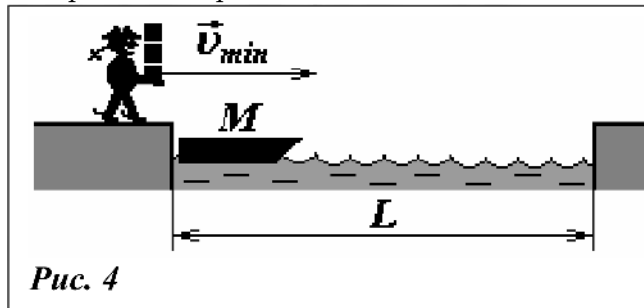


Находчивый Мюнхгаузен

Условие

Задание 4. «Находчивый Мюнхгаузен»

Согласно опять же не дошедшим до наших дней военным рассказам барона, неприятель своим крупным глазом все-таки заметил пропажу ящиков с крупной дробью и бросился в погоню за бесстрашным бароном. Для спасения ящиков и самого себя барон, не раздумывая, разогнался и со всего маху прыгнул в лодку без весел, стоявшую у берега! И здесь смелость и находчивость барона спасли ему жизнь, поскольку он благополучно причалил к противоположному берегу реки. Позже барон уверял, что именно ящики с дробью помогли ему проделать этот невероятный трюк...



Лодка без весел массы $M = 100$ кг плавает у берега (рис.4). При движении лодки по воде на нее действует переменная сила сопротивления, зависящая от скорости движения $\vec{u}$ лодки по закону $\vec{F}_c = -\alpha \cdot \vec{u}$, где $\alpha = 15 \frac{\text{Н}\cdot\text{с}}{\text{м}}$ — постоянный для данного случая коэффициент сопротивления. С какой минимальной горизонтальной скоростью $\vec{v}_{min}$ должен прыгнуть с берега в лодку человек массой $m = 70$ кг для того, чтобы лодка смогла доскользить по воде до противоположного берега? Ширина реки $L = 25$ м, длина лодки $l = 2,0$ м.

Решение

Задание 4. «Находчивый Мюнхгаузен»

Человек, прыгнув в лодку, сообщит ей некоторую начальную скорость v_0 , которую можно найти из закона сохранения импульса

$$mv_{min} = (M + m)v_0 \Rightarrow v_0 = \frac{mv_{min}}{(M + m)}. \quad (1)$$

Далее лодка с человеком будет скользить по инерции, постепенно замедляя свое движение под действием силы сопротивления воды. Пусть в некоторый момент времени скорость лодки $v(t)$. Согласно II закону Ньютона для движения лодки (в проекции на горизонтальное направление) с учетом определений ускорения и скорости в этом случае можем записать

$$(M + m)a = (M + m)\frac{\Delta v}{\Delta t} = -\alpha v(t) = -\alpha \frac{\Delta x}{\Delta t}. \quad (2)$$

Умножая обе части равенства (2) на Δt , получим связь между приращением скорости Δv за некоторый малый промежуток времени Δt и приращением Δx ее координаты

$$\Delta v = -\frac{\alpha}{M + m} \Delta x. \quad (3)$$

Суммируя (3) по всем малым промежуткам, получим

$$\sum_i \Delta v_i = (0 - v_0) = -\frac{\alpha}{M + m} \sum_j \Delta x_j = -\frac{\alpha}{M + m} (x - x_0) \Rightarrow x - x_0 = s = \frac{(M + m)v_0}{\alpha}. \quad (4)$$

Лодка коснется противоположного берега в результате скольжения, только в том случае, если пройдет путь

$$s = x - x_0 = L - l \quad \Rightarrow \quad v_0 = \frac{\alpha}{M + m} (L - l). \quad (5)$$

С учетом выражения (1) из (5) окончательно получаем

$$v_{min} = \frac{\alpha(L - l)}{m} = 4,9 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (6)$$

Интересно, что в окончательное выражение (6) не вошла масса лодки M , хотя на первый взгляд кажется, что она является существенным параметром в данной задаче. Данный факт можно объяснить так: тяжелая лодка легче скользит по воде, но ее тяжелее разогнать, тогда как легкую лодку можно лучше разогнать, но она быстро теряет свою скорость в воде. Следовательно, с практической точки зрения для успешного путешествия без весел важно «запасти» как можно больший импульс еще при разгоне по берегу.