

МАГНИТНОЙ ВЯЗКОСТИ

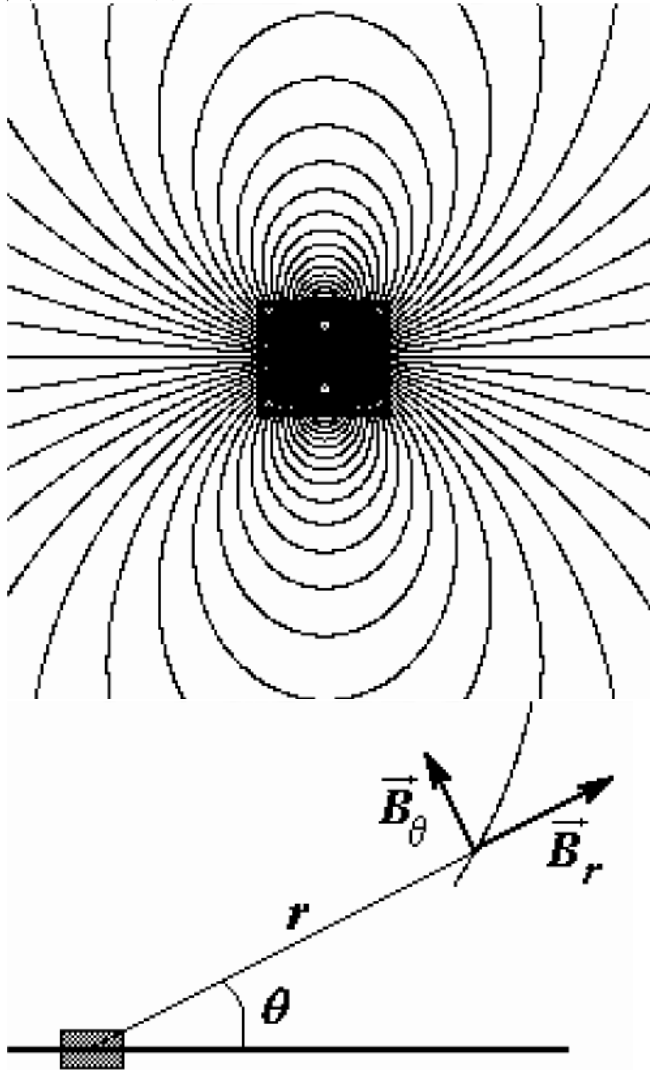
Условие

Задача 3.

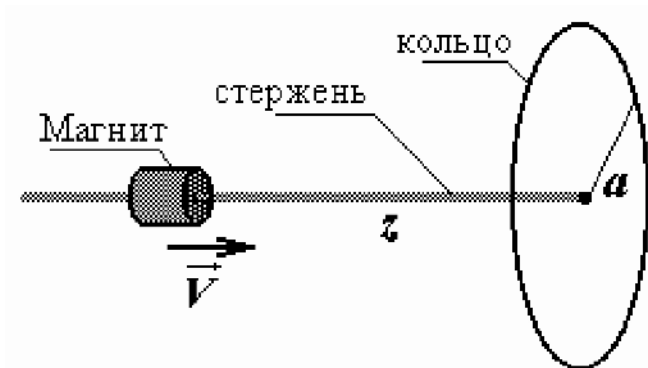
При движении в магнитном поле в проводниках возникают токи Фуко, приводящие к появлению сил, так называемой, «магнитной вязкости». Попробуйте рассчитать эту силу в одном конкретном и не очень сложном случае. Маленький постоянный кольцевой магнит движется с постоянной скоростью V по длинному прямому стержню, находящемуся на оси тонкого неподвижного кольца радиуса a . Электрическое сопротивление кольца равно R , его индуктивностью можно пренебречь. Магнитное поле магнита в произвольной точке A удобно описывать с помощью следующих координат: r - расстояние от центра магнита до рассматриваемой точки, θ - угла между осью магнита и направлением на точку A . Вектор магнитной индукции легко разложить на составляющие: $\vec{B}_r$ - радиальную, $\vec{B}_\theta$ - азимутальную. Эти компоненты поля зависят от координат по законам

$$B_r = b \frac{2 \cos \theta}{r^3}; \quad B_\theta = b \frac{\sin \theta}{r^3}.$$

Для наглядности силовые магнитные линии такого поля показаны на рисунке.

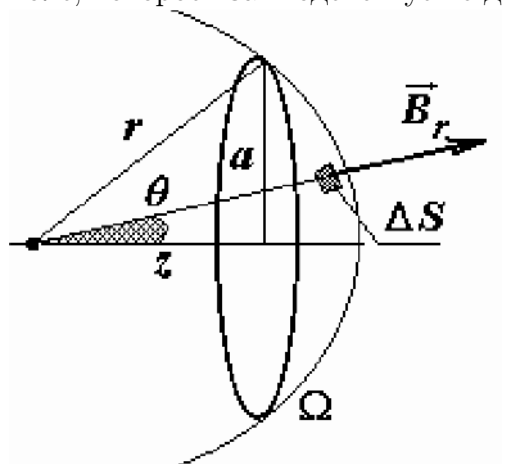


Найдите силу, действующую со стороны кольца на движущийся магнит, в точке, отстоящей на расстоянии z от центра кольца.



Решение

Задача 3. При изменении магнитного потока через проводящий контур в нем возникает ЭДС индукции, приводящая к появлению электрического тока. Эти токи создают свое магнитное поле, которое взаимодействует с движущимся



магнитом, вследствие чего и появляются силы «вязкого трения». Существует достаточно простой метод расчета этих сил: работа сил трения в точности равна количеству Джоулевой теплоты индукционных токов. Поэтому решение данной задачи сводится к вычислению мощности индукционного тока в кольце с последующим расчетом силы вязкости.

Вычислим магнитный поток через кольцо. Этот поток удобно рассчитывать через участок сферической поверхности Ω , опирающейся на кольцо, с центром, находящимся в центре магнита. На этой поверхности радиальная составляющая магнитного поля является нормальной, поэтому магнитный поток через малую площадку ΔS равен $\Delta\Phi = B_r \Delta S$. Поток через контур вычисляется как сумма потоков через все малые площадки на рассматриваемом участке сферы

$$\Phi = \sum_i B_{ri} \Delta S_i = \sum_i b \frac{2 \cos \theta_i}{r^3} \Delta S_i = \frac{2b}{r^3} \sum_i \Delta S_i \cos \theta_i. \quad (1)$$

Можно заметить, что $\Delta S_i \cos \theta_i$ является площадью проекции площадки ΔS_i на площадь кольца. Поэтому сумма, стоящая в формуле (1), равна площади кольца πa^2 . По теореме Пифагора радиус сферы равен $r = \sqrt{a^2 + z^2}$. Следовательно, поток через кольцо определяется формулой

$$\Phi = \frac{2\pi b a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (3)$$

Согласно закону электромагнитной индукции, ЭДС индукции равна производной от магнитного потока по времени

$$E = -\Phi' = \frac{6\pi a^2 b z V}{(a^2 + z^2)^{5/2}}. \quad (4)$$

При выводе последнего соотношения учтено, что производная от z равна скорости движения магнита V . По закону Джоуля-Ленца вычислим мощность теплоты, выделяющейся в стержне

$$P = \frac{E^2}{R} = \frac{1}{R} \left(\frac{6\pi a^2 b z V}{(a^2 + z^2)^{5/2}} \right)^2 = \frac{36\pi^2 a^4 b^2 z^2}{R (a^2 + z^2)^5} V^2. \quad (5)$$

Равная ей мощность, развиваемая силами вязкости, рассчитывается «по определению» $P = FV$. Из равенства найденных мощностей получаем выражение для магнитной силы

$$F = \frac{36\pi^2 a^4 b^2 z^2}{R (a^2 + z^2)^5} V. \quad (6)$$