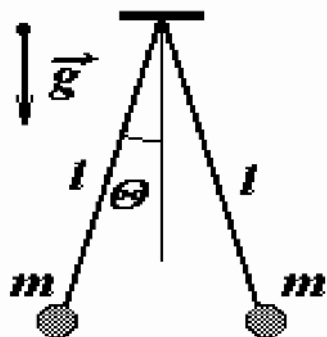
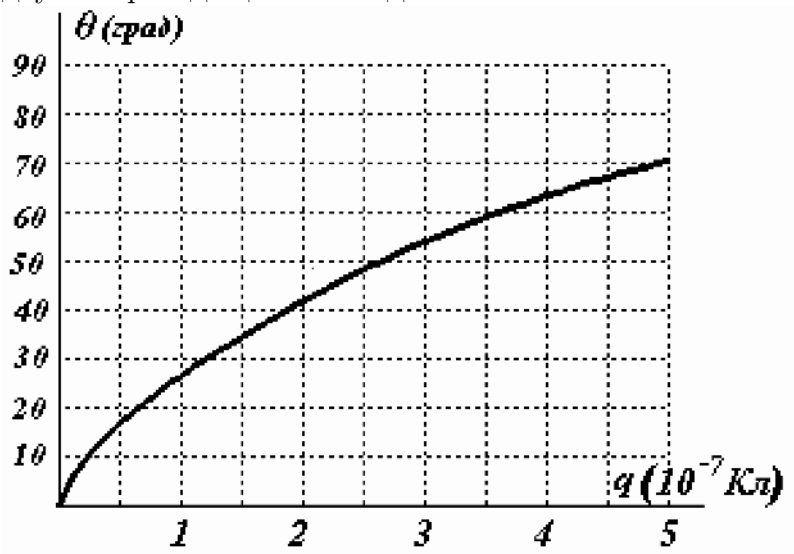


Условие

10-4. Два одинаковых металлических шарика массы $m = 1,0$ г подвешены в одной точке на двух непроводящих нитях длины $l = 15$ см.



Если шарики зарядить, нити отклоняются. На графике дана зависимость угла отклонения θ от вертикали каждой нити (при равных зарядах на шариках) от величины заряда шарика. Шарики зарядили так, что нити отклонились на угол $\theta = 50^\circ$. После этого «включили» однородное горизонтальное электрическое поле напряженности $E = 1,5 \cdot 10^5$ В/м. Найдите угол между нитями после включения поля.

Решение

10.4. Рассмотрим условия равновесия шариков. На каждый из них действуют $m\vec{g}$ - сила тяжести, $\vec{F}$ - сила кулоновского отталкивания, $\vec{T}$ - сила натяжения нити. Шарики будут находиться в равновесии, когда суммарный момент сил, действующих на них будет равен нулю, что будет выполняться при

$$mgl \sin \theta = Fl \cos \theta. \quad (1)$$

Учитывая, что

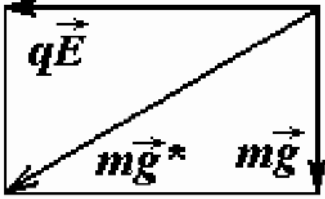
$$F = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0(2l \sin \theta)^2}, \quad (2)$$

получим уравнение, определяющее угол отклонения нити

$$\frac{\sin^3 \theta}{\cos \theta} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 l^2 m g}. \quad (3)$$

Приведенный в условии график, фактически является решением этого уравнения для различных значений q (в чем можно убедиться непосредственной подстановкой). По этому графику можно найти величину заряда каждого шарика $q \approx 2,6 \cdot 10^{-7}$ Кл.

При включении однородного электрического поля на шарики начинает действовать дополнительная сила, которая постоянна и не



зависит от положения шариков, так же как и сила тяжести. В таком случае разумно «объединить» эту силу с силой тяжести и ввести, так называемое, «эффективное» ускорение свободного падения $\vec{g}^*$, модуль которого

$$g^* = g \sqrt{1 + \left(\frac{qE}{mg} \right)^2}. \quad (4)$$

Тогда угол отклонения θ_1 каждой нити от направления вектора $\vec{g}^*$ можно найти как решение уравнения (3), в котором необходимо заменить g на g^*

$$\frac{\sin^3 \theta_1}{\cos \theta_1} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 l^2 m g^*}. \quad (5)$$

К сожалению, это уравнение элементарными методами не разрешимо. Поэтому еще раз воспользуемся предоставленным графиком, для чего перепишем (5) в виде

$$\frac{\sin^3 \theta_l}{\cos \theta_l} = \frac{q^2}{16\pi\epsilon_0 l^2 m g^*} = \frac{\left(\sqrt{\frac{g}{g^*}} q \right)^2}{16\pi\epsilon_0 l^2 m g} \quad (6)$$

Как видно, это уравнений полностью совпадает с уравнением (3), если в качестве параметра q использовать величину

$$q^* = \sqrt{\frac{g}{g^*}} q = \frac{q}{\sqrt[4]{1 + \left(\frac{qE}{mg} \right)^2}} \approx 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ К.}$$

По графику находим $\theta_l \approx 27^\circ$, следовательно, искомый угол между нитями равен $2\theta_l \approx 54^\circ$.