

Условие

Задание 3. Приключения Гулливера



Книга Джонатана Свифта «Путешествия Лемюэля Гулливера в некоторые отдаленные страны света, сначала хирурга, а потом капитана нескольких кораблей», написанная в 18 веке, пользуется до настоящего времени большой популярностью.

В данном задании вам необходимо проанализировать некоторые факты первых частей этой книги (путешествие в страну лилипутов и путешествие в страну великанов) с точки зрения физики.

Для анализа примем следующие предположения: - лилипуты в $n = 10$ раз меньше Гулливера, а великаны в $n = 10$ раз больше Гулливера; - как для лилипутов, так и для великанов, сохраняются все геометрические пропорции для размеров частей тела, в той же пропорции изменяются и размеры всех предметов; - лилипуты и великаны состоят из тех же атомов и молекул, что и Гулливер, поэтому физические и химические свойства всех органов рассматриваемых существ одинаковы; - физические характеристики окружающей среды (воздуха, воды и т.д.) одинаковы во всех странах; - сила, которую может развить мышца, пропорциональна площади ее поперечного сечения.

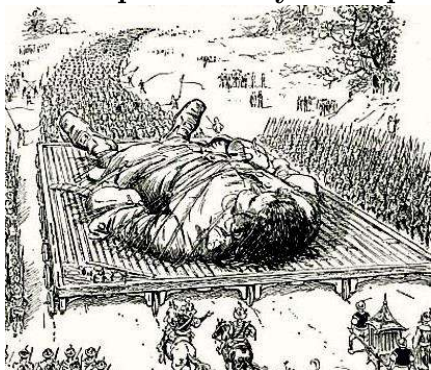
Массу Гулливера примем равной $m_0 = 80$ кг, его рост $l_0 = 180$ см.

1. Механика

1.1. Массы тел

1.1. Рассчитайте массы лилипута и великана.

1.2. Перевозка Гулливера



Примем следующие приближения: - для перевозки Гулливера на обычной платформе доста-

точно одной обыкновенной лошади; - На колеса платформы действуют силы трения качения, которые рассчитываются по формуле:

$$F = \frac{\mu}{R}mg \quad (1)$$

где m - масса перевозимого груза вместе с платформой, R - радиус колес, g - ускорение свободного падения, μ - постоянный коэффициент трения качения.

1.2 Рассчитайте, сколько «лилипутских» лошадей надо использовать, чтобы перевезти Гулливера на платформе.



1.3. Прыжки в высоту



Гулливер, прыгая с места вертикально вверх, может подпрыгнуть на высоту $h_0 = 80$ см. Это высота, на которую поднимается центр масс тела от положения центра масс в вертикальном положении стоя. Примем следующую модель прыжка: - человек приседает, а затем, развивая максимальные усилия мышц ног, выпрямляется; при этом центр масс движется вертикально (на этом этапе центр масс Гулливера поднимается на высоту $b_0 = 50$ см); сила, развиваемая мышцами ног в процессе прыжка постоянна; - после того, как человек полностью выпрямился (и достиг при этом максимальной скорости), он отрывается от земли; именно от этого положения отсчитывается высота дальнейшего «полета»; - сопротивлением воздуха следует пренебречь.

1.3 Рассчитайте, на какую высоту могут подпрыгнуть с места лилипут и великан.

2. Термодинамика

В организме любого живого существа в результате процессов жизнедеятельности происходит постоянное выделение теплоты. Можно считать, что мощность выделяющейся теплоты пропорциональна массе тела. Эта теплота, благодаря процессам теплообмена, уходит в окружающую среду. Приблизительно можно считать, что мощность теплоты, уходящей в окружающую среду, пропорциональна площади поверхности тела и разности температур тела и окружающей среды. Примем, что температура тела Гулливера при ходьбе равна $t_0 = 37^\circ\text{C}$, если температура окружающего воздуха $t_{\text{air}} = 20^\circ\text{C}$.

2.1 Рассчитайте температуры тел лилипута и великана в тех же условиях.

3. Оптика



Для обычного человека (т.е. Гулливера) расстояние наилучшего зрения равно 25 см. Если предмет находится на этом расстоянии от глаза, то на сетчатке глаза формируется четкое изображение предмета без напряжения зрачка.

3.1 Чему равны расстояния наилучшего зрения для лилипута и великана?

Решение

Задание 3. Приключения Гулливера

1. Механика

Обозначим отношение

$$\lambda = \frac{l}{l_0}, \quad (1)$$

где l - рост либо лилипута (для него $\lambda = \frac{1}{n} = 0,10$), либо великана (для него $\lambda = 10$).

1.1 Масса тела пропорциональна его объему, поэтому

$$m = m_0 \lambda^3 \quad (2)$$

Масса лилипута:

$$m = \frac{m_0}{n^3} = 80 \text{ г.} \quad (3)$$

Масса великана:

$$m = m_0 n^3 = 80 \text{ т.} \quad (4)$$

1.2 Перевозка Гулливера.

При движении телеги сила тяги лошадей преодолевает силу трения. Поэтому в обычных условиях, когда одна обычная лошадь тянет телегу с одним Гулливером, справедливо уравнение:

$$F_0 = \frac{\mu}{R_0} m_0 g \quad (5)$$

Если сила, развиваемая обычной лошадью равна F_0 , то сила «лилипутской» лошади равна $F_0 \lambda^2$ (так как она пропорциональна площади поперечного сечения мышц). Поэтому для N лилипутских лошадей выполняется:

$$N F_0 \lambda^2 = \frac{\mu}{\lambda R_0} m_0 g. \quad (6)$$

Из уравнений (5)-(6) следует, что

$$N = \frac{1}{\lambda^3} = n^3 = 1000. \quad (7)$$

1.3 Прыжки в высоту.

Используем закон сохранения энергии (работа мышц равна изменению потенциальной энергии тела):

$$F_0 b_0 = m_0 g (b_0 + h_0). \quad (8)$$

Аналогичное уравнение для лилипута (великана) имеет вид

$$(\lambda^2 F_0)(\lambda b_0) = \lambda^3 m_0 g (\lambda b_0 + h). \quad (9)$$

Из этих уравнений следует:

$$(\lambda b_0 + h) = (b_0 + h_0) \Rightarrow h = h_0 + (1 - \lambda)b_0. \quad (10)$$



Поэтому высота прыжка лилипута равна

$$h_1 = h_0 + (1 - \lambda)b_0 = (80 - 0,9 \cdot 50) \text{ см} = 35 \text{ см}. \quad (11)$$

Если мы применим формулу (10) для великана, то получим

$$h_2 = h_0 + (1 - \lambda)b_0 = (80 - 9 \cdot 50) \text{ см} = -3,7 \text{ м}. \quad (12)$$

Однако, этот ответ не верный! Из уравнения (8) следует, то сила ног Гулливера равна

$$F_0 = m_0 g \frac{(b_0 + h_0)}{b_0} \approx 2,6 m_0 g. \quad (13)$$

Тогда сила ног великана равна

$$F_2 = n^2 m_0 g \approx 260 m_0 g,$$

А сила тяжести

$$m_2 g = n^3 m_0 g = 1000 m_0 g,$$

что превышает силу ног. Поэтому великан не сможет поднять себя – он подпрыгнуть вообще не сможет!

3.2 Термодинамика.

Условие теплового баланса для Гулливера имеет вид:

$$w m_0 = \beta S_0 (t_0 - t_{\text{air}}) \quad (14)$$

где w - средняя мощность теплоты, выделяемой единицей массы тела, β - коэффициент теплоотдачи с единицы площади поверхности тела.

Запишем аналогичное уравнение для лилипута (великана):

$$w \lambda^3 m_0 = \beta \lambda^2 S_0 (t - t_{\text{air}}) \quad (15)$$

Из этих уравнений следует

$$t = t_{\text{air}} + \lambda(t_0 - t_{\text{air}}) \quad (16)$$

Численные значения температур: Лилипута:

$$t \approx 22^{\circ}. \quad (17)$$

Великана:

$$t \approx 190^{\circ}. \quad (18)$$

Понятно, что в этих условия никто не выживет: лилипут замерзнет, великан перегреется!

3.4 Оптика

Так как в законы геометрической оптики входят только линейные величины (длины, расстояния, радиусы кривизны), то все они должны изменяться пропорционально друг другу. Поэтому расстояние наилучшего зрения будет равно 2,5 см для лилипута и 250 см для великана.