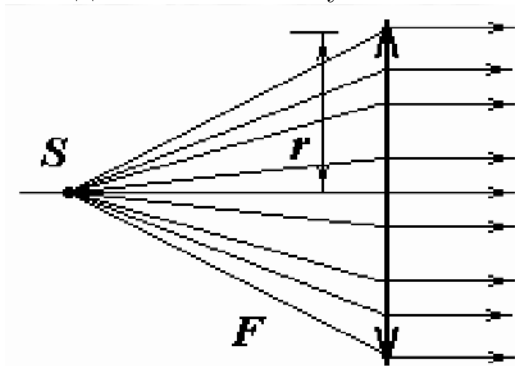


Условие

2. (11 баллов). Изотропный точечный источник света S , полная энергетическая световая мощность которого равна I , расположен в фокусе собирающей линзы радиуса r . Фокусное расстояние линзы равно F .

Пренебрегая поглощением и дисперсией света, найдите величину и направление силы светового давления на линзу.



Решение

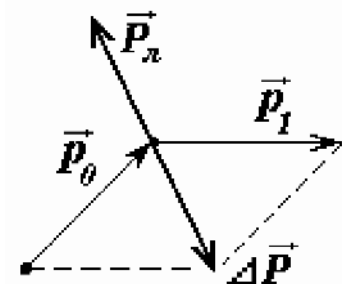
11.2 Для расчета силы светового давления воспользуемся корпускулярными представлениями о природе света. Каждый фотон обладает энергией ε и импульсом p , которые определяются формулами

$$\varepsilon = h\nu, \quad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{\varepsilon}{c}, \quad (1)$$

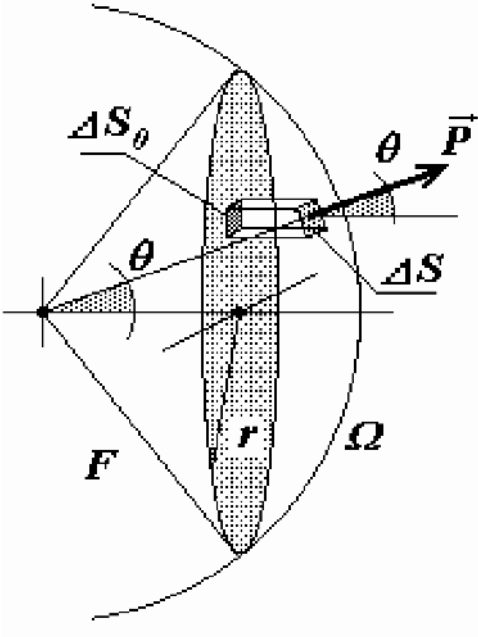
где ν - частота света, h - постоянная Планка, c - скорость света.



Всякое изменение направления распространения приводит к изменению направления вектора импульса, следовательно, должно сопровождаться появлением силы светового давления. При прохождении света через линзу расходящийся пучок превращается в параллельный.



Рассмотрим изменение импульса отдельного фотона при его преломлении в линзе. Если до линзы импульс фотона был $\vec{p}_0$, а после прохождения стал $\vec{p}_1$ (модуль вектора при этом, естественно, не изменяется), то фотон получил приращение импульса $\Delta \vec{p}$. Равный ему, но противоположный по направлению импульс $\vec{p}_L$ получит линза. Таким образом, в целом линза получит импульс, направленный в сторону источника - линза притягивается к источнику!



Для расчета силы, действующей на линзу необходимо рассчитать суммарное изменение импульса света при его прохождении через линзу. Рассмотрим сферическую поверхность с центром на источнике света, с радиусом равным фокусному расстоянию. Через линзу пройдут те фотоны, которые летят в пределах телесного угла, опирающегося на линзу. После преломления все эти фотоны будут двигаться вдоль оптической оси, поэтому импульс переносимый этими фотонами в единицу времени можно подсчитать следующим образом. Поток энергии, деленный на скорость света, равен потоку импульса (то есть, импульсу, переносимому в единицу времени). Плотность этого потока (поток через единичную площадь) на выбранной нами сфере определяется выражением

$$G = \frac{I}{4\pi F^2 c}. \quad (2)$$

Тогда поток импульса фотонов, прошедших через линзу, равен

$$P_I = GS_\Omega = \frac{I}{4\pi F^2 c} \cdot 2\pi F \left(F - \sqrt{F^2 - r^2} \right) = \frac{I}{2c} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{F^2}} \right), \quad (3)$$

здесь S_Ω - площадь поверхности сферического сегмента, опирающегося на линзу.

Для подсчета импульса этих фотонов до преломления в линзе необходимо просуммировать проекции импульсов на направление оптической оси, так как из осевой симметрии следует, что суммарный импульс будет направлен вдоль оси. Разобьем поверхность сферы на малые участки ΔS , запишем выражение для проекции потока импульса через этот участок

$$\Delta P_{0z} = G \Delta S \cos \theta, \quad (4)$$

и обратим внимание, что $\Delta S \cos \theta = \Delta S_0$ есть площадь проекции выделенного участка на плоскость линзы. Поэтому сумма величин типа (4) будет равна произведению плотности потока импульса на площадь линзы

$$P_0 = G \pi r^2 = \frac{I}{2c} \cdot \frac{r^2}{2F^2}. \quad (5)$$

Таким образом, сила давления f равна разности потоков импульсов (3) и (5)

$$f = \frac{I}{2c} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{F^2}} - \frac{r^2}{2F^2} \right). \quad (6)$$