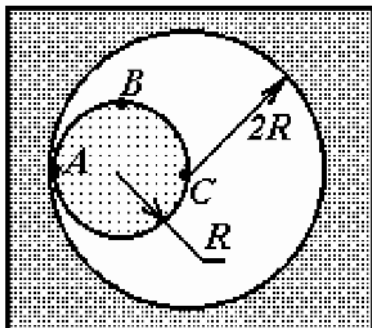


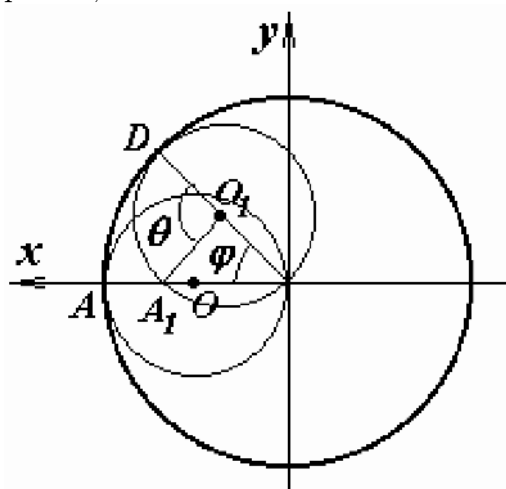
### Условие

**9-1.** Диск радиусом  $R$  катится без проскальзывания по боковой поверхности круглого выреза радиусом  $2R$  в плоской пластине. Центр диска движется с постоянной по модулю скоростью  $v$ . Каковы траектории движения точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ? Чему равна максимальная скорость их движения?



### Решение

**9-1.** Рассмотрим движение точки  $A$ . Пусть она переходит в точку  $A_1$ ,  $D$  — новая точка касания выреза. При таком повороте колеса на угол  $\theta$  его центр сместится на угол  $\varphi$  относительно центра выреза. Так как качение происходит без проскальзывания, то длины дуг  $AD$  и  $A_1D$  равны, то есть



$$R\theta = 2R\varphi$$

или

$$\theta = 2\varphi.$$

Запишем координаты точки  $A_1$

$$x = R \cos \varphi + R \cos(\theta - \varphi),$$

$$y = R \sin \varphi - R \sin(\theta - \varphi).$$

С учетом связи между углами  $\theta$  и  $\varphi$ , получим

$$\begin{cases} x = 2r \cos \theta, \\ y = 0. \end{cases}$$

Таким образом, при изменении угла  $\varphi$  от 0 до  $2\pi$ ,  $x$  изменяется от  $2R$  до  $-2R$ , а  $y$  при этом остается равным нулю. Иными словами траектория точки есть диаметр выреза, проходящий через точку. Аналогично можно показать, что траектории точек  $B$  и  $C$  также являются отрезками прямых (диаметрами). Какими, подумайте самостоятельно.