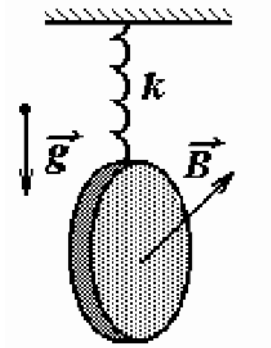


Условие

11-4. Определите частоту малых колебаний металлического диска массой m , толщиной d и радиусом R ($R \gg d$), подвешенного на пружине жесткостью k и помещенного в однородное магнитное поле с индукцией B . Вектор индукции лежит в плоскости диска и направлен горизонтально. Силу тяжести не учитывать.



Решение

11-4. Попробуем разобраться в сущности проходящих процессов. При движении проводника в магнитном поле на свободные заряды в проводнике действует сила Лоренца, которая заставляет заряды двигаться перпендикулярно векторам индукции магнитного поля $\vec{B}$ и скорости проводника. Наличие этой силы приводит к тому, что на поверхности проводника возникают заряды. Такое движение зарядов будет продолжаться до тех пор, пока сила электрического поля, созданного индуцированными зарядами, не будет компенсировать силу Лоренца. Для металлов время установления такого равновесия чрезвычайно мало ($\approx 10^{-14} \text{ с}$). Поэтому можно считать, что поверхностная плотность индуцированных зарядов σ все время соответствует скорости движения проводника v (даже если скорость проводника изменяется). Найдем это соответствие. Сила Лоренца $F_{\text{л}} = evB$. Сила электрического поля $F_{\text{эл}} = eE = e\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$.

Поэтому

$$\sigma = \varepsilon_0 v B. \quad (1)$$

Так как скорости проводника изменяется, таким образом изменяется и величина σ . Изменение поверхностной плотности заряда обусловлено электрическим током внутри проводника. Сила этого тока

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = S \frac{\Delta \sigma}{\Delta t} = S \varepsilon_0 B \frac{\Delta v}{\Delta t} = S \varepsilon_0 B a,$$

где $S = \pi R^2$ — площадь диска, а a — его ускорение.

Наличие тока приводит к тому, что на диск действует сила Ампера F_A , направленная вертикально. Причем

$$F_A = IBd = S \varepsilon_0 dB^2 a.$$

Тогда уравнение движения диска имеет вид

$$ma = -kx - S \varepsilon_0 dB^2 a$$

или

$$a = -\frac{k}{m + S \varepsilon_0 B^2} x.$$

Как видите, это есть уравнение гармонических колебаний, поэтому частота колебаний

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m + Sd\varepsilon_0 B^2}}.$$

Решение этой задачи может вызвать много ассоциаций: например, диск можно рассматривать как конденсатор; интересно рассмотреть влияние потерь энергии вследствие выделения джоулевой теплоты. Остановимся на анализе величины

$$m_{\text{эф}} = Sd\varepsilon_0 B^2.$$

Эта величина имеет размерность массы. Что же это за масса? Обратите внимание, что напряженность электрического поля внутри диска $E = \nu B$, поэтому $m_{\text{эф}} = \frac{Sd\varepsilon_0 E^2}{\nu^2} = \frac{2W}{\nu^2}$, где $W = V \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ — энергия электрического поля внутри диска, а последнее выражение можно представить в привычной форме $W = \frac{m_{\text{эф}} \nu^2}{2}$. Иными словами, мы можем приписать некоторую эффективную массу самому электромагнитному полю. Поразмышляйте на эту тему.