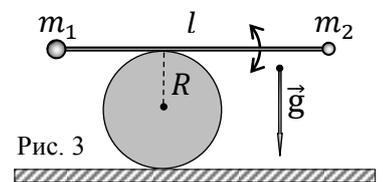
**1.1 «Разгон маятника»** Известно, что период колебаний математического маятника, подвешенного в лифте Л (Рис. 1), движущемся с ускорением  $a_1 = 1,5 \text{ м/с}^2$ , и в электричке Э, движущейся с некоторым ускорением  $a_2$ , один и тот же. Куда едет лифт? Чему равно ускорение  $a_2$  электрички?



**1.2 «Маятник в шахте»** Известно, что на горе высотой  $h_1 = 1,0 \text{ км}$  маятниковые часы (Рис. 2) начинают отставать на промежуток времени  $\tau = 14 \text{ с}$  в сутки. На какую глубину  $h_2$  необходимо опустить эти часы в шахту (см. Рис. 2), чтобы они шли также, как и на горе?



**1.3 «Непостоянная планка»** Небольшие шарики массами  $m_1$  и  $m_2$  закреплены на концах лёгкой жесткой тонкой планки длиной  $l$ . Планка с шариками покоится на поверхности неподвижного шероховатого горизонтального цилиндра радиусом  $R$  (Рис. 3). В положении равновесия планка горизонтальна и перпендикулярна оси цилиндра (на Рис. 3 показан вид со стороны торца цилиндра). Планку, приподнимая один из шариков, поворачивают на малый угол, так, что она движется по цилиндру без проскальзывания, и отпускают. После этого в системе начинаются колебания, в процессе которых планка движется в плоскости рисунка по поверхности цилиндра также без проскальзывания. Найдите период  $T$  малых колебаний планки с шариками.



**Лист ответов. Задание 11-1. Гармоническая разминка**

**1.1** Куда едет лифт?:

Ускорение  $a_2$  электрички:

**1.2** Глубина  $h_2$ :

**1.3** Формула для периода  $T$  малых колебаний планки:

### Задание 11-2. Миг невесомости

Рассмотрим механическую систему, образованную из тонкого гладкого проволочного кольца массой  $M$ , стоящего на горизонтальной плоскости (Рис. 1), и двух небольших одинаковых бусинок массой  $m$  каждая, насаженных на него. Бусинки могут скользить по кольцу без трения.

В начальный момент времени бусинки находятся вблизи верхней точки кольца (см. Рис. 1), а затем их одновременно отпускают без начальной скорости. Далее бусинки симметрично скользят по кольцу без трения, не опрокидывая его, разъезжаются, удаляясь друг от друга, и одновременно съезжаются в нижней точке кольца.

Будем характеризовать положение каждой бусинки на кольце углом  $\alpha$ , образуемым текущим радиусом кольца с вертикалью (Рис. 2). Угол  $\alpha$  измеряется в радианах (рад) и при скольжении каждой бусинки изменяется в пределах  $0 \leq \alpha \leq \pi$ .

Динамометр  $G$ , вмонтированный в горизонтальную плоскость под кольцом (см. Рис. 2), измеряет зависимость веса  $P(\alpha)$  всей механической системы от угла  $\alpha$  при скольжении бусинок по кольцу.

Сопротивлением воздуха при движении бусинок пренебречь. Ускорение свободного падения  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ .

#### Часть 1. Общая теория

В первой части задачи Вам необходимо вывести формулы для расчёта различных физических параметров системы (силы реакции  $\vec{N}$  кольца (Рис. 3), её вертикальной проекции  $N_y$ , и т.д.) от угла  $\alpha$ .

**1.1** Получите зависимость модуля силы реакции кольца  $N(\alpha) = |\vec{N}(\alpha)|$ , действующей на бусинку, от угла  $\alpha$ .

**1.2** Найдите угол  $\alpha_1$  при котором сила реакции кольца  $N(\alpha)$ , становится равной нулю, т.е. бусинка не давит на кольцо.

**1.3** Разложите силу реакции  $\vec{N}$  кольца на вертикальный и горизонтальный компоненты вдоль стандартных (декартовых осей)  $\vec{N} = \vec{N}_y + \vec{N}_x$ . Найдите зависимость вертикальной проекции  $N_y(\alpha)$  силы реакции кольца от угла  $\alpha$ .

**1.4** Введём понятие приведенной вертикальной проекции  $N_y^*$  силы реакции кольца, как функции  $N_y^*(\alpha) = N_y(\alpha)/mg$ . На выданном бланке постройте график зависимости  $N_y^*(\alpha)$  в интервале  $0 \leq \alpha \leq \pi$  с шагом по углу  $h = 0,05 \text{ рад}$ .

**1.5** Выделите характерные этапы и точки построенного графика  $N_y^*(\alpha)$  и кратко их прокомментируйте с физической точки зрения.

#### Часть 2. Работа с графиком

Во второй части задачи Вам предстоит самое сложное – применить формулы, выведенные в первой части задачи, для «расшифровки» графика, полученного с использованием встроенного динамометра  $G$

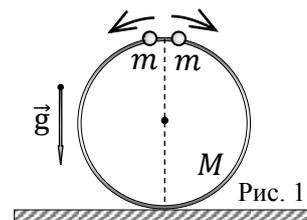


Рис. 1

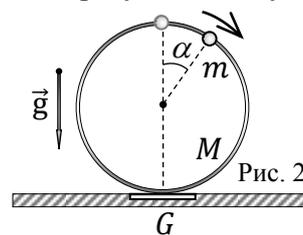


Рис. 2

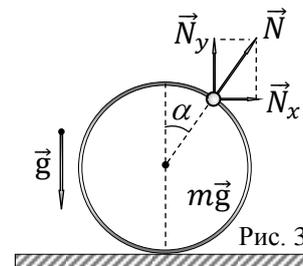
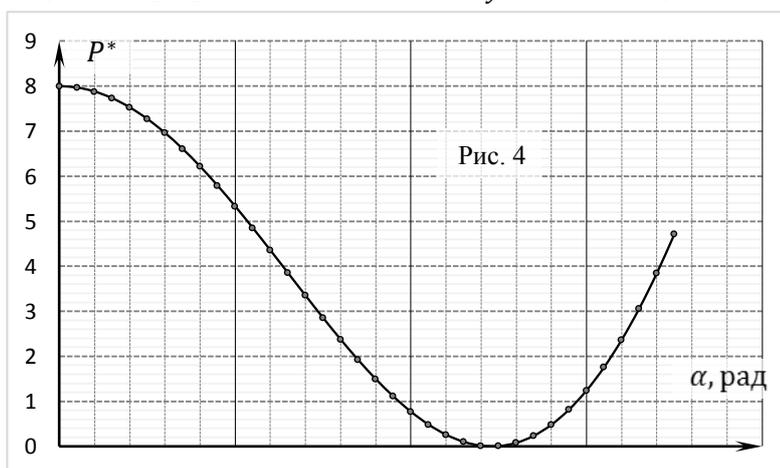


Рис. 3



(см. Рис. 2) при движении бусинок.

На графике (Рис. 4) представлена зависимость приведенного веса  $P^*(\alpha) = P(\alpha)/m_0g$  всей механической системы от угла  $\alpha$  в некотором диапазоне, где постоянная  $m_0 = 10$  г. При этом шкала делений по оси абсцисс отсутствует.

**2.1** Используя данные графика (см. Рис. 4), найдите массы бусинки  $m$  и кольца  $M$ .

**2.2** Вычислите максимальный вес  $P_{max}$  системы в процессе движения бусинок. При каком значении угла  $\alpha_5$  он достигается?

**2.3** Восстановите численные значения по оси абсцисс.

**Лист ответов. Задание 11-2. Миг невесомости**

**1.1** Зависимость модуля силы реакции кольца  $N(\alpha) = |\vec{N}(\alpha)|$ :

**1.2** Угол  $\alpha_1$ :

**1.3** Зависимость вертикальной проекции  $N_y(\alpha)$  :

**1.4** См. график на бланке в конце Листа ответов

**1.5** Характерные этапы и точки построенного графика  $N_y^*(\alpha)$  и их краткий комментарий:

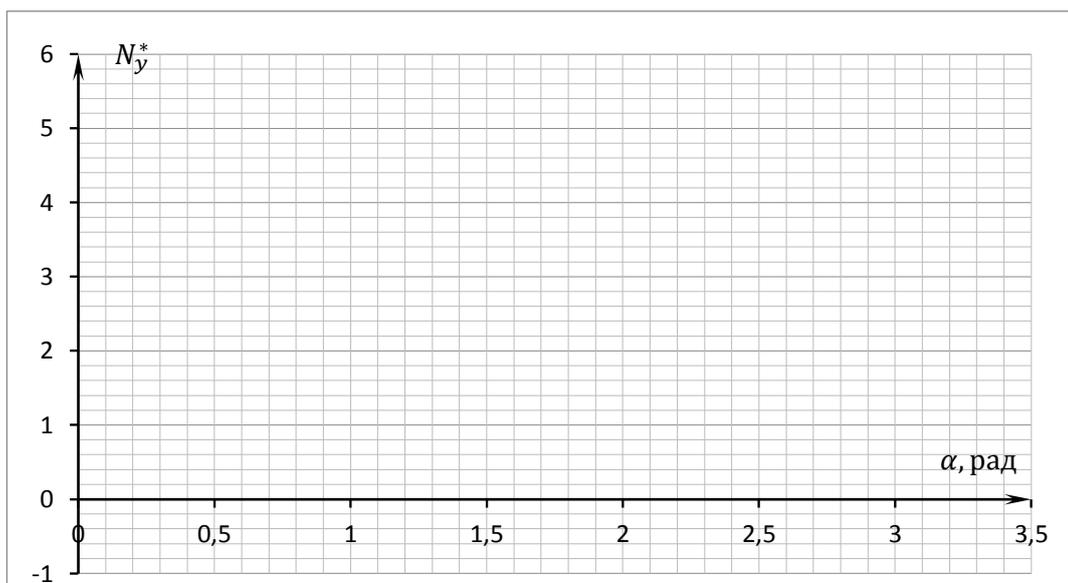
**2.1** Массы бусинки  $m$ :

Масса кольца  $M$ :

**2.2** Максимальный вес  $P_{max}$  :

**2.3** Восстановленные численные значения по оси абсцисс:

График зависимости  $N_y^*(\alpha)$  (п. 1.4)



### Задание 11-3. Прогрессивная электростатика

В современной физике широко распространены различные векторные методы решения прикладных задач. Наглядность и простота векторной алгебры, векторных диаграмм позволяют эффективно и эффективно справляться с задачами различной степени сложности.

В качестве примера рассмотрим электростатическую систему из  $n$  одинаковых маленьких положительно заряженных шариков, расположенных в вакууме в вершинах правильного  $n$  – угольника (Рис. 1).

Расстояние от центра  $O$  правильного многоугольника до любой из его вершин равно  $R$ .

Угол  $\alpha$  между соседними радиусами, проведенными из точки  $O$  к любым соседним вершинам правильного  $n$  – угольника, обозначим через  $\alpha$  (см. Рис. 1).

Величины электрических зарядов ( $q_i$ ) шариков занумеруем по часовой стрелке в том же порядке, что и шарика ( $q_1; q_2; q_3; \dots; q_{n-1}; q_n$ ) (см. Рис. 1).

Далее будем рассматривать различные варианты прогрессий, которые образуют электрические заряды ( $q_i$ ) шариков и напряженности  $\vec{E}_i$  электростатических полей, создаваемых ими в центре  $O$  правильного многоугольника.

*Справочные данные и параметры рассматриваемой системы:* электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м,  $R = 1,52$  м,  $q_0 = 151$  нКл,  $\pi = 3,14$ .

#### Часть 1. Арифметическая электростатика

**1.1** Пусть в вершинах правильного  $n$  – угольника находятся одинаковые заряды  $q_0$ , т.е. все  $q_i = q_0$ . Методом «мысленного поворота» найдите напряженность  $\vec{E}_1$  электростатического поля, создаваемого всеми зарядами, в центре  $O$  правильного многоугольника.

**1.2** Пусть теперь электрические заряды шариков ( $q_1; q_2; q_3; \dots; q_{n-1}; q_n$ ) образуют арифметическую прогрессию с первым членом  $a_1 = q_1 = q_0$  и разностью  $d = q_0$  (Рис. 2). Получите формулу для напряженности  $\vec{E}_2$  электростатического поля, создаваемого всеми зарядами, в центре  $O$  правильного многоугольника.

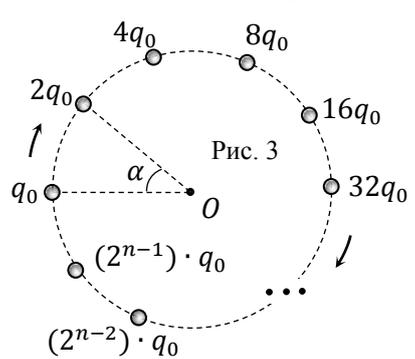
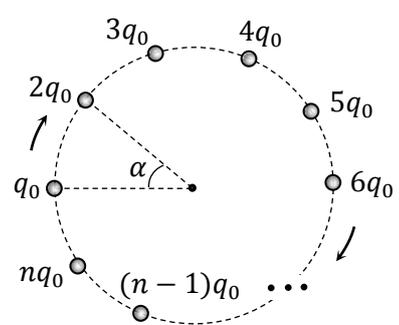
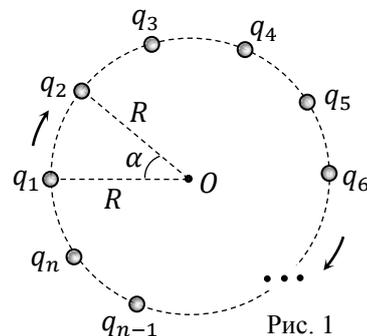
**1.3** Вычислите  $\vec{E}_2$  для правильного многоугольника, у которого вектор  $\vec{E}_2$  «нацелен» на третью вершину, в которой находится заряд  $3q_0$ .

#### Часть 2. Геометрическая электростатика

В этой части задачи величины электрических зарядов ( $q_1; q_2; q_3; \dots; q_{n-1}; q_n$ ) шариков в вершинах правильного  $n$  – угольника образуют геометрическую прогрессию (Рис. 3) с первым членом  $b_1 = q_1 = q_0$  и знаменателем  $q = 2$ .

**2.1** Найдите напряженность  $\vec{E}_0$  электростатического поля, создаваемого первым (наименьшим) зарядом  $q_1 = q_0$  в центре  $O$  правильного многоугольника.

**2.2** Выведите формулу для напряженности  $\vec{E}_3$  электростатического поля, создаваемого всеми зарядами, в центре  $O$  правильного многоугольника.



2.3 Вычислите  $\vec{E}_3$  для правильного многоугольника, у которого вектор  $\vec{E}_3$  перпендикулярен вектору  $\vec{E}_0$ .

**Лист ответов. Задание 11-3. Прогрессивная электростатика**

1.1 Напряженность  $\vec{E}_1$ :

1.2 Формула для напряженности  $\vec{E}_2$ :

1.3  $\vec{E}_2$  для правильного многоугольника, у которого вектор  $\vec{E}_2$  «нацелен» на третью вершину:

2.1 Напряженность  $\vec{E}_0$ :

2.2 Напряженность  $\vec{E}_3$ :

2.3  $\vec{E}_3$  для правильного многоугольника, у которого вектор  $\vec{E}_3$  перпендикулярен вектору  $\vec{E}_0$ :