

Мультиметр Мюнхгаузена

Условие

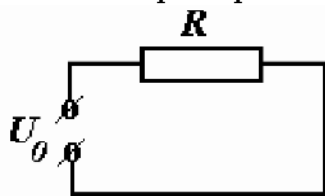
Задание 5. «Мультиметр Мюнхгаузена»

Согласно устоявшемуся и правдивому мнению барон навсегда останется символом борьбы за достижение невозможного, за преодоление с помощью смекалки стоящих перед нами ограничений, за решительное взятие немислимых пределов и смелое расширение доступных диапазонов. По неоднократным признаниям самого барона (не будет же он нагло врать членам жюри республиканской олимпиады!) это и есть самый главный результат его скромных деяний...

Обычный амперметр с помощью нехитрых приспособлений можно превратить в т.н. *многопредельный многофункциональный электроизмерительный прибор*. Для этого необходимо, предварительно рассчитав величины сопротивления вспомогательных резисторов, определенным образом подсоединить их к амперметру. Считайте, что в вашем распоряжении имеется набор резисторов любых сопротивлений.

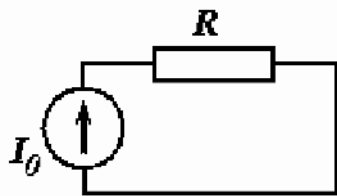
Электрическое сопротивление амперметра $R_0 = 1,0 \text{ Ом}$, ток его максимального отклонения (максимальное значение тока, который может протекать через прибор) $I_{\max} = 2,0 \text{ А}$; цена деления амперметра (и минимальное значение тока, который можно измерить) $\delta I = 0,10 \text{ А}$.

5.1 «Амперметр – амперметр»



С помощью амперметра необходимо измерять силу тока в цепи, подключенной к источнику постоянного напряжения $U_0 = 36 \text{ В}$. Нарисуйте схему подключения амперметра для выполнения поставленной задачи. В каких пределах может изменяться сопротивление цепи R , чтобы в ней можно было измерить силу тока имеющимся амперметром? Какова погрешность измерения тока, связанная с наличием сопротивления у амперметра? Как «модифицировать» амперметр, чтобы им можно было измерять силу тока, в $n = 5$ раз превышающую $I_{\max}$?

5.2 «Амперметр – вольтметр»



С помощью амперметра необходимо измерять напряжение на резисторе, подключенного к источнику постоянного тока $I_0 = 10 \text{ А}$. При таком источнике сила тока в цепи не зависит от сопротивления внешней цепи. Как «модифицировать» амперметр, чтобы им можно было измерять напряжение на резисторе? Нарисуйте схему подключения амперметра для выполнения поставленной задачи. Установите связь между показаниями амперметра и измеряемым напряжением. В каких пределах может изменяться сопротивление резистора R , чтобы на нем можно было измерить напряжение имеющимся амперметром?

5.3 «Амперметр – омметр» С помощью амперметра необходимо измерять сопротивления неизвестных резисторов. В вашем распоряжении имеется источник (батарейка) постоянного напряжения $U_0 = 4,5 \text{ В}$, которое не зависит от сопротивления внешней цепи. Нарисуйте схему подключения амперметра для выполнения поставленной задачи. Какие сопротивления

можно измерять с помощью имеющегося прибора? Установите связь между показаниями амперметра и измеряемым сопротивлением.



Республиканская физическая олимпиада 2005 год.

г. Гродно
Теоретический тур

10 класс.

Республиканская физическая олимпиада 2005 год. г. Гродно Теоретический тур

Решение

Задание 5. «Мультиметр Мюнхгаузена»

5.1 «Амперметр – амперметр» Для измерения силы тока амперметр следует подключать в цепь *последовательно*. Минимальное R_{min} и максимальное R_{max} сопротивления цепи (т.е. суммарное сопротивление резистора и амперметра) должны соответствовать максимальному I_{max} и минимальному δI значениям силы тока

$$R_{min} = \frac{U}{I_{max}} = 18 \text{ Ом}, \quad R_{max} = \frac{U}{\delta I} = 0,36 \text{ кОм}. \quad (1)$$

Соответственно пределы изменения сопротивления цепи в этом случае $R_{min} \leq R \leq R_{max}$. До включения амперметра сила тока на участке цепи, подлежащая измерению, была $I_x = \frac{U}{R}$, где U — напряжение источника, R — сопротивление участка цепи. После включения в цепь амперметра сопротивлением R_A сила тока несколько уменьшится до значения

$$I = \frac{U}{R + R_A}. \quad (2)$$

Изменение силы тока ΔI по отношению к начальному значению тока в цепи и есть *абсолютная погрешность* измерения силы тока

$$\Delta I = I_x - I = \frac{U}{R} - \frac{U}{R + R_A} = \frac{R_A}{R(R + R_A)} U. \quad (3)$$

Для расчета по формуле (5) из возможного диапазона сопротивлений выберем R_{min} , поскольку в этом случае погрешность максимальна

$$\Delta I = 0,011 = 1,1\%. \quad (4)$$

Для «модификации» амперметра с целью измерения токов, превышающих I_{max} , следует пустить часть тока «в обход» амперметра, т.е. присоединить параллельно ему резистор (шунт) с известным электрическим сопротивлением $R_{ш}$.

Тогда суммарную тока в цепи I найдем как

$$I = I_0 + I_{ш}, \quad (5)$$

где $I_{ш}$ — сила тока через шунт.

С силу параллельного включения падение напряжения на амперметре $U_A = I_0 R_A$ и шунте $U_{ш} = I_{ш} R_{ш}$ должны быть одинаковы. Из этого условия с учетом (1) получаем

$$I = n I_0 = I_0 + I_{ш} = I_0 \left(1 + \frac{R_A}{R_{ш}}\right) \Rightarrow R_{ш} = \frac{R_A}{n - 1}. \quad (6)$$

В рассматриваемом случае

$$R_{ш} = 0,25 \text{ Ом}. \quad (7)$$

5.2 «Амперметр — вольтметр» В случае использования источника тока, дающего фиксированное значение силы тока I_0 независимо от сопротивления цепи, традиционное (последовательное) включение амперметра не даст желаемого результата — он будет показывать всегда одно и то же значение силы тока — I_0 . Это можно понять, если учесть, что внутреннее сопротивление источника тока равно бесконечности $r = \infty$. Следовательно для измерения напряжения на резисторе ничего не остается, как очень аккуратно подключить амперметр *параллельно* резистору, хотя это и строгойше запрещено.

При таком подключении измеряемое напряжение U на резисторе совпадает с напряжением на амперметре

$$U = I_A R_A. \quad (8)$$

С учетом правила деления тока I_0 на резисторах

$$I_A = \frac{R}{R + R_A} I_0; \quad I_R = \frac{R_A}{R + R_A} I_0 \quad (9)$$

выражение (8) можем переписать в виде

$$U = I_A R_A = \frac{R R_A}{R + R_A} I_0. \quad (10)$$

Подставляя в (9) для I_A последовательно значения I_{max} и δI , найдем диапазон изменения сопротивления резистора $R_{min} \leq R \leq R_{max}$ для случая источника тока

$$R = \frac{I_A R_A}{I_0 - I_A}. \quad (11)$$

Соответственно

$$R_{min} = R(I_A = \delta I) = 0,11 \text{ Ом} \quad (12)$$

$$R_{max} = R(I_A = I_{max}) = 0,25 \text{ Ом}. \quad (13)$$

5.3 «Амперметр – омметр» Для измерения сопротивления R неизвестного резистора соединим последовательно батарейку, резистор и амперметр. Показания амперметра в этом случае (в соответствии с законом Ома)

$$I = I_A = \frac{U_0}{R + R_A}. \quad (14)$$

Из (14) выразим неизвестное сопротивление

$$R = \frac{U_0}{I_A} - R_A. \quad (15)$$

Для вычисления диапазона $R_{min} \leq R \leq R_{max}$ измеряемых сопротивлений в данном случае традиционно используем нижний δI и верхний I_{max} пределы шкалы амперметра.

$$R_{min} = R(I_A = I_{max}) = 1,3 \text{ Ом} \quad (16)$$

$$R_{max} = R(I_A = \delta I) = 44 \text{ Ом}. \quad (17)$$

Следует заметить, что в данном случае категорически запрещено подключение амперметра параллельно резистору, т.к. ток через него составит $I = \frac{U}{R_A} = 45 \text{ А}$, что выведет прибор из строя.

