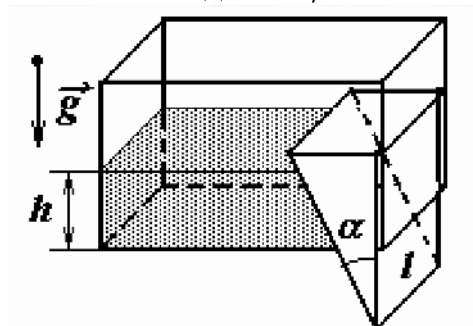


Условие

9-3. В углу аквариума находится клин массой M с углом при вершине α , который может скользить вдоль вертикальной стенки. Какой максимальный уровень воды установится в аквариуме, если коэффициент трения клина о вертикальную стенку μ ? Ширина клина l , плотность жидкости ρ .

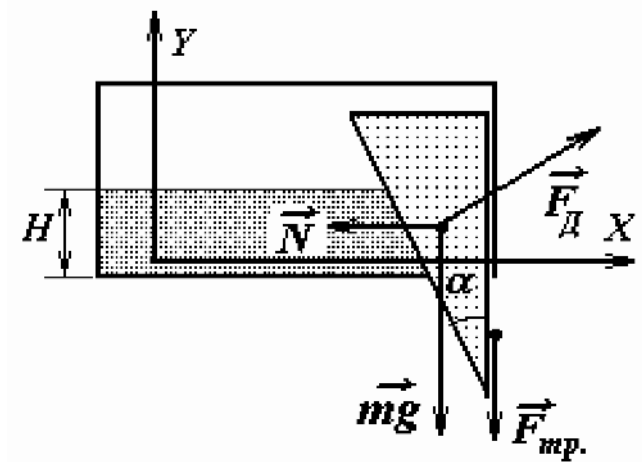


Решение

9-3. Пусть в рассматриваемый момент уровень воды в аквариуме равен H . Тогда среднее давление жидкости на клин $P_{\text{ср}} = \frac{1}{2}\rho gH$, соответственно средняя сила давления

$$F_{\text{Д}} = \frac{1}{2}\rho ghl \frac{h}{\cos \alpha}, \quad (1)$$

где l — ширина клина. Сила $\vec{F}_{\text{Д}}$ стремится приподнять клин, а силы тяжести и трения препятствуют этому. Понятно, что если при некотором значении H клин все же будет приподнят, таким образом вода начнет выливаться из аквариума и клин опуститься.



Таким “автоколебательным” режимом и будет установлен возможный максимальный уровень жидкости в аквариуме. Условие равновесия клина

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр.}} + \vec{F}_{\text{Д}} + \vec{N} = \vec{0}. \quad (2)$$

Атмосферным давлением, обратите внимание, мы, записывая (2), пренебрегли. Подумайте самостоятельно, почему оно не вошло в значение $P_{\text{ср}}$. В проекциях на оси OX и OY

$$F_{\text{Д}} \cos \alpha = N, \quad (3)$$

$$F_{\text{Д}} \sin \alpha = mg + F_{\text{тр.}} \quad (4)$$

В предельном случае (клин начинает подниматься)

$$F_{mp} = \mu N = \mu F_{\text{Д}} \cos \alpha.$$

И из (3)-(4) следует:

$$F_{\text{Д}} = \frac{mg}{\sin \alpha - \mu \cos \alpha} = \frac{1}{2} \rho g \frac{l}{\cos \alpha} H^2,$$

откуда и получаем окончательный ответ

$$H = \sqrt{\frac{2mg}{\rho gl(\operatorname{tg} \alpha - \mu)}}. \quad (5)$$

Выясним, всегда ли справедлив ответ в форме (5). Подкоренное выражение не может быть отрицательным, поэтому сразу отмечаем, что (5) имеет смысл при $\mu < \operatorname{tg} \alpha$. Физически это означает, что клин может быть поднят только не при очень сильном трении. А как быть при $\mu \geq \operatorname{tg} \alpha$? Понятно, что в этом случае условие (4) будет выполнено при значении силы трения F_{mp} меньше предельного (т. е. трением покоя). И воды, следовательно, можно налить сколько

угодно в аквариум — ее максимальный уровень уже будет определяться иными причинами (например, высотой стенок).