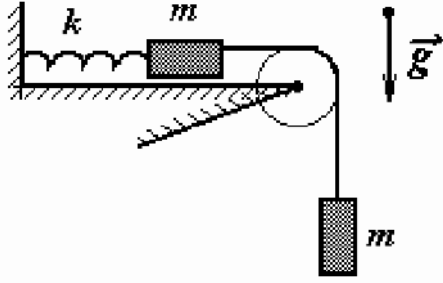


Условие

10-5. В установке, показанной на рисунке, массы грузов одинаковы и равны m , жесткость пружины k . Трения нет, нить и блок невесомы. В начальный момент времени грузы покоятся, пружина не деформирована. Грузы отпускают. Найдите пределы изменения ускорения грузов и их максимальную скорость.



Решение

10-5. Пусть грузы сместятся на расстояние x . На основании второго закона Ньютона можно записать

$$\begin{cases} ma = mg - T, \\ ma = -T - kx, \end{cases} \quad (1)$$

где T — натяжение нити, $-kx$ — сила упругости пружины. Исключая из системы (1) величину T получим

$$a = \frac{g}{2} - \frac{k}{2m}x. \quad (2)$$

Запишем также уравнение закона сохранения энергии

$$mgx = 2\frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}. \quad (3)$$

Из (3) найдем экстремальные смещения грузов (когда $v = 0$)

$$x_0 = 0, \quad x_1 = 2\frac{mg}{k}. \quad (4)$$

Из уравнения (2) следует, что ускорения грузов линейно зависят от их смещения, следовательно, пределы изменения ускорения соответствуют предельным значениям x ,

$$a_0 = \frac{g}{2}, \quad a_1 = -\frac{g}{2}. \quad (5)$$

Скорость грузов максимальна, когда их ускорение равно нулю, т.е. при $x = \frac{mg}{k}$, из (3) находим

$$v_{max} = \sqrt{\frac{m}{2k}}g \quad (6)$$

Укажем еще один способ решения. Уравнение (2) есть уравнение гармонических колебаний с частотой

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{2m}}.$$

Положению равновесия соответствует координата

$$x = \frac{mg}{k},$$

учитывая, что начальное положение есть $x = 0$, можно сказать, что амплитуда колебаний грузов

$$A = \frac{mg}{k}.$$

Тогда максимальная скорость

$$v_{\max} = A\omega = \frac{mg}{k} \sqrt{\frac{k}{2m}} = g\sqrt{\frac{m}{2k}};$$

максимальное ускорение

$$a_{\max} = A\omega^2 = \frac{mg}{k} \cdot \frac{k}{2m} = \frac{g}{2}.$$

