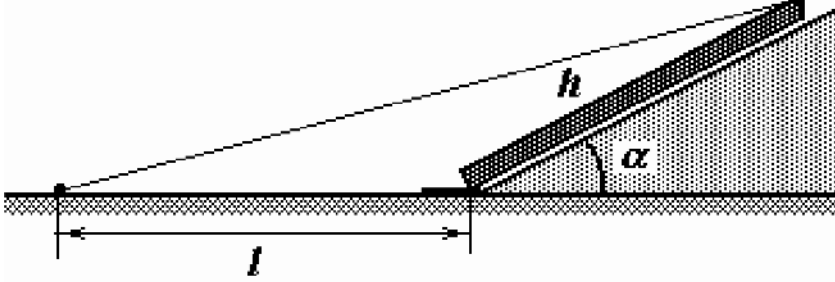


Условие

3. (8 баллов). Для установки обелиска высотой h насыпан холм с углом уклона равным α . Обелиск лежит на склоне холма, опираясь своей нижней частью на фундамент. К вершине обелиска прикрепляют прочный трос, который натягивают с помощью лебедки, расположенной на расстоянии $l = 2h$ от основания обелиска. При каком минимальном коэффициенте трения обелиска о фундамент μ , подъем обелиска мог быть осуществлен? Обелиск можно считать тонким однородным стержнем.



Решение

11.3 На рисунке изображены силы, действующие на обелиск во время подъема (все обозначения традиционные). Для того чтобы обелиск не соскользнул с фундамента, необходимо, чтобы сила трения покоя не превысила своего максимального значения μN . Будем считать, что подъем осуществляется медленно, поэтому в любой момент времени сумма сил равна нулю. Это условие в проекции на горизонтальное и вертикальное направления имеет вид

$$\begin{aligned} F_{mp.} &= T \cos \beta \\ N &= mg + T \sin \beta \end{aligned} \quad (1)$$

Следовательно, условие возможности подъема записывается в виде неравенства

$$T \cos \beta \leq \mu(mg + T \sin \beta). \quad (2)$$

Для определения силы натяжения троса запишем условие равновесия для моментов сил относительно точки опоры

$$Tl \sin \beta = mg \frac{h}{2} \cos \alpha, \quad (3)$$

здесь $l \sin \beta$ плечо силы натяжения троса. Из этого уравнения найдем

$$T = \frac{mg \cos \alpha}{4 \sin \beta}$$

и подставим в неравенство (2), которое упрощается

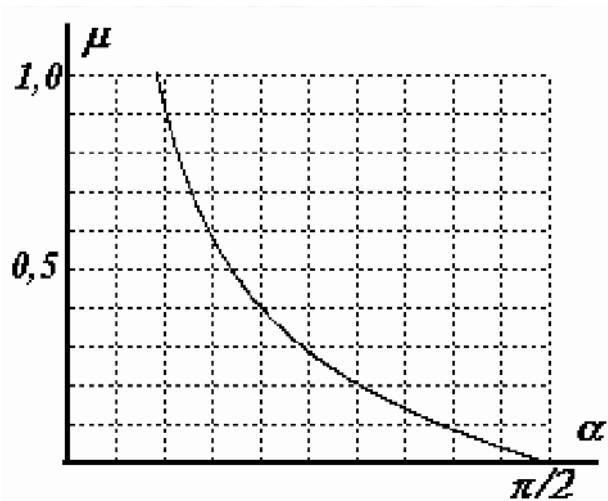
$$\mu \geq \frac{\cos \alpha}{(4 + \cos \alpha) \operatorname{tg} \beta}. \quad (4)$$

Тангенс угла β выразим из треугольника ABE

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h \sin \alpha}{l + h \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{2 + \cos \alpha}. \quad (5)$$

Окончательно, получаем требуемое условие

$$\mu \geq \frac{(2 + \cos \alpha) \cos \alpha}{(4 + \cos \alpha) \sin \alpha}. \quad (6)$$



Можно показать (на рис. показан ее график), что стоящая справа функция является монотонно убывающей, поэтому, если скольжение не началось в начальный момент подъема (при минимальном значении угла α), то оно не начнется и позже.

