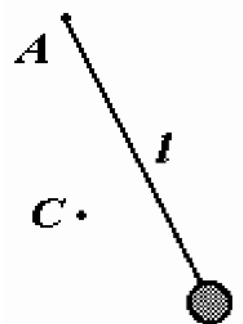


Условие

2. В вертикальную стену вбит гвоздь A , к которому с помощью невесомой нерастяжимой нити длиной l прикреплен небольшой массивный шарик. Нить с шариком отклоняют до горизонтального положения и отпускают без толчка. В процессе движения нить цепляется за гвоздь C и начинает частично наматываться на него. Укажите множество точек на стенке, в которых можно разместить гвоздь C , так чтобы в процессе движения шарик совершил полный оборот вокруг этого гвоздя. Сопротивлением воздуха пренебречь.



Решение

10.2 Будем задавать расположение гвоздя C с помощью полярных координат: r - расстояния от него до точки подвеса A и β - угла между вертикалью и отрезком AC . Траектория шарика состоит из дуги окружности радиуса l (до касания нити о гвоздь) и соприкасающейся окружности радиуса $l - r$ (после того, как нить начала наматываться на гвоздь). Чтобы шарик сделал полный оборот вокруг гвоздя, необходимо согласно 2 закону Ньютона, что бы в верхней точке окружности выполнялось условие

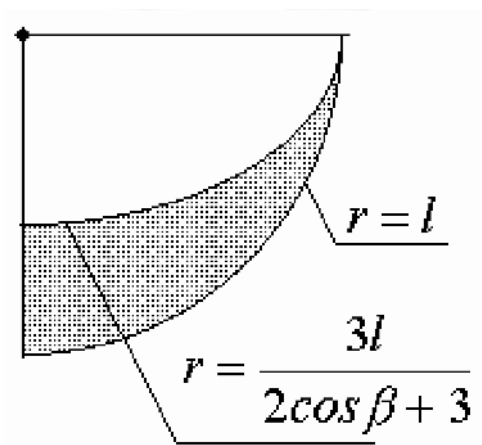
$$\frac{mv^2}{l - r} \geq mg. \quad (1)$$

Так как шарик сохраняет свою механическую энергию, то его скорость в этой точке можно найти из равенства

$$\frac{mv^2}{2} = mg(r \cos \beta - l + r), \quad (2)$$

где $(r \cos \beta - l + r)$ изменение высоты шарика. Объединяя (1) и (2), получим неравенство

$$\frac{2mg(r \cos \beta - l + r)}{l - r} \geq mg \quad (3)$$



и преобразуем его к виду

$$r \geq \frac{3l}{2 \cos \beta + 3}. \quad (4)$$

Линия ограничивающая эту область является дугой эллипса. Кроме того, понятно, что $r < l$ (граница этой области - окружность). Область, точки которой удовлетворяют условию задачи, показана на рисунке.

