

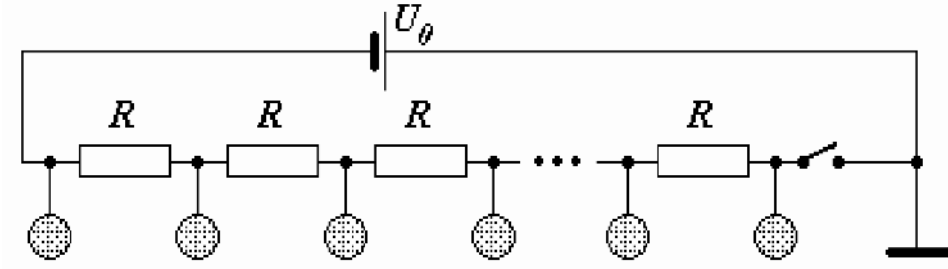
Условие

10-1. К цепи, состоящей из источника постоянного напряжения U_0 и N одинаковых резисторов сопротивлением R подвешены $(N + 1)$ одинаковых проводящих шариков радиусом r (считать расстояние между шарами значительно большими их радиусов). На сколько изменится суммарный заряд всех шариков, если замкнуть ключ?

Решение

10-1. Как следует из схемы цепи до замыкания ключа потенциалы всех шариков относительно бесконечности или относительно заземленной положительной пластины источника питания одинаковы и равны

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi_{N+1} = -U_0 \quad (1)$$



Учитывая, что емкость уединенного шара

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

(по условию можем считать каждый шарик уединенным), для заряда системы получаем

$$Q = \sum_{i=1}^{N+1} Q_i = \sum_{i=1}^{N+1} (4\pi\epsilon_0 r \varphi_i) = 4\pi\epsilon_0 r \sum_{i=1}^{N+1} \varphi_i = -4\pi\epsilon_0 r U_0 (N + 1). \quad (2)$$

После замыкания цепи распределение потенциалов изменится в соответствии с законом Ома. Действительно, ток в цепи

$$I = \frac{U_0}{NR} \quad (3)$$

Соответственно, падение напряжения на каждом резисторе

$$U_1 = IR = \frac{U_0}{N} \quad (4)$$

Из (4) следует, что потенциалы шариков будут возрастать на U_1 при переходе через каждый резистор

$$-U_0; -U_0 + U_0/N; -U_0 + 2U_0/N; \dots - U_0/N; 0$$

Соответственно, новый заряд

$$Q^* = \sum_{i=1}^{N+1} (4\pi\epsilon_0 r \varphi_i) = -4\pi\epsilon_0 r \sum_{i=1}^{N+1} \frac{U_0}{N} (i - 1) = -4\pi\epsilon_0 r \frac{U_0}{N} (1 + 2 + \dots + N) = -2\pi\epsilon_0 r U_0 (N + 1)$$

Таким образом, искомый заряд изменился на

$$\Delta Q = Q^* - Q = 2\pi\epsilon_0 r U_0 (N + 1) \quad (5)$$

Как следует из (5) суммарный заряд всех шариков возрастет (но уменьшится по абсолютной величине), что легко объяснить, если принять во внимание что потенциалы всех шариков за исключением крайнего слева при замыкании ключа возрастут.