

Условие

10-4. Тело движется в положительном направлении оси X так что его скорость обратно пропорциональна координате $u = b/x$, где b – известная постоянная величина. За какое время тело переместится из точки с координатой x_1 в точку с координатой x_2 ?

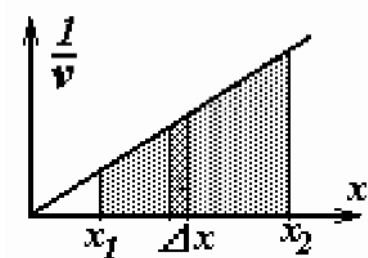
Решение

10-4. Данный вид движения не является ни равномерным, ни равноускоренным. Прямой ход решения содержит операцию интегрирования -материал, прием недоступный десятиклассникам:

$$t = \int_{t_1}^{t_2} dt = \left\{ \begin{array}{l} dt = \frac{dx}{v} = \frac{xdx}{b} \\ v = \frac{b}{x} \end{array} \right\} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{xdx}{b} = \frac{1}{b} \frac{x^2}{2} \Big|_{x_1}^{x_2} = \frac{x_2^2 - x_1^2}{2b}. \quad (1)$$

Для решения задачи без применения интегрирования, необходимо построить график зависимости величины, обратной скорости, от расстояния, т.е. зависимость $\frac{l}{v}(x)$:

$$\frac{l}{v}(x) = \frac{x}{b}$$



Рассматривая отмеченный на рисунке элементарный столбик, видим, что его площадь численно равна времени, которое требуется, чтобы преодолеть участок пути Δx_i

$$\Delta t_i = \Delta x_i \cdot \frac{l}{v_i} = \Delta x_i \cdot \left(\frac{x_i}{b} \right);$$

Таким образом, площадь трапеции, затонированной на рисунке, и даст нам искомое время движения тела:

$$t = \sum_i \Delta t_i = \sum \Delta S_i = (x_2 - x_1) \frac{l}{2} \left(\frac{x_2 + x_1}{b} \right) = \frac{x_2^2 - x_1^2}{2b}.$$