

Условие

4. В данной задаче вам необходимо построить модель явления *светоиндуцированного дрейфа* в газах. В некоторых условиях возможно медленное смещение одной из компонент смеси газов под действием света. Причем этот дрейф может быть направлен как в направлении распространения света, так и в противоположном направлении.

Мы рассмотрим этот эффект в смеси, состоящей из атомарного водорода и гелия, причем концентрация водорода значительно меньше концентрации гелия (который используется в качестве буферного газа). Температура смеси $T = 100\text{K}$, давление $p = 1,0 \cdot 10^4$ Па.

Смесь облучается плоской монохроматической световой волной.

4.1 Используя полуклассическую теорию атома водорода Бора, найдите зависимость радиуса атома водорода (в качестве радиуса атома рассматривается радиус боровской орбиты) от главного квантового числа n . Рассчитайте радиус атома в основном и первом возбужденном состоянии. Чему равен радиус атома при $n = 1000$?

Напоминаем. Согласно правилу квантования Бора, стационарными являются орбиты, для которых выполняется условие $mvr = n\hbar$ (m - масса электрона, v - его орбитальная скорость, r - радиус орбиты, n - главное квантовое число).

4.2 Получите формулу для оценки средней длины свободного пробега Λ атома водорода. Приведите численную оценку длины свободного пробега атома водорода, находящегося в основном состоянии, в рассматриваемой смеси. Во сколько раз изменится длина свободного пробега при переходе атома в первое возбужденное состояние?

Диаметр атома гелия примите равным $0,2\text{нм}$.

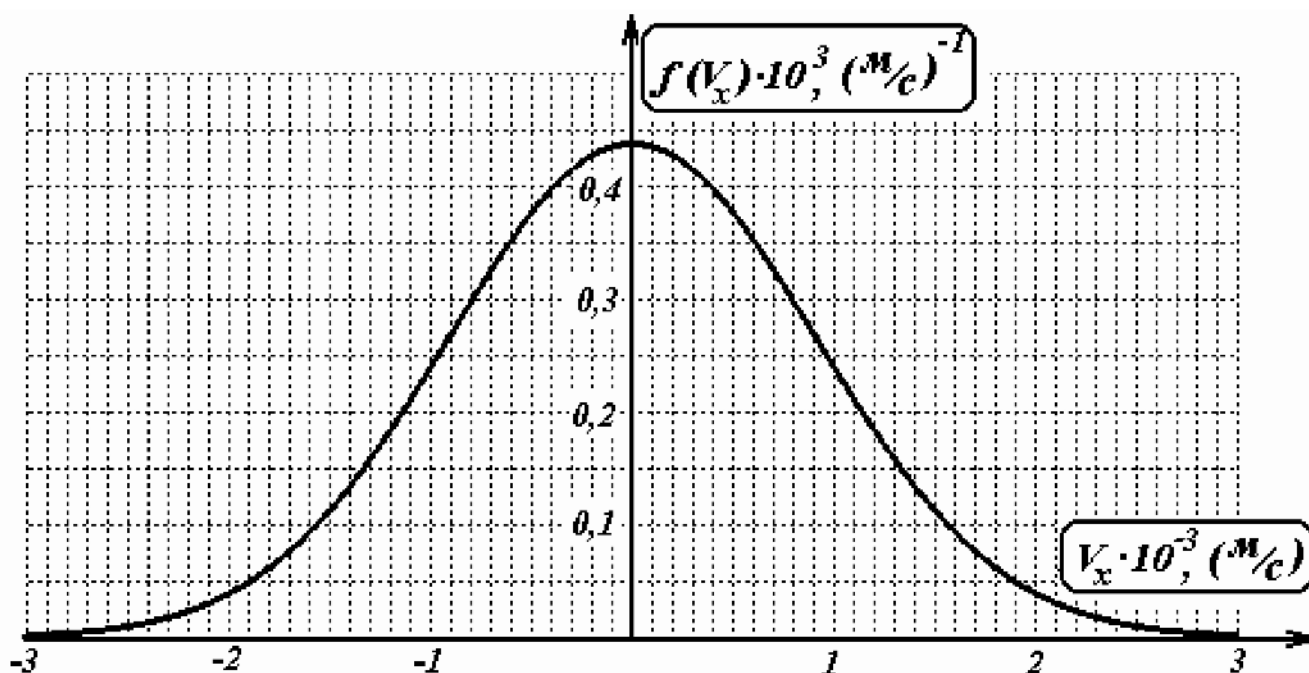
4.3 Рассчитайте частоту электромагнитного излучения ν_0 , поглощаемого атомом водорода при переходе из основного в первое возбужденное состояние.

4.4 Покажите, что частота излучения, воспринимаемая атомом, движущимся со скоростью V навстречу электромагнитной волне частоты ν_0 , может быть рассчитана по приближенной формуле $\nu = \nu_0 \left(1 + \frac{V}{c}\right)$, где c - скорость света.

4.5 Частота падающего излучения превышает частоту перехода из основного в первое возбужденное состояние атома водорода на $\Delta\nu \approx 1 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$. С какой скоростью V^* должен двигаться атом водорода, чтобы он мог поглотить квант падающего излучения?

4.6 Линии поглощения атомов имеют конечную ширину, то есть атом поглощает излучение не только строго резонансной частоты ν_0 (определяемой разностью уровней энергии), но и частот, которые отличаются от частоты ν_0 на некоторую малую величину $\delta\nu$ (эта величина называется шириной линии поглощения). Для перехода атома водорода из основного в первое возбужденное состояние эта величина составляет $\delta\nu \approx 2 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$. Учитывая, что в рассматриваемой газовой смеси, скорости атомов водорода различаются, определите долю атомов водорода, которые поглощают излучение, частота которого превышает ν_0 на величину $\Delta\nu \approx 1 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Считайте, что интенсивность излучения такова, что $\eta \approx 1\%$ атомов, для которого выполняются условия поглощения, переходит в возбужденное состояние.

Функция распределения $f(v_x)$ атомов водорода по величине проекции скорости v_x при температуре $T = 100\text{K}$ показана на рисунке. Напоминаем. Величина $f(v_x)\Delta v_x$ равна относительной доле молекул, компоненты скорости v_x которых лежат в интервале $[v_x, v_x + \Delta v_x]$.



4.7 Оцените среднюю скорость дрейфа водорода в рассматриваемой смеси при ее облучении электромагнитной волной, описанной в предыдущем разделе. Для оценки, считайте, что для возбужденных молекул длина свободного пробега пренебрежимо мала. При столкновении возбужденного атома он переходит в основное состояние. 4.8 Получите формулу для зависимости скорости дрейфа от величины $\Delta\nu$ отстройки частоты падающего излучения от резонансной частоты поглощения ν_0 , в рамках рассматриваемой модели. Постройте схематический график этой зависимости.

заряд электрона	$e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл
масса электрона	$m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг
скорость света	$c = 2,998 \cdot 10^8$ м/с
постоянная Планка	$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
постоянная Больцмана	$k = 1,381 \cdot 10^{-23}$ Дж / К
газовая постоянная	$R = 8,314$ Дж / (К·моль)
электрическая постоянная	$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ Ф / м

Экспериментальные задачи. **Связанные маятники.**

Целью данной задачи является экспериментальное исследование динамики движения двух взаимодействующих маятников. Два маятника (грузы на нитях) подвешены к горизонтально натянутому шнуру и совершают колебания в плоскостях, перпендикулярных шнуру.

1. Прикрепите к шнуру два маятника, массы которых существенно различаются. Длина нити, к которой прикреплен массивный груз, фиксирована. Исследуйте зависимость амплитуды колебаний маятника малой массы от его длины. Измерения следует проводить при фиксированной амплитуде колебаний тяжелого маятника. Постройте график и объясните полученную зависимость. 2. Прикрепите к шнуру два маятника одинаковых масс. Длина одного маятника фиксирована. Исследуйте зависимость периода биений от длины второго маятника. Получите формулу, описывающую данную зависимость, обоснуйте ее экспериментально.

Приборы и оборудование: шнур, нить, три груза, линейка, секундомер, 2 штатива.

Электролит. Цель данной работы – исследовать прохождение электрического тока через раствор электролита, залитого в тонкую трубку.

1. Проверьте экспериментально выполнимость закона Ома для раствора электролита. Иссле-

дуйте зависимость силы тока от приложенного напряжения для нескольких значений расстояния между электродами. 2. Исследуйте зависимость силы тока от расстояния между электродами. Определите удельное сопротивление электролита. Внутренний диаметр трубки задан. 3. Приборы и оборудование: полиэтиленовая трубка, раствор медного купороса, источник тока, вольтметр, миллиамперметр, реостат, соединительные провода

Конический маятник.

Цель работы: исследование кругового движения груза, подвешенного на нити. Шарик, подвешенный на нити должен совершать движение по окружности в горизонтальной плоскости.

1. Получите формулу для периода одного оборота конического маятника в зависимости от длины нити и радиуса окружности, по которой движется маятник.

Проведите экспериментальную проверку полученной формулы для чего:

2. Исследуйте зависимость периода вращения маятника от радиуса вращения при нескольких длинах нити.

3. Исследуйте зависимость периода вращения от длины нити.

4. По полученным данным рассчитайте значение ускорения свободного падения.

Приборы и оборудование: штатив, нить, шарик, секундомер, бумага с нарисованными окружностями, секундомер, линейка.

Равновесие.

Цель работы – изучение упругих свойств небольшой пружинки при деформации изгиба. Закрепите на пружинке небольшой стержень (трубку), по которой можно перемещать груз известной массы.

1. По закону Гука угол изгиба пропорционален изгибающему моменту. Проверьте экспериментально этот закон, определите по полученным данным коэффициент пропорциональности между углом изгиба и приложенным моментом сил.

2. Закрепите пружинку так, чтобы ее ось составляла небольшой угол с вертикалью. Исследуйте зависимость положения равновесия трубки от положения груза на ней.

Постройте график теоретической зависимости потенциальной системы (пружинка – трубка - грузик) от угла отклонения трубки. Проверьте его экспериментально.

Приборы и оборудование: пружинка с прикрепленной трубкой, линейка, скрепка, пластилин, весы с разновесами, лист картона.

Манометр.

Цель работы: изучение демонстрационного манометра в качестве измерителя давления и температуры.

1. Погружая датчик манометра в воду комнатной температуры на различную глубину, исследуйте зависимость разности уровней

воды в коленях манометра от глубины погружения. Постройте график зависимости разности уровней от глубины погружения. Объясните полученную зависимость. 2. Измерьте с помощью манометра плотность соляного раствора. 3. Погрузите манометр в воду на глубину в несколько сантиметров. Исследуйте зависимость разности уровней от температуры воды, в которую погружен датчик. Постройте график полученной зависимости. Качественно объясните полученную зависимость. Предложите способы использования предоставленного вам прибора в качестве измерителя температуры. Попробуйте их реализовать экспериментально.

Приборы и оборудование. Манометр демонстрационный, термометр, линейка, вода горячая и холодная, соляной раствор, сосуды для воды.

Свет и тени.

Вам необходимо изучить принципы действия простейших устройств, формирующих изображение: линзы и небольшого отверстия. В качестве источника света используется пламя свечи.

1. Измерьте с максимальной точностью фокусное расстояние линзы. 2. Получите формулу для расчета линейного увеличения изображения, формируемого линзой. Проверьте ее экспериментально. Определите вертикальный и горизонтальный размеры пламени. 3. Расположите между свечой и экраном темный экран со щелью. Опишите качественно распределение освещенности экрана. Исследуйте зависимость ширины светлой полосы на экране от расстояния между щелью и экраном. Проведите измерения для вертикального и горизонтального расположения свечи. 4. Получите изображение пламени свечи на экране, используя темный экран с круглым отверстием. Объясните механизм возникновения изображения в этом случае. Предложите численные характеристики, определяющие качество изображения, формируемого с помощью небольшого отверстия, исследуйте зависимость этих характеристик от взаимного расположения свечи, отверстия и экрана с изображением. Определите диаметр отверстия.

Приборы и оборудование: свеча, линза, матовый экран, экраны с отверстиями, линейка.

Решение

11.4 Тема этой задачи предложена студентом 1 курса физического факультета БГУ Юрием Дежко.

4.1. Записывая уравнение динамики для движения электрона (все обозначения стандартные)

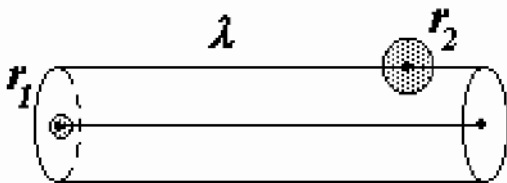
$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (1)$$

и правило квантования $mrv = n\hbar$, находим радиусы боровских орбит

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} n^2 = r_1 n^2. \quad (2)$$

где $r_1 \approx 5,3 \cdot 10^{-11}$ м - радиус первой боровской орбиты. В первом возбужденном состоянии $r_2 \approx 2,1 \cdot 10^{-10}$ м, для $n = 1000$ $r \approx 5 \cdot 10^{-5}$ м, то есть порядка 0,05 мм.

4.2 Оценку длины свободного пробега Λ можно получить путем следующих рассуждений: в цилиндре длиной Λ и радиусом $(r_1 + r_0)$



(где r_1, r_0 - радиусы атомов водорода и гелия), в среднем должен находиться один атом гелия, поэтому

$$\pi(r_1 + r_0)^2 \Lambda \gamma = 1,$$

где γ - концентрация атомов гелия. Из этого соотношения находим

$$\Lambda \approx \frac{1}{\pi(r_1 + r_0)^2 \gamma}. \quad (3)$$

Концентрацию молекул гелия найдем из уравнения состояния идеального газа

$$p = \gamma kT,$$

k - постоянная Больцмана. Таким образом, получаем окончательную формулу для оценки длины свободного пробега

$$\Lambda \approx \frac{kT}{\pi(r_1 + r_0)^2 p}. \quad (4)$$

Численная оценка длины свободного пробега для атома водорода в заданных условиях $\Lambda \approx 2 \cdot 10^{-6}$ м. При переходе в первое возбужденное состояние ($n = 2$) радиус атома водорода возрастает в 4 раза поэтому длина свободного пробега уменьшается в

$$\frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} = \frac{(4r_1 + r_0)^2}{(r_1 + r_0)^2} \approx 4 \text{ раза.}$$

4.3 Частота излучения определяется разностью энергий состояний, между которыми происходит переход

$$\nu = \frac{E_1 - E_2}{h}, \quad (5)$$

где h - постоянная Планка. Энергии состояний могут быть вычислены по формуле

$$E_n = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{me^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad (6)$$

которая следует из теории Бора. Таким образом, искомая частота излучения

$$\nu_0 = \nu_{1 \rightarrow 2} = \frac{me^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 4\pi \hbar^3} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \approx 2,4 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}.$$

4.4 При движении приемника навстречу волне, одна длина волны λ (которая связана с частотой соотношением $\lambda = \frac{c}{\nu_0}$) пройдет через приемник за время $\tau = \frac{\lambda}{c+V}$. Понятно, что это время является периодом колебаний, воспринимаемым источником, поэтому воспринимаемая частота может быть рассчитана по формуле

$$\nu = \frac{1}{\tau} = \frac{\nu_0}{c} (c + V) = \nu_0 \left(1 + \frac{V}{c} \right). \quad (7)$$

4.5 Из формулы (7) следует, что доплеровский сдвиг частоты равен $\Delta\nu = \nu_0 \frac{V}{c}$. Такой сдвиг достигается при скорости

$$V^* = c \frac{\Delta\nu}{\nu_0} \approx 1,3 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

4.6 Ширине линии поглощения $\delta\nu$ соответствует интервал скоростей

$$\delta V = c \frac{\delta\nu}{\nu_0} \approx 50 \frac{\mathcal{M}}{\text{с}}.$$

Из приведенного графика найдем значение

функции распределения для скорости $V^* = 1,3 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$:

$$f \approx 0,18 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\mathcal{M}}{\text{с}} \right)^{-1}.$$

Поэтому доля молекул, которые могут поглотить падающее излучение равна $f\delta V \approx 0,009$ (т.е. около 1%), учитывая вероятность поглощения, найдем долю возбужденных молекул $\xi = \eta f(V^*) \delta V \approx 9 \cdot 10^{-5}$

4.7 При оговоренных приближениях, следует считать, что возбужденные атомы сразу останавливаются. Выделим эту группу атомов (они имеют скорости мало отличающиеся от величины $V^* = c \frac{\Delta\nu}{\nu_0} \approx 1,3 \cdot 10^3 \frac{M}{c}$), обозначим их число $\delta N = \xi N$. Средняя скорость остальных молекул (их число $N - \delta N$ практически равно полному числу молекул) и будет равна скорости дрейфа $V_{\partial p}$. При отсутствии возбуждения средняя скорость смещения равна нулю, поэтому выполняется соотношение

$$NV_{\partial p} + \delta NV^* = 0.$$

Отсюда находим среднюю скорость дрейфа $V_{\partial p} = -\frac{\delta N}{N} V^* = -\xi V^* \approx -0,1 \frac{M}{c}$. Знак минус указывает, что дрейф направлен в сторону, противоположную скорости атомов, поглощающих свет.

4.8 Из предыдущих разделов следует, что сорость определяется формулой

$$V_{\partial p} = -\eta f(V^*) \delta V \cdot V^*,$$

где $V^* = c \frac{\Delta\nu}{\nu_0}$ - скорость атомов, для которых падающее излучение является резонансным, поэтому

$$V_{\partial p} \approx -\eta \delta V c \frac{\Delta\nu}{\nu_0} f\left(c \frac{\Delta\nu}{\nu_0}\right).$$

Положительным считается направление, противоположное направлению падающего света. Схематический график этой зависимости имеет вид $-xf(x)$ и показан на рисунке.

