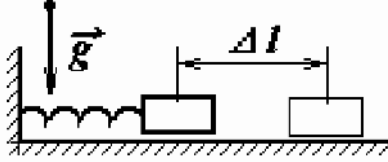


Условие

10-5. На горизонтальной поверхности расположен брусок массой $m = 0,10$ кг, прикрепленный к вертикальной стенке с помощью пружины жесткостью $k = 1,0$ Н/м. Коэффициент трения бруска о поверхность $\mu = 0,50$. Пружину растянули на величину $\Delta l = 8,3$ см и отпустили. Найти конечное положение бруска. Сколько раз он пройдет через точку, соответствующую недеформированному состоянию пружины? Ускорение свободного падения считать равным $g = 10$ м/с².



Решение

10-5. Для решения задачи воспользуемся законом сохранения энергии с учетом отрицательной работы силы трения. Предположим, что, миновав положение равновесия, груз остановился на расстоянии Δl_1 от него. Понятно, что $\Delta l_1 < \Delta l$, т.к. работа силы трения уменьшила механическую энергию системы пружина – брусок (пружинного маятника). Работа силы трения при таком перемещении:

$$A_{\text{тр}} = -\mu mg(\Delta l + \Delta l_1)$$

Она же равна изменению механической энергии системы:

$$A_{\text{тр}} = \Delta E^{\text{мех}} = E_2^{\text{мех}} - E_1^{\text{мех}} \Rightarrow E_1^{\text{мех}} = E_2^{\text{мех}} - A_{\text{тр}}.$$

Раскрывая выражение для механической энергии получаем:

$$\frac{k\Delta l^2}{2} = \frac{k\Delta l_1^2}{2} + \mu mg(\Delta l + \Delta l_1). \quad (1)$$

Преобразовав (1) к виду:

$$\frac{k}{2} (\Delta l^2 - \Delta l_1^2) = \frac{k}{2} (\Delta l - \Delta l_1)(\Delta l + \Delta l_1) = \mu mg(\Delta l_1 + \Delta l),$$

найдем

$$\Delta l_1 = \Delta l - \frac{2\mu mg}{k} \quad (2)$$

Представляя в (2) численные значения, получаем: $\Delta l_1 = 7,3$ см.

Рассуждая далее аналогично, заметим, что соотношение (3) сохранится и в последующем движении, только роль Δl будет играть уже Δl_1 . Таким образом, после следующего колебания он отклонится от уже на $\Delta l_2 = 6,3$ см и т.д.

Однако при малых отклонениях возможна ситуация, когда сила трения покоя сможет удерживать груз на некотором расстоянии Δl^*

$$\Delta l^* \leq \frac{\mu mg}{k} = 0,5 \text{ см}. \quad (3)$$

Это обстоятельство приведет к тому, что пройдя из положения $\Delta l_7 = 1,3$ см в положение $\Delta l_8 = 0,3$ см груз замрет в этом положении и не сможет вернуться в точку равновесия. Таким

образом, будучи отведенным вправо, груз совершит 8 «переходов» через начальное положение и остановится в 0,3 см правее его.

Анализируя (3) видим, что поведенный вариант решения справедлив при слабом трении, т.е. когда:

$$\Delta l \gg \frac{2\mu mg}{k}.$$

Например, при $\Delta l = \frac{2\mu mg}{k}$, груз вернется точно в положение равновесия и остановится там. А что будет в случае, если

$$\frac{\mu mg}{k} < \Delta l < \frac{2\mu mg}{k}.$$

Здесь, при решении необходимо учесть, что груз может остановиться и не дойдя до положения равновесия, т.е. закон сохранения энергии примет несколько иной вид:

$$\frac{k\Delta l^2}{2} = \frac{k\Delta l_1^2}{2} + \mu mg(\Delta l - \Delta l_1)$$

(сравните с (1)).

Откуда следует, что:

$$\Delta l_1 = \frac{2\mu mg}{k} - \Delta l.$$

В этом случае груз остановится на расстоянии Δl_1 , так ни разу добравшись до положения равновесия.

Наконец, если начальное смещение таково, что

$$\Delta l < \frac{\mu mg}{k},$$

то груз не сдвинется с места, поскольку силы трения покоя удержит его.

Подобные затухающие механические колебания отражают общие закономерности затухающих колебаний: их энергия переходит в теплоту (или иные формы энергии), предельное смещение после каждого колебания уменьшается по отношению к предыдущему, период этих колебаний больше периода свободных колебаний (из-за тормозящего действия силы трения).

