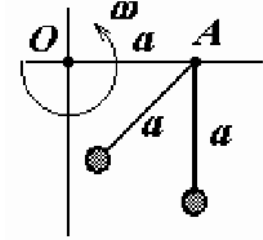


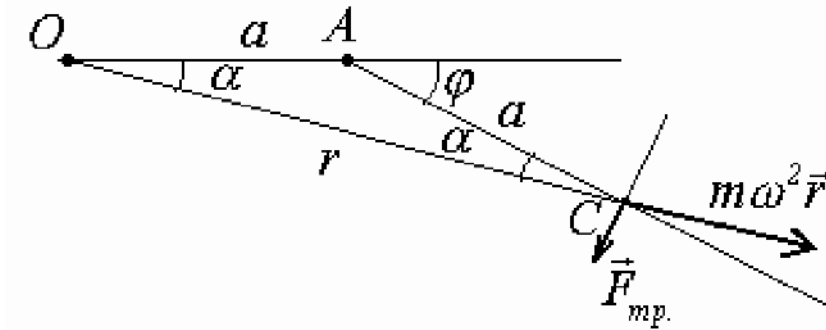
Условие

3. Два небольших пластилиновых шарика привязаны нитями длиной $a = 20$ см к точке A , расположенной на горизонтальной поверхности диска на расстоянии a от его центра O . Шарик расположили так, что одна нить образует угол $\alpha_1 = 45^\circ$ с отрезком OA , а вторая - угол $\alpha_2 = 90^\circ$. Диск начинают медленно раскручивать вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. Постройте примерный график зависимости угла между нитями от угловой скорости вращения диска, укажите его характерные точки. Коэффициент трения шариков о поверхность диска $\mu = 0,40$.



Решение

10.3 Задачу удобно решать во вращающейся неинерциальной системе отсчета, связанной с центром диска. В этой системе необходимо учитывать центробежную силу инерции $m\omega^2 r$, направленную радиально от оси вращения. (Заметим, что, в принципе, можно решать и в инерциальной системе отсчета.)



При раскручивании диска действие центробежной силы приведет к тому, что нити, удерживающие шарики, будут все время натянуты. Следовательно, они будут двигаться по дугам окружностей вокруг точки A , а силы трения будут направлены перпендикулярно нитям. Пусть угловая скорость вращения диска равна ω . Определим области положения равновесия шариков. В проекции на направление перпендикулярное нити условие равновесия можно записать в виде (см. рисунок, сила натяжения нити за ненадобностью не показана)

$$F_{m.p.} = m\omega^2 r \sin \alpha. \quad (1)$$

Учитывая, что треугольник OAC равнобедренный, расстояние до центра можно выразить в простом виде $r = 2a \cos \alpha$, тогда уравнение (1) преобразуется к виду

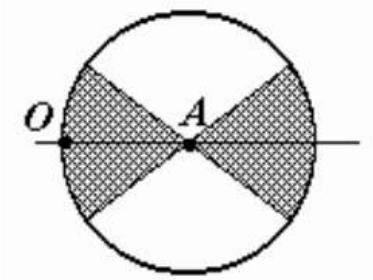
$$F_{m.p.} = m\omega^2 r \sin \alpha = m\omega^2 \cdot 2a \cos \alpha \sin \alpha = ma\omega^2 \sin \varphi. \quad (2)$$

Сила трения покоя удовлетворяет условию $F_{m.p.} \leq \mu mg$. Поэтому условие равновесия шарика при заданной угловой скорости вращения имеет вид

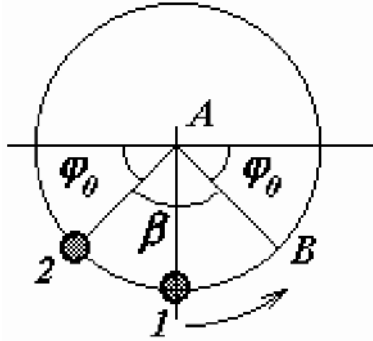
$$ma\omega^2 \sin \varphi \leq \mu mg, \quad (3)$$

ИЛИ

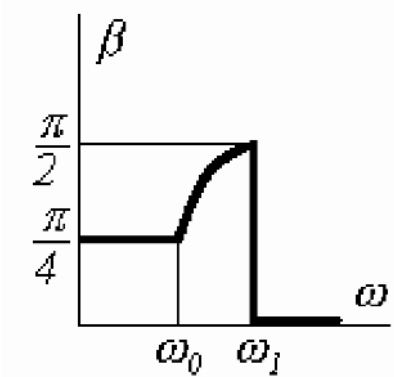
$$\sin \varphi \leq \frac{\mu g}{a \omega^2}. \quad (4)$$



При $\omega \leq \omega_0 = \sqrt{\frac{\mu g}{a}} \approx 4,4 \text{ с}^{-1}$ в любом положении на рассматриваемой окружности шарик будет находится в равновесии. При дальнейшем увеличении угловой скорости область равновесия будет сужаться (на рис. заштрихована). Таким образом, когда угловая скорость достигнет величины ω_0 первый шарик сдвинется с места и с увеличением скорости вращения будет смещаться вслед за границей области устойчивости. Когда угловая скорость



достигнет величины $\omega_1 = \sqrt{\frac{\mu g}{a \sin \varphi_0}} \approx 6,3 \text{ с}^{-1}$, начнет движение второй шарик, а первый в это время будет находится в точке B . Сразу после начала движения второй шарик попадает в область отсутствия равновесия и, следовательно, также устремится к точке B , где догонит первый шарик. Далее они будут двигаться вместе. Таким образом, угол между нитями подчиняется следующим закономерностям



$$\beta = \begin{cases} \frac{\pi}{4}, & \text{при } 0 \leq \omega \leq \omega_0; \\ \frac{3\pi}{4} - \arcsin \frac{\mu g}{a \omega^2}, & \text{при } \omega_0 \leq \omega \leq \omega_1; \\ 0, & \text{при } \omega > \omega_1 \end{cases}$$