

Условие

11-3. В круглую чашу радиусом R , заполненную водой, падает капля в точку, находящуюся на расстоянии a от центра. Через небольшой промежуток времени τ с поверхности воды брызнул небольшой фонтанчик. Объясните причину его возникновения. В каком месте чаши возник фонтанчик? Какова скорость распространения волн по поверхности воды в чаше?

Решение

11-3. Фонтанчик брызнет на расстоянии a от центра с другой стороны как результат интерференции отраженных волн. Для лучей близких к линии AO длины путей до симметричной точки A' одинаковы с точностью до малых величин второго порядка малости. Поэтому эти участки волн приходят в эту точки почти одновременно, следовательно, интерферируя, образуют «всплеск» волны. Скорость волн находим из условия

$$\frac{2R}{\nu} = \tau, \quad \nu = \frac{2R}{\tau}.$$

11-4-1. Поскольку масса платформы меняется, то второй закон Ньютона запишем в форме (изменение импульса системы равно импульсу внешней силы)

$$F_1 t = (m_0 + \mu_1 t) \nu, \quad (1)$$

где m_0 - начальная масса платформы, μ_1 - скорость погрузки, ν - скорость платформы в момент времени t . Заметим, что уравнение второго закона Ньютона в форме

$$F_1 = m a \quad (2)$$

в данном случае неприменимо, так как насыпающийся песок действует на платформу с некоторой тормозящей силой, которую здесь необходимо учесть.

В уравнении (1) две неизвестные величины m_0 и μ_1 . Поэтому, в принципе, можно снять из графика зависимости $\nu(t)$ данные для двух различных моментов времени и решить полученную систему уравнений. Однако, определить по графику нужные значения можно только с определенной погрешностью. Для уменьшения последней предпочтительнее использовать больше исходной информации. Из уравнения (1) следует, что масса платформы как функция времени может быть представлена в виде

$$m = m_0 + \mu_1 t = \frac{F_1 t}{\nu}. \quad (3)$$

Используя приведенный в условии график, можно построить зависимость величины $F_1 t / \nu$ от времени, которая должна быть линейной, а затем обрабатывая этот график легко найти требуемые параметры. Такая процедура приводит к результату $m_0 \approx 1\text{Т}$, $\mu_1 \approx 0,1\text{Т/с}$.

11-4-2. Движение платформы в случае разгрузки подчиняется уравнению

$$F_2 = (m_0 - \mu_2 t) a. \quad (4)$$

Высыпаящийся песок имеет ту же горизонтальную составляющую скорости, что и платформа, поэтому непосредственно на платформу не действует. Поясним, что закон Ньютона в форме (1) в этой ситуации неприменим, так как часть импульса уносит высыпаящийся песок. Из уравнения (4) следует

$$m = (m_0 - \mu_2 t) = \frac{F_2}{a}. \quad (5)$$

Ускорение платформы a можно определить по графику зависимости $v(t)$, как коэффициент наклона касательной. Однако, в данном случае график изогнут слабо, поэтому строить касательные затруднительно, да и точность таких построений не высока - можно ограничиться нахождением ускорений в двух произвольных точках. Например, в начале движения ускорение приблизительно равно $0,2 \text{ м/с}^2$, а в конце достигает величины $0,4 \text{ м/с}^2$. Учитывая эти данные находим $m_0 \approx 25\text{T}$, $\mu_1 \approx 0,12\text{T/с}$.

11-4-3. Вычислим силу F^* , с которой насыпающийся песок действует на движущуюся платформу. За небольшой промежуток времени Δt порция песка массой $\mu_1 \Delta t$ увеличивает скорость от нуля до v . Следовательно, на этот песок действует сила, импульс которой $F \Delta t$ равен изменению импульса песка

$$F^* = \mu_1 v$$

Отсюда находим

$$F^* = \mu_1 v \quad (6)$$

С такой же силой насыпающийся песок действует на платформу. Если эта сила равна внешней приложенной силе F_1 , то платформа будет двигаться с постоянной скоростью v_0 , то есть

$$\mu_1 v_0 = F_1 \quad (7)$$

или $v_c = \frac{F_1}{\mu_1} = 20 \text{ м/с}$.

