

Условие

11-2. Сверхпроводящее кольцо радиусом R изготовлено из проволоки с площадью поперечного сечения S . Концентрация электронов в данном сверхпроводнике n . Кольцо поместили в однородное магнитное поле с индукцией так, что вектор индукции оказался в плоскости кольца. Найдите силу тока в кольце после того, как его повернули на 90° так, что вектор оказался перпендикулярным плоскости кольца. Индуктивность кольца L .

Решение

11-2. При изменении магнитного потока через контур в нем появляется эдс индукции $E_{ind} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, приводящая к возникновению электрического тока. Изменяющийся электрический ток создает собственное магнитное поле, изменение которого в свою очередь приводит к возникновению эдс самоиндукции $E_{si} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$. Таким образом, закон Ома для контура будет иметь вид

$$IR = E_{ind} - E_{si}, \quad (1)$$

где I - сила тока, R - сопротивление контура. Учитывая, что контур сверхпроводящий ($R = 0$), получим

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = L\frac{\Delta I}{\Delta t}, \quad (2)$$

здесь Φ - магнитный поток внешнего поля через контур. Так как в начальный момент времени этот поток, а также сила тока равны нулю, то из уравнения (2) следует, что после поворота контура

$$I = \frac{\pi r^2 B}{L}, \quad (3)$$

где $\pi r^2 B$ - магнитный поток внешнего поля через контур после поворота рамки.

Если индуктивность контура мала, то для нахождения силы тока необходимо учитывать инерционные свойства электронов, то есть их массу. Действительно, закон Ома (1) описывает только установившийся режим тока (квазистационарное приближение), пренебрегая этапом «ускорения» электронов. Чтобы учесть это обстоятельство, запишем уравнение второго закона Ньютона для электрона

$$m\frac{\Delta v}{\Delta t} = e\frac{E_{ind} - E_{si}}{2\pi r} = \frac{e}{2\pi r}\frac{\Delta(\Phi - LI)}{\Delta t} \quad (4)$$

В этом уравнении эдс выражена как произведение сторонней силы, действующей на электрон, на длину контура. Учитывая начальные условия и использованное ранее выражение для магнитного потока Φ , из уравнения (4) получим

$$mv = \frac{e}{2\pi r} (\pi r^2 B - LI). \quad (5)$$

Скорость установившегося направленного движения электронов v можно выразить из выражения для силы тока

$$I = enSv, \quad (6)$$

где n - концентрация электронов, S - площадь поперечного сечения проводника. Окончательно, из (5)-(6) следует

$$I = \frac{\pi r^2 B}{L + \frac{2\pi r m}{n S e^2}}, \quad (7)$$

что отличается от ранее полученного результата (3) дополнительным слагаемым в знаменателе, пропорциональным массе электрона. Заметим, что для реальных контуров эта добавка мала, по сравнению с индуктивностью контура и ею можно пренебречь.