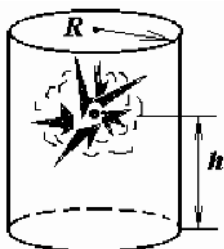


Условие

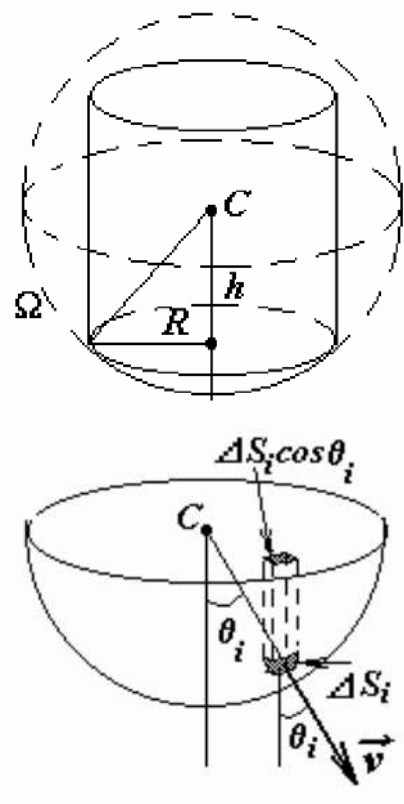
10-2. Открытая снизу толстостенная цилиндрическая бочка массой M и радиусом R установлена вверх дном вертикально на земле. Внутри бочки на ее оси, на расстоянии h от поверхности земли разорвался на множество мелких одинаковых осколков заряд массой m . Считая, что все осколки после разрыва имели одинаковую скорость, разлетелись во все стороны равномерно и затем застряли в стенках бочки или ушли в землю, определите, на какую высоту подпрыгнула бочка. Энергия E , выделившаяся при взрыве, полностью перешла в кинетическую энергию осколков. Изменением давления газа при взрыве пренебречь, сопротивление воздуха не учитывать.



Решение

10-2. Подсчитаем импульс осколков, ушедших в землю – такой же по величине и противоположный по направлению импульс получит и бочка.

Проведем сферу Ω с центром в точке взрыва C , опирающуюся на основание цилиндра. Пусть число осколков на единицу площади сферы n . Тогда:



$$p = \sum_i n \Delta S_i m_0 v \cos \theta_i, \quad (1)$$

где m_0 – масса одного осколка, v – его скорость, ΔS_i – площадь небольшого участка сферы, θ_i

– соответствующий угол между осью бочки и $\vec{p}_i$. Но $\Delta S_i \cos \theta_i$ – величина проекции площади сегмента сферы на основание бочки, тогда сумму (1) легко вычислить:

$$p = nm_0 v \sum_i \Delta S_i \cos \theta_i = nm_0 v \pi R^2. \quad (2)$$

Далее: $n = \frac{N}{4\pi(R^2+h^2)}$,

$$Nm_0 = m \Rightarrow \frac{Nm_0 v^2}{2} = E, \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m}},$$

и (2) принимает вид:

$$p = \frac{N}{4\pi(R^2+h^2)} m_0 \sqrt{\frac{2E}{m}} \pi R^2 = MV,$$

где V – скорость бочки после взрыва. Зная начальную скорость бочки, легко найти высоту ее подъема:

$$H = \frac{V^2}{2g} = \frac{p^2}{2M^2 g} = \frac{Em}{16 M^2 \left(1 + \frac{h^2}{R^2}\right)^2 g}.$$

Заметим, что при решении мы не учитывали изменения импульсов осколков за время полета в поле силы тяжести ($mg\tau \ll mv$) и приняли, что все осколки достигают поверхности бочки одновременно. Кроме того, неявно предполагается, что $m \ll M$.