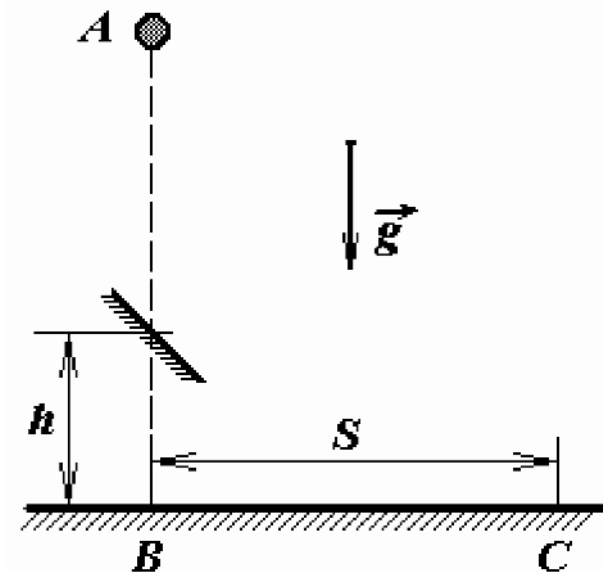


Условие

1. Небольшой шарик падает из точки A на массивную плиту, закрепленную на высоте $h = 1,0$ м от поверхности земли и ориентированную под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту. После упругого отражения от плиты шарик падает на поверхность земли в точке C на расстоянии $S = 4,0$ м от вертикальной прямой AB . Найдите время движения шарика до удара о землю.



На какой высоте необходимо расположить плиту (не меняя ее ориентации), чтобы расстояние S было максимально при неизменном начальном положении шарика в точке A ? Чему оно равно? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение

1. Так как плита наклонена под углом 45° к горизонту, то после удара скорость шарика $\vec{V}_1$ будет направлена горизонтально. Поэтому, движение шарика после удара описывается уравнениями

$$\begin{cases} S = V_1 t_2 \\ h = \frac{gt_2^2}{2} \end{cases} \quad (1)$$

где t_2 - время движения от удара о плиту до падения на землю. Из системы уравнений (1) находим

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}; \quad V_1 = S\sqrt{\frac{g}{2h}}. \quad (2)$$

Зная скорость шарика перед ударом о плиту, найдем время его движения от начальной точки A до удара

$$t_1 = \frac{V_1}{g} = \frac{S}{\sqrt{2gh}}. \quad (3)$$

Полное время движения шарика рассчитаем по формуле

$$t = t_1 + t_2 = \frac{S}{\sqrt{2gh}} + \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 1,35c$$

$$t = t_1 + t_2 = \frac{S}{\sqrt{2gh}} + \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 1,35\text{с}. \quad (4)$$

Используя выражение (3), найдем высоту H точки A над уровнем земли

$$H = h + \frac{gt_1^2}{2} = h + \frac{S^2}{4h} = 5,0\text{м}. \quad (5)$$

Найдем высоту h_0 , на которой необходимо расположить плиту, чтобы дальность полета S была максимальной. Пройдя в свободном падении путь $(H - h_0)$, шарик наберет скорость $V_1 = \sqrt{2g(H - h_0)}$. Как следует из формул (2), после отражения он пролетит до падения на землю расстояние

$$S = V_1 \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = 2\sqrt{h_0(H - h_0)}. \quad (6)$$

Подкоренное выражение представляет собой квадратную функцию от h_0 , которая в данном случае достигает максимума при

$$\boxed{h_0 = \frac{H}{2} = 2,5\text{ м}}, \text{ при этом } \boxed{S_{\max} = H = 5,0\text{ м}}.$$

