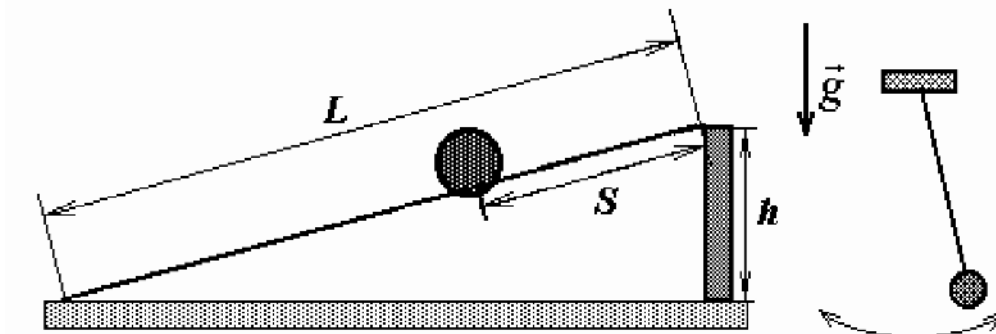


Условие

5. Одним из основоположников современной физики по праву считается итальянский ученый Галилео Галилей. В начале XVII века он экспериментально исследовал движение различных тел под действием притяжения к Земле. Ему удалось доказать, что такое движение является равноускоренным и не зависящим от массы тела (если пренебречь силами сопротивления). В частности, Г.Галилей подробно исследовал качение шаров (в качестве которых использовал пушечные ядра) по наклонной плоскости.

Воспроизведем результаты опытов Г. Галилея. В качестве наклонной плоскости используется желоб длиной $L = 5,0$ м (конечно, во времена Галилея в Италии употреблялись другие единицы длины), один из концов которого приподнят на высоту h .



Для того, чтобы отмерять равные промежутки времени, Г.Галилей использовал маятник - груз подвешенный на нити.

В Таблице 1 приведены значения пути S , пройденного шаром, за время, равное целому числу n колебаний маятника, при разных значениях высоты h (проскальзывание отсутствует).

Таблица 1.

$h =$	n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20 см	$S_{,м}$	0,19	0,39	0,77	1,18	1,59	2,29	2,92	3,43	4,37
$h =$	n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
30 см	$S_{,м}$	0,27	0,64	1,17	1,79	2,47	3,51	4,31	-	-
$h =$	n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
40 см	$S_{,м}$	0,37	0,90	1,54	2,31	3,01	4,60	-	-	-

На основании приведенных данных

1. Покажите, что движение ядра по желобу действительно является равноускоренным.
2. Найдите, как зависит ускорение ядра от высоты h . Объясните эту зависимость.
3. Вычислите путь, который пройдет ядро за пять колебаний маятника при высоте $h = 50$ см?



Республиканская олимпиада школьников по физике.

Брест, 2000 год

Решение

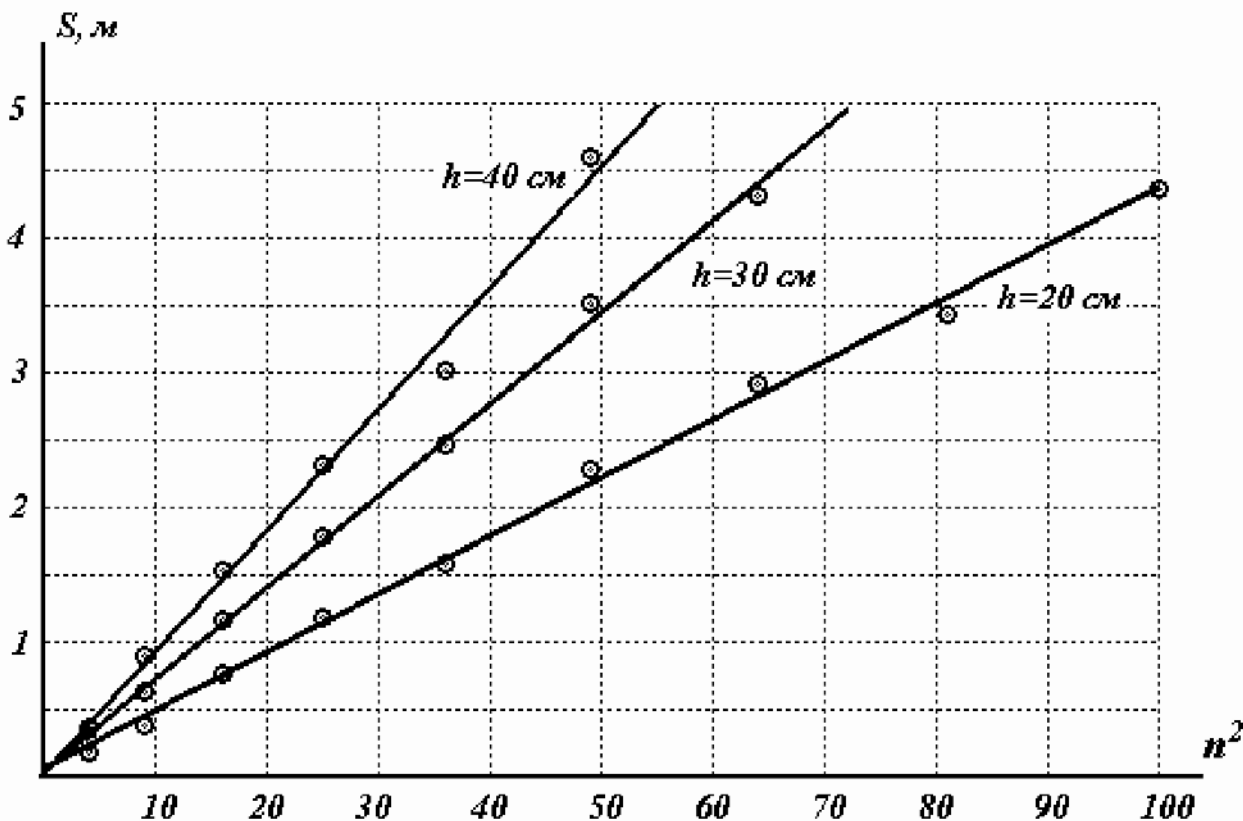
9.5 При равноускоренном движении тела с нулевой начальной скоростью пройденный путь зависит от времени по закону

$$S = \frac{at^2}{2}, \quad (1)$$

где a - ускорение тела. Иными словами, пройденный путь пропорционален квадрату времени. Постоянный период колебаний маятника в данном случае может служить единицей измерения времени, поэтому можно переписать формулу (1) в виде

$$S = \frac{An^2}{2}, \quad (2)$$

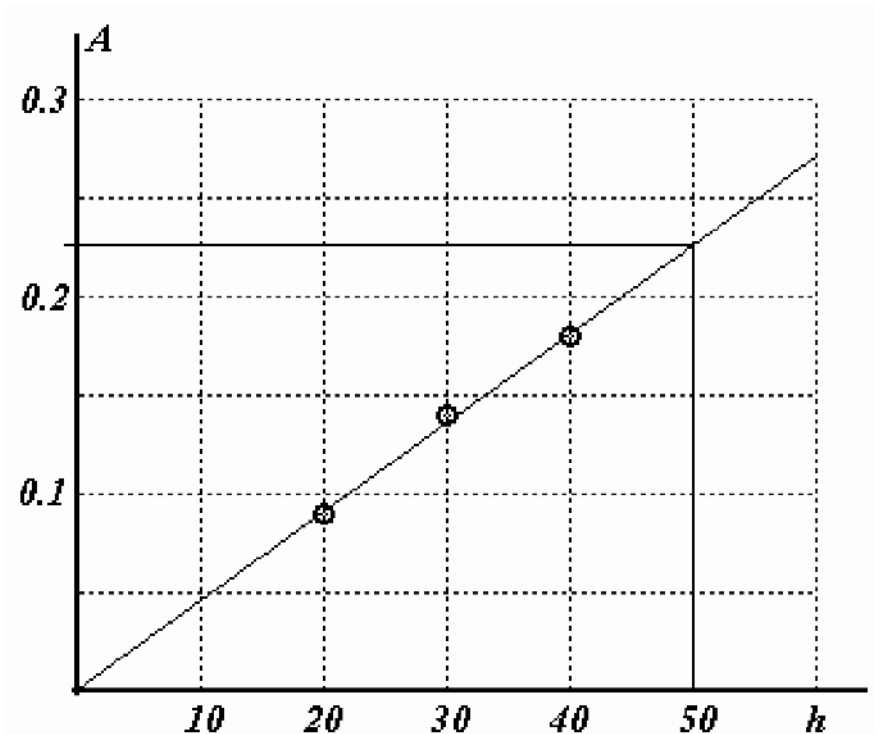
где A - ускорение тела, измеренное в «метрах на период в квадрате», а n - число периодов.



Построим графики зависимости пройденного пути от квадрата времени (то есть, n^2). Как видно, эти зависимости представляют прямые линии, следовательно эксперимент подтверждает формулу (2), то есть движение действительно является равноускоренным. 2. По наклону графиков определим ускорения шаров при каждом значении высоты h :

$$A = 2 \frac{\Delta S}{\Delta n^2}. \quad (3)$$

Получим следующие значения $h = 20 \text{ см}$, $A \approx 0,09 \text{ м}$ $h = 30 \text{ см}$, $A \approx 0,14 \text{ м}$ $h = 40 \text{ см}$, $A \approx 0,18 \text{ м}$



Можно заметить, что ускорение прямо пропорционально высоте h . Еще лучше построить график зависимости $A(h)$ и убедиться в ее прямой пропорциональности. С помощью графика, либо непосредственно по численным значениям легко определить коэффициент пропорциональности. Окончательно получаем $A \approx 0,46h$, где высота h измеряется в метрах. Легко показать, что ускорение при движении по наклонной плоскости пропорционально синусу угла наклона, который при постоянной длине желоба пропорционален высоте h . Действительно, кинетическая энергия катящегося шара пропорциональна квадрату скорости $E_{\text{кин.}} = Cv^2$, где C - постоянный коэффициент, зависящий не только от распределения масс внутри шара, но и от глубины желоба. Пренебрегая работой против сил трения качения, можем приравнять кинетическую энергию в конце желоба к начальной потенциальной энергии

$$Cv^2 = mgh. \quad (4)$$

С другой стороны при равноускоренном движении справедлива формула

$$L = \frac{v^2}{2a}, \quad (5)$$

где a - ускорение шара. Из формул (4)-(5) следует $a = \frac{mgh}{2CL} \propto h$. 3. При высоте $h = 50\text{см}$ ускорение примерно равно $A \approx 0,23$. Поэтому путь пройденным шаром за пять колебаний маятника

$$S = \frac{An^2}{2} \approx 2,88\text{м.}$$