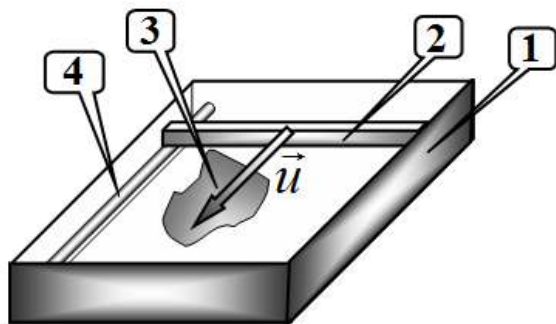


Условие

Сканирование движущихся объектов.

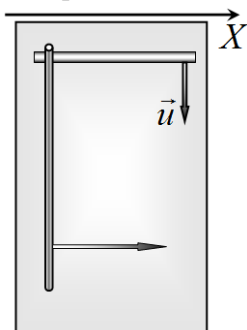
Часть 1. Сканер – стробоскоп.

Принцип работы сканера известен (см. рис): в прямоугольном корпусе 1 по направляющим 4 с постоянной скоростью движется считывающая каретка 2, которая освещает узкой полоской света находящуюся сверху рабочую прозрачную поверхность, на которой находится сканируемый объект 3. Получаемое при этом изображение заносится в память компьютера.



Скорость движения каретки постоянна и равна $u = 30 \text{ мм/с}$. На рисунках стрелкой указано направление движение каретки сканера.

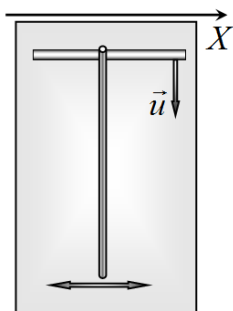
А если сканируемый объект движется? В этом случае части (узкие освещаемые полосы) будут зафиксированы в тот момент, когда под ними проходит считывающая каретка, соответственно изображение объекта будет искажено. Однако эти искаженные изображения можно использовать для изучения законов движения тел, перемещающихся вблизи рабочей поверхности сканера.



1.1 Скатывание стержня

Сканер слегка наклонили и положили на его рабочую поверхность круглый стержень. Стержень скатывается в направлении, перпендикулярном направлению движения каретки. На рис. 1 приведена фотография скатывающегося стержня. **Цена деления сетки – 5,0 мм.**

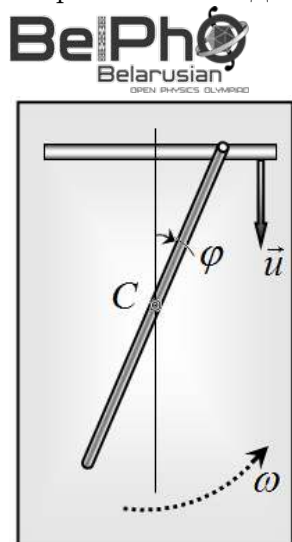
1.1.1 Укажите на этом рисунке направление движения стержня. 1.1.2 Покажите, что движение стержня можно считать равноускоренным. 1.1.3 Найдите ускорение стержня. Оцените погрешность найденного значения.



1.2 Поступательное колебание стержня.

Тяжелый металлический стержень, подвешенный на длинных нитях, колеблется поступательно (то есть без вращения) вблизи рабочей поверхности сканера (см. рис). Направление колебаний стержня перпендикулярно направлению движения каретки. Положение стержня определяется координатой x , ось которой показана на рисунке. На рис. 2 показана получившаяся фотография колеблющегося стержня. На этом же рисунке – полоска миллиметровой бумаги.

1.2.1 Определите период колебаний стержня с максимально возможной точностью. Оцените погрешность найденного значения.



1.3. Вращение стержня

Стержень вращается вокруг неподвижной вертикальной оси C над рабочей поверхностью сканера. Фотография движения приведены на рис. 3. *Цена деления сетки — 5,0 мм.*

1.3.1 Определите графически положение оси вращения стержня C . Укажите, в какую сторону вращается стержень. 1.3.2 Определите среднюю угловую скорость вращения стержня ω с максимально возможной точностью. Оцените погрешность найденного значения.

Часть 2. Телевизор-стробоскоп.

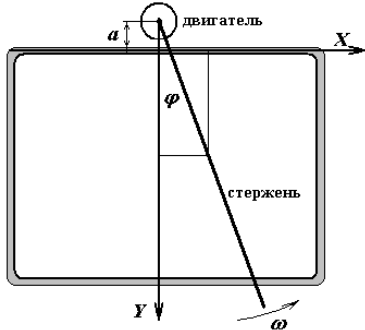
Большие возможности для изучения периодических процессов представляет экран телевизора, который может выступать как пространственный стробоскоп.

Дело в том, что каждая точка экрана телевизора высвечивается в определенный момент времени, а именно тогда, когда на нее попадает электронный луч кинескопа. Изображение формируется как затемнение, т.е. перекрытие излучения от точки луча электронно-лучевой трубки предметом (или его частью). Поэтому мы видим движущийся на фоне экрана предмет не мгновенно и целиком: его различные части высвечиваются в разные моменты времени, поэтому видимое изображение может сильно отличаться от реальной формы движущегося

предмета!

Изображение на экране телевизора формируется с помощью кадровой и строковой развертки. Время развертки одного кадра: $T_0 = 0,02\text{с}$ (25 кадров в секунду).

Можно считать, что один кадр состоит из 312 горизонтальных строк, вдоль которых равномерно движется луч, временем перехода луча к началу следующей строки можно пренебречь. Считайте, что на всех фотографиях экран телевизора изображен полностью.



2.1 Равномерное вращение стержня, ось вращения сверху от экрана.

Для проведения этого эксперимента мы прикрепили длинный прямой стержень к валу электродвигателя, который расположили над экраном телевизора. При достаточно быстром вращении стержня на фоне экрана телевизора наблюдалось несколько изображений положений стержня, причем каждое из них оказалось изогнутым (Рис.5).

2.1.1 Используя фотографию вращающегося стержня, определите с максимально возможной точностью угловую скорость вращения стержня. Оцените погрешность найденного значения.



2.2 Колебания вертикально расположенной струны.

Струна натянута вертикально и совершает поперечные колебания в горизонтальном направлении на фоне экрана телевизора. Колебания струны описываются функцией:

$$X(t, y) = A \sin\left(\pi \frac{y}{L}\right) \cos(\omega t),$$

где L — высота экрана телевизора.

На фото 5 приведено полученное изображение этой струны.

2.2.1 Используя приведенную фотографию, рассчитайте частоту колебаний струны. Оцените погрешность найденного значения.



Решение

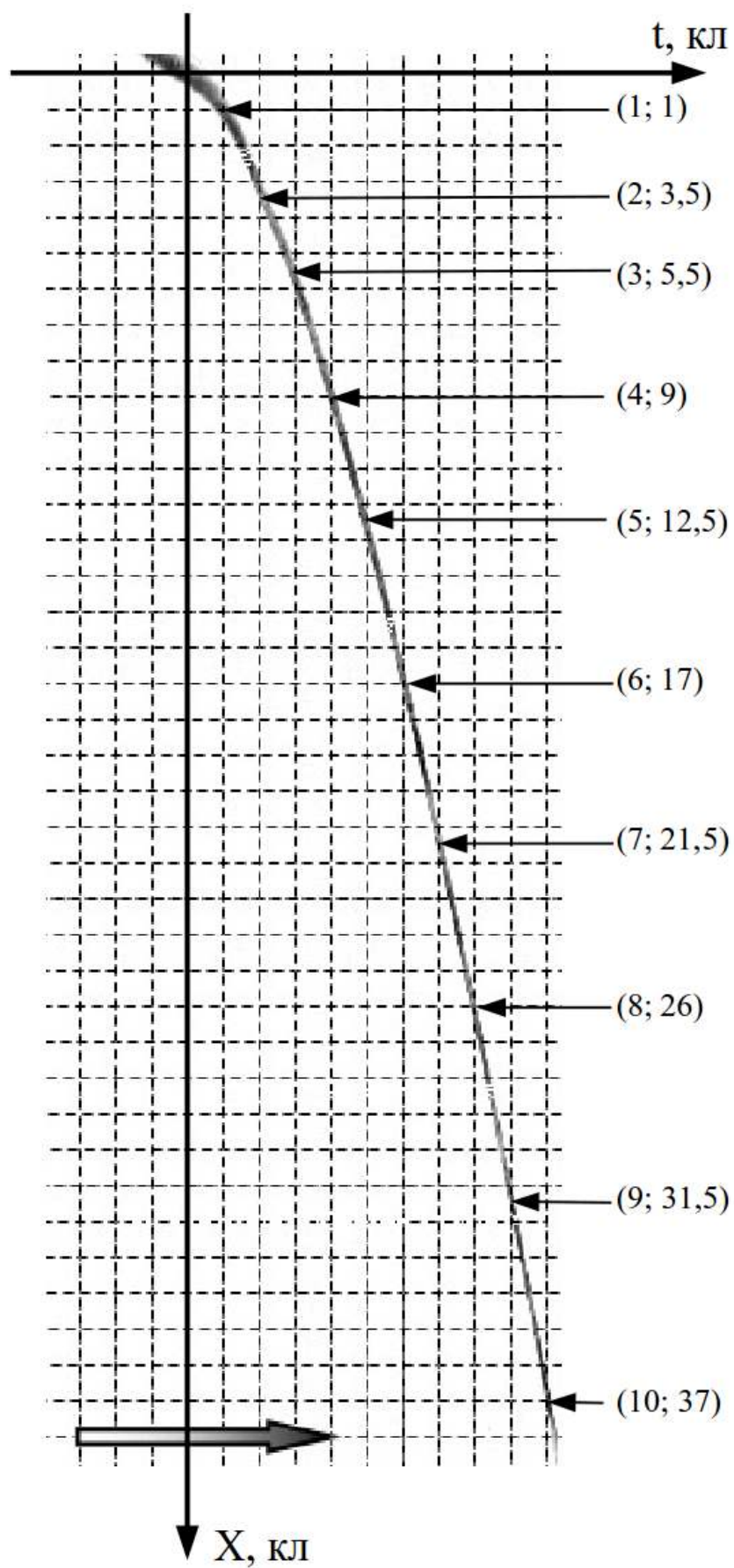
Сканирование движущихся объектов.

Часть 1. Сканер – стробоскоп.

1.1 – 1.3 Скатывание стержня Стержень движется вниз. Прямо на рисунке размечаем оси координат (причем и координата и время измеряются в «клеточках»). Результаты в Таблице 1.

Таблица 1.

t	x	x/t
1	1,0	1,00
2	3,5	1,75
3	5,5	1,83
4	9,0	2,25
5	12,5	2,50
6	17,0	2,83
7	21,5	3,07
8	26,0	3,25
9	31,5	3,50
10	37,0	3,70



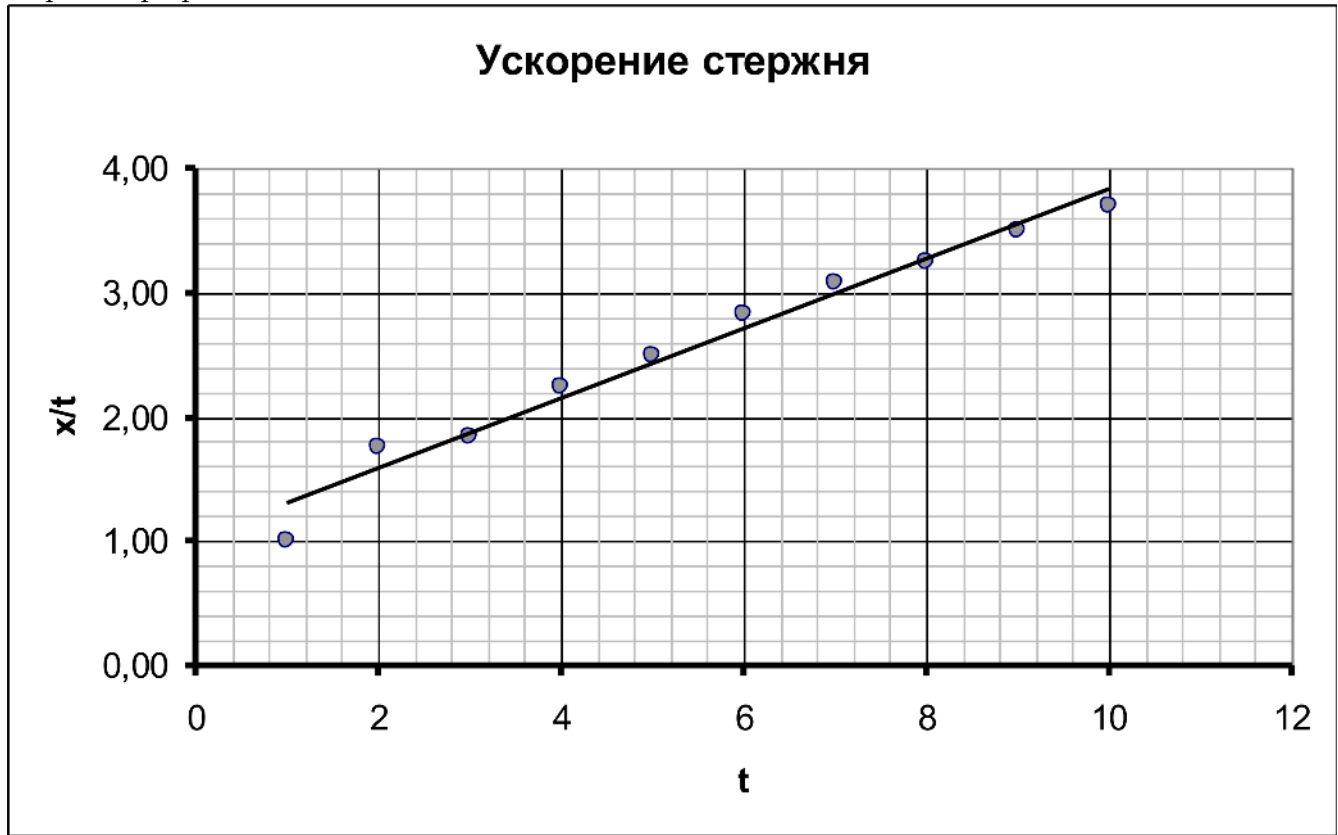
Закон равноускоренного движения

$$x = v_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (1)$$

Приводится к линейному виду очевидным преобразованием

$$\frac{x}{t} = v_0 + \frac{at}{2}. \quad (2)$$

Строим график этой зависимости.



Находим наклон графика

$$K = (0,28 \pm 0,03) \frac{\text{клетка}}{\text{клетка}^2},$$

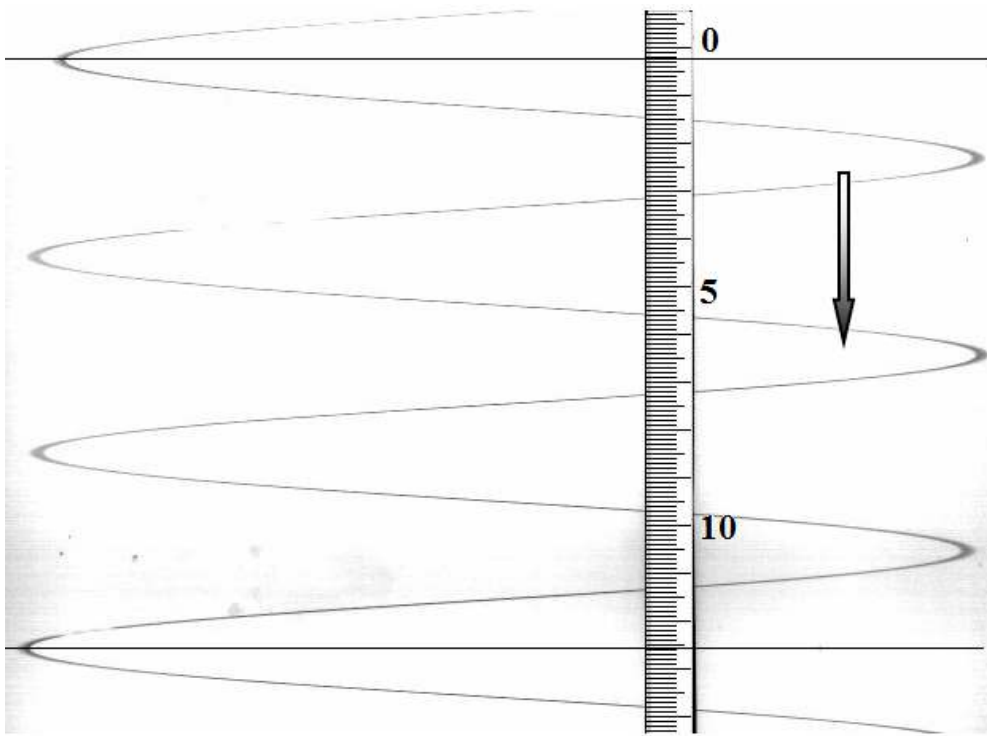
Тогда в соответствии с функцией (2) ускорение стержня равно

$$a = (0,56 \pm 0,06) \frac{\text{клетка}}{\text{клетка}^2} = (0,56 \pm 0,06) \frac{5 \text{ мм}}{\left(\frac{5 \text{ мм}}{30 \frac{\text{мм}}{c}}\right)^2} = (0,10 \pm 0,01) \frac{\text{м}}{c^2}. \quad (3)$$

1.2 Поступательное колебание стержня.

На рисунке фактически — закон движения стержня. Поэтому просто измеряем время 4 колебаний, тогда период колебаний

$$T = \frac{1}{4} \frac{(124 \pm 2) \text{ мм}}{30 \frac{\text{мм}}{c}} = (1,03 \pm 0,02) c$$



1.3. Вращение стержня

Вертикальная линия на рисунке, во-первых, соответствует вертикальному положению стержня; во-вторых, является осью времени (в «клеточках»)

Точки пересечения «изображений» чередуются через половину оборота.

По рисунку снимаем их координаты и строим соответствующий график.

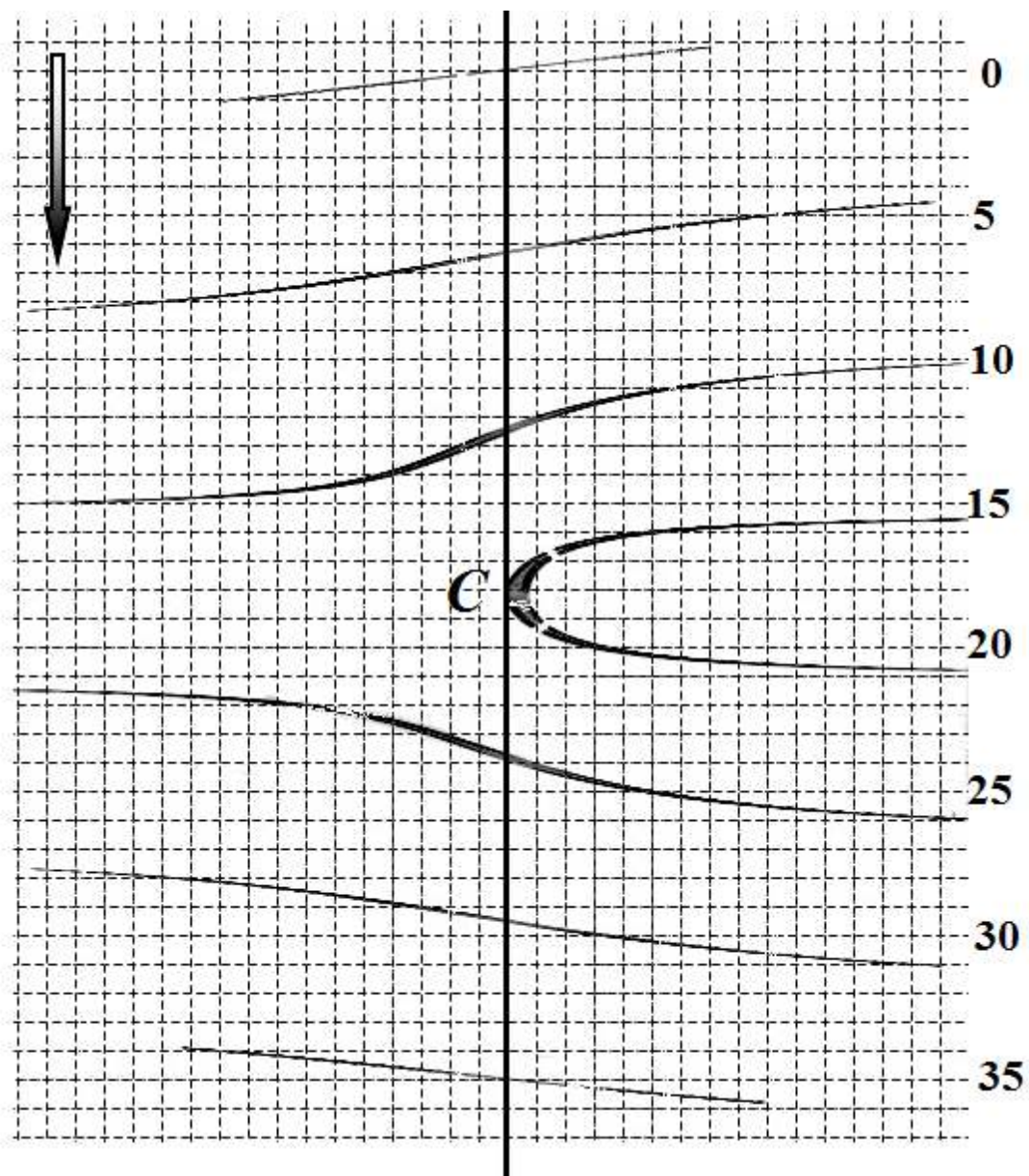
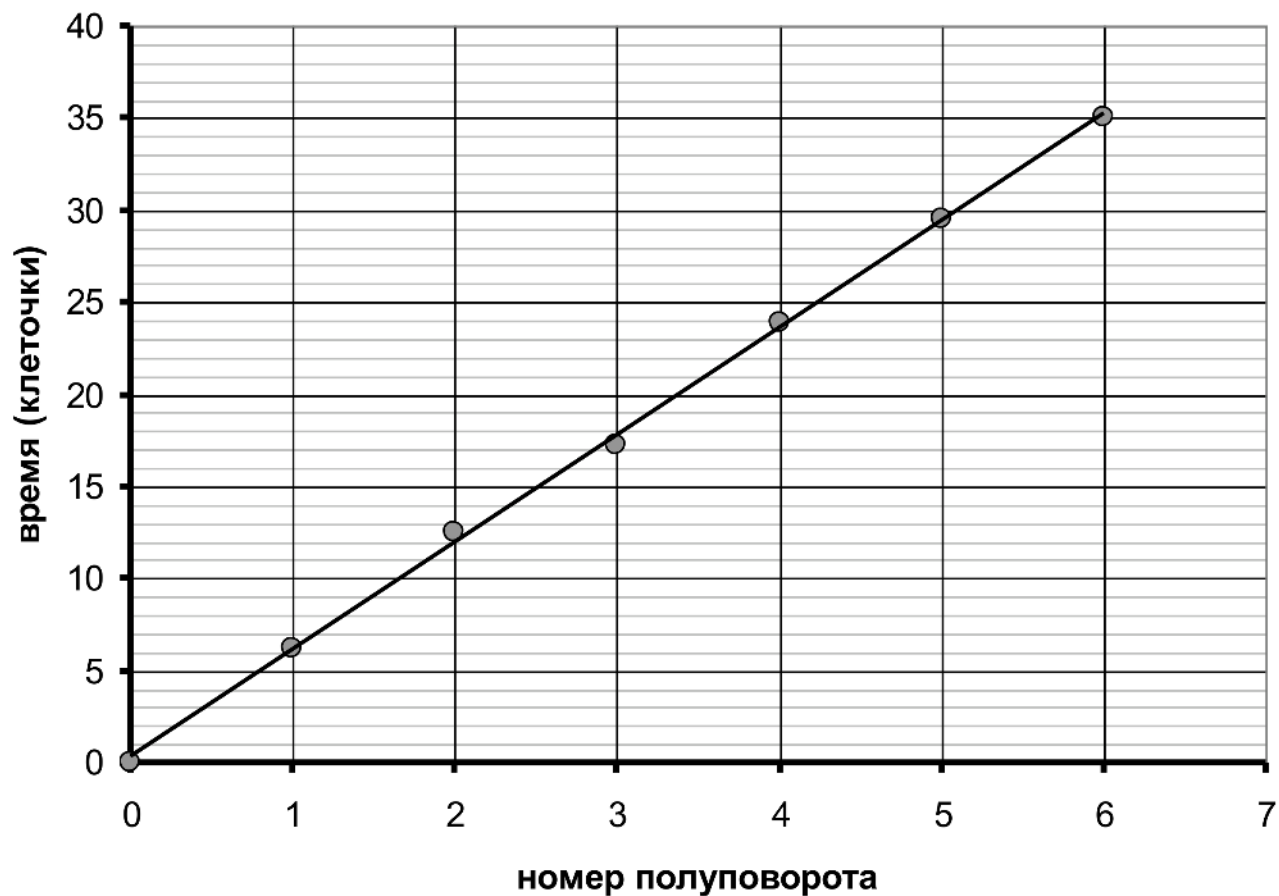


Таблица 2. Вращение стержня

n	t_n
0	0,0
1	6,2
2	12,5
3	17,2
4	23,9
5	29,5
6	35,0

Вращение стержня



По графику находим время одного полуоборота

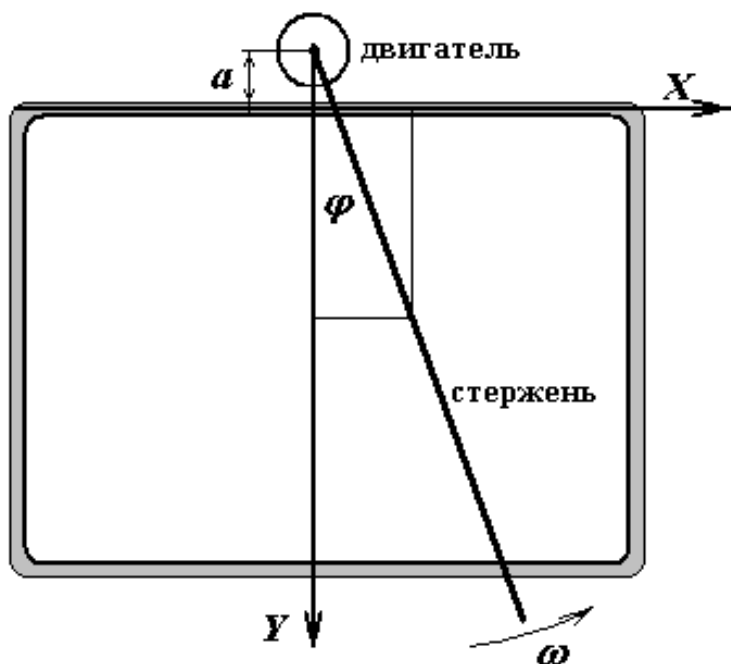
$$T_{1/2} = (5,8 \pm 0,2) \text{ клетки}$$

Поэтому время одного оборота

$$T = 2T_{1/2} = 2 \cdot (5,8 \pm 0,2) \frac{5 \text{ мм}}{30 \frac{\text{мм}}{c}} = (1,93 \pm 0,07)c$$

Угловая скорость

$$\omega = (3,25 \pm 0,11) \frac{\text{рад}}{c}.$$



Часть 2. Телевизор-стробоскоп.

Обозначим расстояние от оси вращения до верхнего края экрана a . В этой системе положение стержня описывается уравнением - положение стержня описывается функцией

$$X = (Y + a) \operatorname{tg}(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где φ_0 - случайный начальный угол поворота стержня; - закон движения луча по вертикали

$$Y = \frac{Y_{\max}}{T_0} t. \quad (2)$$

Из этих уравнений находим функцию, описывающую изображение стержня на экране:

$$X = (Y + a) \operatorname{tg}\left(\omega T_0 \frac{Y}{Y_{\max}} + \varphi_0\right). \quad (3)$$

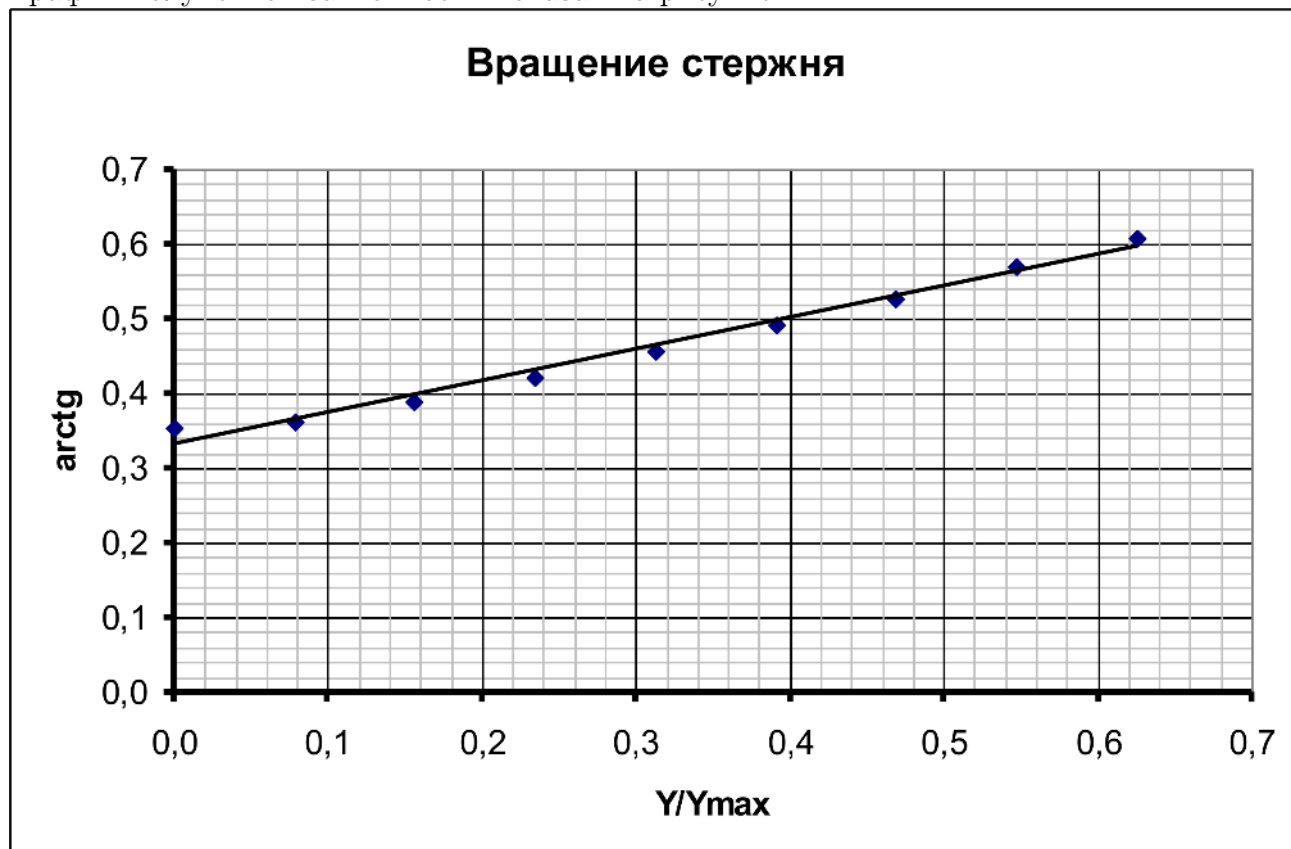
Эта функция допускает линеаризацию:

$$\operatorname{arctg} \frac{X}{Y + a} = \omega T_0 \frac{Y}{Y_{\max}} + \varphi_0. \quad (4)$$

Результаты измерений координат, а также необходимые расчеты приведены в таблице. Значения параметров (измерены по рисунку) $a = 1,9\text{см}$, $Y_{\max} = 12,9\text{см}$

$Y, \text{ см}$	$X, \text{ см}$	$Y/Y_{\max}$	$\operatorname{arctg} \frac{X}{Y+a}$
0,0	0,7	0,000	0,353
1,0	1,1	0,078	0,363
2,0	1,6	0,156	0,389
3,0	2,2	0,234	0,422
4,0	2,9	0,313	0,457
5,0	3,7	0,391	0,492
6,0	4,6	0,469	0,527
7,0	5,7	0,547	0,570
8,0	6,9	0,625	0,609

График полученной зависимости показан на рисунке.



Коэффициент наклона графика, рассчитанный по МНК равен

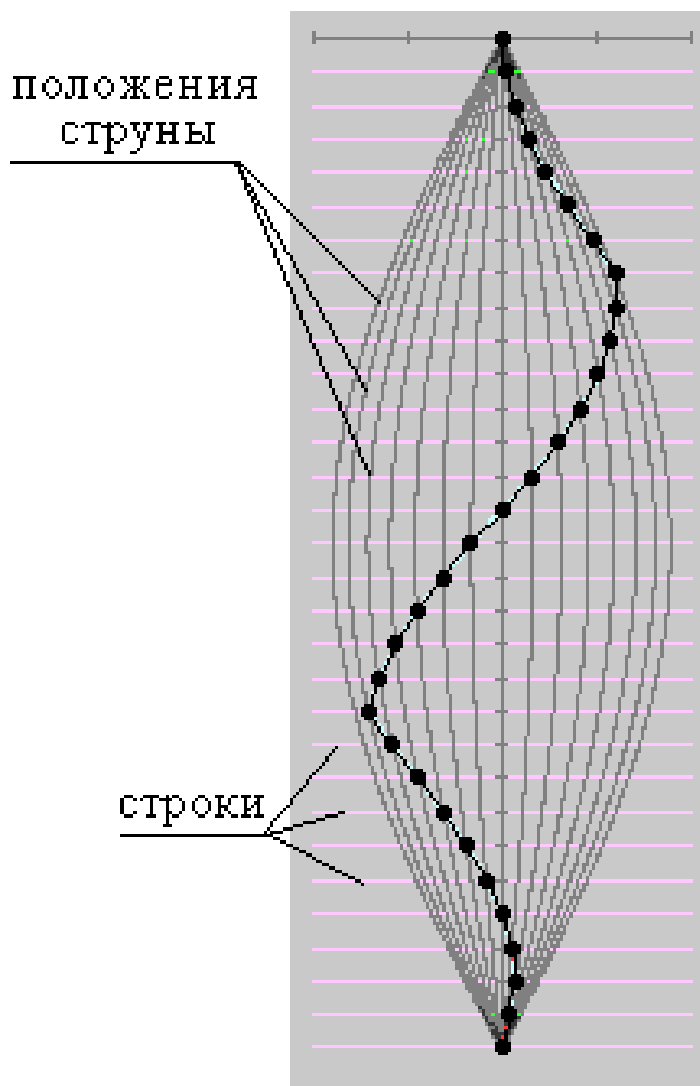
$$K = \omega T_0 = 0,42 \pm 0,04$$

Следовательно, угловая скорость вращения стержня равна

$$\omega = (21 \pm 2)c^{-1}.$$

2.2 Колебания вертикально расположенной струны.

Рисунок иллюстрирует механизм получения изображения струны.



Приведенная фотография не позволяет провести измерения с достаточной точностью. Поэтому по виду изображения можно заключить, что за время воспроизведения одного кадра струна совершила половину полного колебания. Поэтому можно оценить период колебания струны

$$T = 2T_0 = 0,04\text{с},$$

а частота колебаний $\nu = 25$ Гц.