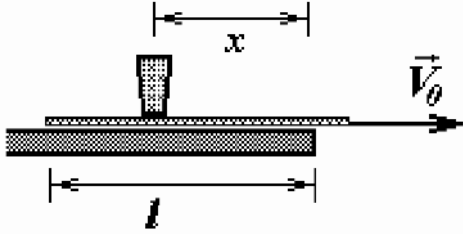


Условие

1. Вам необходимо осуществить известный трюк: выдернуть платок из-под стоящего на нем стакана. Платок лежит на краю стола, так, что длина лежащей на столе его части равна l , стакан стоит на платке на расстоянии x от края стола, стакан можно считать материальной точкой. Масса платка пренебрежимо мала, коэффициент трения между платком и дном стакана равен μ . Коэффициент трения между стаканом и столом велик настолько, что можно пренебречь движением стакана по столу. Считая, что платок выдергивается с постоянной скоростью, определите при какой минимальной скорости платка этот трюк осуществим.



Решение

11.1 Трюк не удастся, если стакан упадет со стола. Для успеха необходимо, чтобы за время движения платка стакан не успел достичь края стола. Платок движется с постоянной скоростью v_0 , следовательно время его движения $t = \frac{l}{v_0}$. Стакан движется под действием силы трения, поэтому если скорость стакана меньше скорости платка, то он будет двигаться с постоянным ускорением $a = \mu g$. Чтобы он не достиг края стола должно выполняться условие

$$\frac{at^2}{2} = \frac{\mu gl^2}{2v_0^2} < x \quad (1)$$

из которого следует

$$v_0 > \sqrt{\frac{\mu gl^2}{2x}}. \quad (2)$$

Кроме того, стакан за время движения не должен достичь скорости платка - в противном случае он будет двигаться с постоянной скоростью и упадет со стола. Обозначим t_1 - время, за

которое стакан достигнет скорости платка. Это время легко определить из закона равноускоренного движения стакана

$$at_1 = \mu gt_1 = v_0; \quad \Rightarrow \quad t_1 = \frac{v_0}{\mu g}. \quad (3)$$

За это время стакан должен успеть соскочить с платка, что произойдет, если разность смещений платка и стакана будет меньше длины части платка за стаканом

$$v_0 t_1 - \frac{\mu g t_1^2}{2} < l - x. \quad (4)$$

Из соотношений (3)-(4) находим еще одно условие, налагаемое на скорость платка:

$$v_0 > \sqrt{2\mu g(l - x)}. \quad (5)$$

Так как одновременно должны выполняться неравенства (2) и (5), следует выбрать большую из скоростей, задаваемых этими неравенствами. Определим при каких значениях x следует выбрать неравенство (2), для чего рассмотрим неравенство

$$\sqrt{\frac{\mu g l^2}{2x}} > \sqrt{2\mu g(l-x)}.$$

Путем очевидной цепочки преобразований эта неравенство приводится к виду

$$l^2 - 4lx + 4x^2 = (l - 2x)^2 \geq 0.$$

Из которого следует, что при выполнении неравенства (2) будет выполняться и неравенство (4). Таким образом окончательный ответ задачи: скорость платка должна удовлетворять неравенству (2).