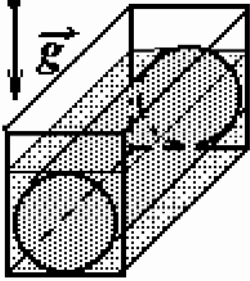


Условие

9-4. Сплошной однородный цилиндр радиуса R и длины L лежит на дне сосуда в форме параллелепипеда длины чуть большей L , ширины чуть большей $2R$. Сосуд заполнен жидкостью, так что она полностью покрывает цилиндр. Плотность материала цилиндра ρ , плотность жидкости ρ_0 . Какую минимальную работу необходимо совершить, чтобы вынуть цилиндр из жидкости?



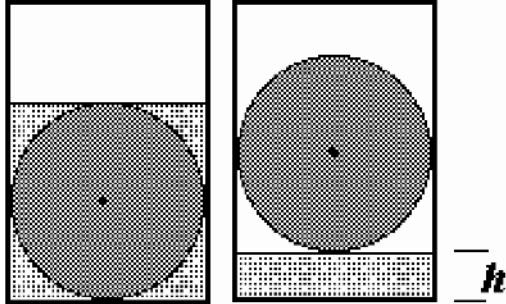
Решение

9.4. Минимальную работу в данном случае легко подсчитать как изменение потенциальной энергии системы. Объем воды в сосуде

$$V = 4R^2L - \pi R^2L;$$

после того как цилиндр достанут из воды вода заполнит дно сосуда слоем толщиной

$$h = \frac{V}{2RL} = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)R.$$



Следовательно, на такую же высоту необходимо поднять цилиндр. Изменение его потенциальной энергии при этом

$$\Delta U_1 = mgh = \pi R^3 L \rho g \left(2 - \frac{\pi}{2}\right).$$

Потенциальная энергия воды уменьшится на величину

$$\Delta U_2 = (4 - \pi)R^2 L \rho_0 g \left(R - \frac{h}{2}\right) = (4 - \pi)R^3 L \rho_0 g \left(1 + \frac{\pi}{4}\right),$$

при записи этого соотношения учтено, что первоначально центр тяжести воды находился на высоте R , а затем оказался на высоте $\frac{h}{2}$. Таким образом, полное изменение энергии (следовательно, и необходимая работа) рассчитываются по формуле

$$A = \Delta U = \Delta U_1 - \Delta U_2 = \frac{4 - \pi}{2} R^3 Lg(\pi\rho - (2 + \frac{\pi}{2})\rho_0).$$