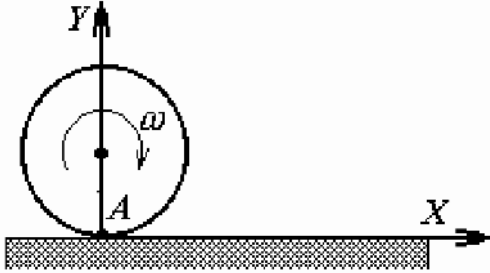


Условие

3. Стрелу гарпуна массы $m = 1,5$ кг, к которой привязана гладкая гибкая нить, бросают вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 15$ м/с. Масса единицы длины нити $\lambda = 20$ г/м. На какую высоту поднимется стрела, если длина нити равна а) $l = 5,0$ м; б) $l = 15$ м? Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным $g = 9,8$ м/с².

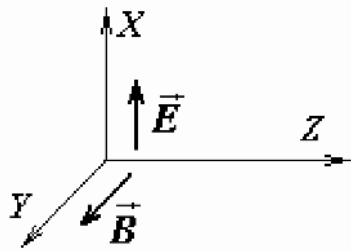
4.1 Колесо радиуса R катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности, вращаясь вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью ω . Введем декартову систему координат, как показано на рисунке. Точка A , находящаяся на ободе колеса, в момент времени $t = 0$ находилась в начале координат.



Запишите уравнения, описывающие зависимости от времени проекций ускорения a_x, a_y ; проекций скорости v_x, v_y ; координат x, y точки A .

Найдите среднюю скорость $\langle \vec{v} \rangle$ движения точки A за достаточно большой промежуток времени.

4.2 Две одинаковых частицы, массы которых равны m , движутся вдоль оси X под действием изменяющихся во времени сил. На первую частицу действует сила, $F_1 = F_0 \sin \omega t$ на вторую $F_2 = F_0 \cos \omega t$ (F_0, ω - известные постоянные величины). Запишите уравнения зависимостей от времени ускорений частиц a_1, a_2 , скоростей частиц v_1, v_2 , их координат x_1, x_2 . Найдите средние скорости частиц за достаточно большой промежуток времени.



4.3 Электрон движется в поле плоской электромагнитной волны, вектор напряженности электрического поля которой направлен вдоль оси X и изменяется со временем по закону $E = E_0 \cos \omega t$, а вектор индукции магнитного поля направлен вдоль оси Y и изменяется со временем по закону $B = B_0 \cos \omega t$. Длина волны велика настолько, что можно пренебречь зависимостью характеристик волны от координаты Z . В поле электромагнитной волны при не слишком больших скоростях движения электрона v выполняется соотношение $E_0 \gg v B_0$. Используя это соотношение, найдите зависимость проекции скорости электрона на ось X от времени. Найдите среднюю скорость движения электрона вдоль оси Z (скорость дрейфа электрона). Считайте, что первоначально скорость электрона равнялась нулю.

Решение

11.3 Предположим, что высота подъема стрелы меньше, чем длина привязанной нити. Тогда закон сохранения механической энергии будет иметь вид

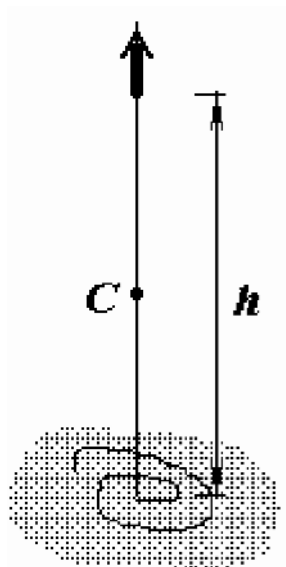
$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + m_1 g \frac{h}{2}, \quad (1)$$

где $m_1 = \lambda h$ - масса поднятой веревки, $\frac{h}{2}$ - высота, на которую поднялся центр масс веревки. Таким образом, получаем уравнение для определения высоты подъема

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \lambda g \frac{h^2}{2}. \quad (2)$$

Корни этого уравнения определяются формулой

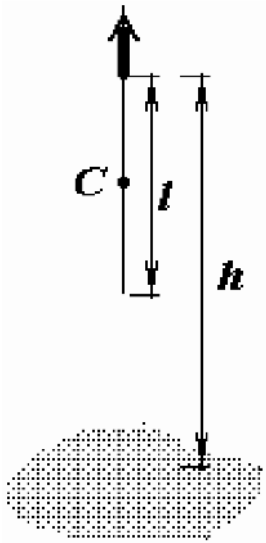
$$h_{1,2} = -\frac{m}{\lambda} \pm \sqrt{\left(\frac{m}{\lambda}\right)^2 + \frac{mv_0^2}{\lambda g}}. \quad (3)$$



Отрицательный корень физического смысла не имеет, поэтому решение задачи имеет вид

$$h = \sqrt{\left(\frac{m}{\lambda}\right)^2 + \frac{mv_0^2}{\lambda g}} - \frac{m}{\lambda} \approx 10,7 \text{ м}. \quad (4)$$

Таким образом при длине нити 15 м часть нити останется лежать на земле, следовательно, полученное решение является верным. При длине нити 5 м, полученная формула неприменима, так как вся нить поднимется в воздух. В этом случае закон сохранения энергии следует записать в виде



$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \lambda l g \left(h - \frac{l}{2} \right). \quad (5)$$

Из этого уравнения определим высоту подъема

$$h = \frac{mv_0^2 + \lambda gl^2}{2g(m + \lambda l)} \approx 10,9 \text{ м}. \quad (6)$$

Высота подъема, как видно оказалась несколько больше, однако, эти два результата не различимы в рамках точности данных, приведенных в условии задачи. Поэтому правильный ответ: **в обоих случаях высота подъема стрелы $h \approx 11 \text{ м}$ **.

Заметим, что высота подъема стрелы без нити $h_0 = \frac{v_0^2}{2g} \approx 11,5 \text{ м}$ мало отличается от полученным нами результатов.

11.4