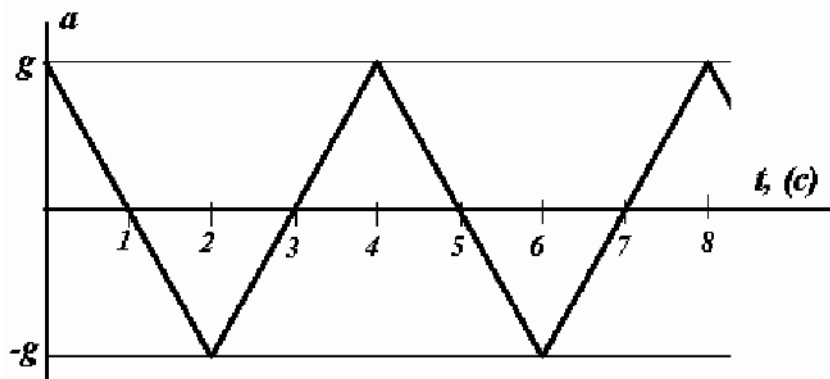


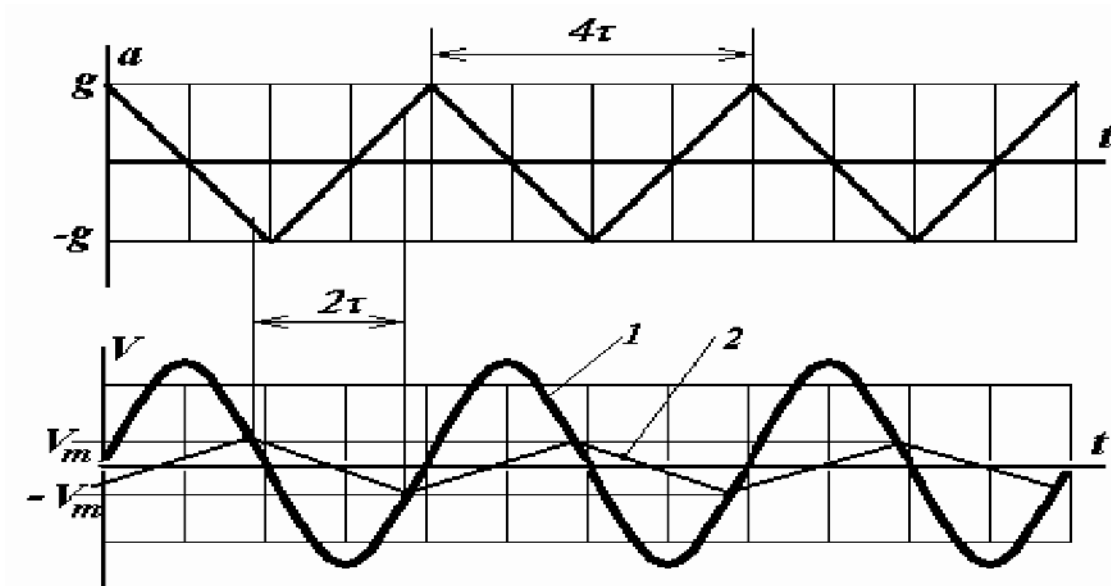
Условие

11-4. Горизонтальная лента транспортера движется горизонтально так, что ее ускорение периодически изменяется с течением времени как показано на графике ($g = 9,8 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения). При $t = 0$ скорость ленты равна нулю. На ленту положили брусок, коэффициент трения которого о ленту $\mu = 0,10$. По прошествии некоторого времени брусок начал колебаться относительно поверхности земли. Найдите амплитуду установившихся колебаний бруска.



Решение

11.4 Попробуем рассчитать переходный режим (установление колебаний) вручную за короткое время, по-видимому, задача трудновыполнимая. Поэтому, обсудим возможный режим установившихся колебаний. Единственная сила, действующая на брусок в горизонтальном направлении (и заставляющая его двигаться) — сила трения со стороны колеблющейся ленты. Направление этой силы зависит от направления относительной скорости движения бруска, поэтому оно будет постоянно изменяться. Ускорение ленты, a , следовательно, и ее скорость меняются в достаточно больших пределах. Не составляет труда подсчитать максимальную скорость ленты — порядка 10 м/с . На нижнем рисунке схематически изображен график зависимости скорости ленты от времени — это набор отрезков параболл — кривая 1 (как будет видно ниже, нам не понадобится точный вид этой зависимости). Коэффициент трения между бруском и лентой транспортера невелик $\mu = 0,10$, поэтому ускорение бруска в 10 раз меньше максимального ускорения призмы. Следовательно, в установившемся режиме скорость бруска также будет изменяться в



небольших пределах, а остановки бруска относительно ленты будут происходить в те моменты времени, когда ее скорость мала, а ускорение велико. В эти моменты времени сила трения покоя не сможет удержать брусок на ленте, он будет постоянно проскальзывать относительно нее. Следовательно, брусок будет двигаться с постоянным по модулю ускорением равным μg , а его скорость изменяться по линейному закону. В установившемся режиме период колебаний бруска совпадает с периодом колебаний ленты (конечно, это не гармонические колебания). Схематически зависимость скорости бруска от времени показана на рисунке (ломанная 2). Найдем

максимальное значение скорости бруска V_m . За промежуток времени 2τ его скорость изменится от $-V_m$ до $+V_m$, при этом он движется равноускоренно, поэтому

$$V_m = -V_m + \mu g \cdot 2\tau.$$

Откуда следует $V_m = \mu g \tau \approx 1,0$ м/с, что в десять раз больше максимальной скорости ленты, поэтому предположение о том, что в моменты времени, когда скорости бруска и ленты равны, ускорение ленты превышает по модулю μg полностью оправдано. Максимальное смещение бруска при таком движении, амплитуда его колебаний, определяется формулой

$$X_m = V_m \tau = \mu g \tau^2 \approx 0,98 \text{ м}$$

Заметим, что закон движения бруска не зависит от закона движения ленты, если только последняя движется по периодическому закону с достаточно большой амплитудой. В частности, наше решение остается справедливым, если ускорение ленты изменяется в тех же пределах, но по гармоническому закону. Так же отметим, что утверждение о равенстве периодов вынужденных колебаний и вынуждающей силы справедливо для любых типов колебаний.