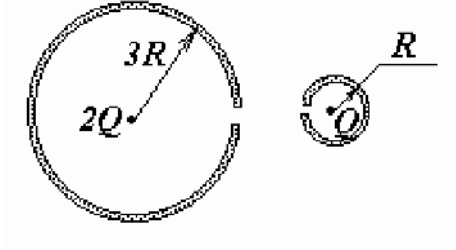


Условие

10-3. Две удаленные друг от друга проводящие сферы, внешние радиусы которых R и $3R$, имеют толщину стенок $R/20$. В центры сфер помещены заряды Q и $2Q$. Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы поменять местами эти заряды (в стенках для этой цели предусмотрены маленькие отверстия)?



Решение

10-3. Поле точечного заряда помещенного в центре проводящей сферы некоторой толщины, отличается от поля точечного заряда только в областях нахождения проводника: там оно «съедено» (вспомните принцип электростатической защиты). Таким образом, энергия полей в двух случаях отличаются только на энергию указанной области.

В условии задачи даны достаточно тонкие сферы – поэтому можно упростить расчет, считая плотность энергии поля постоянной по всему объему. В нашем случае:

$$\Delta W = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} V = \frac{\varepsilon_0}{2} \left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \right]^2 4\pi R^2 \Delta R.$$

$$W_{\text{нан}} = W_Q + W_{2Q} - \frac{\varepsilon_0}{2} \left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \right]^2 4\pi R^2 \cdot \Delta R - \frac{\varepsilon_0}{2} \left[\frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 9R^2} \right]^2 4\pi 9R^2 \Delta R.$$

$$W_{\text{кон}} = W_Q + W_{2Q} - \frac{\varepsilon_0}{2} \left[\frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \right]^2 4\pi R^2 \Delta R - \frac{\varepsilon_0}{2} \left[\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 9R^2} \right]^2 4\pi 9R^2 \Delta R,$$

где ΔW – величина «съеденной» энергии поля, $W_{\text{нан}}$ и $W_{\text{кон}}$ соответственно начальное и конечное значение энергии системы. Согласно закону сохранения энергии:

$$W_{\text{кон}} = W_{\text{нан}} + A,$$

где A – искомое значение зарядов минимальной работы по перестановке местами. В нашем случае:

$$A = -\frac{Q^2}{60\pi\varepsilon_0 R}.$$