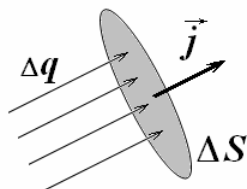


Условие

Задание 3. Полупроводник.

В данном задании вам предстоит теоретически описать электрическую проводимость чистого (без примесей) полупроводника и ее зависимость от температуры и освещенности. Рассматриваемые ниже явления находят широчайшее применение в современных электронных приборах, в частности терморезисторах и фоторезисторах. В качестве примера полупроводника используется кристаллический кремний (с-Si), модель его кристаллической решетки показана на рисунке. Для численных расчетов используются характеристики именно этого вещества. В задаче используются традиционные обозначения, принятые в физике полупроводников.

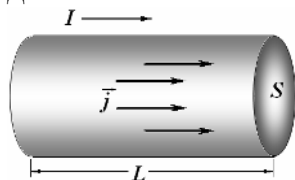
1. Введение – напоминание.



Для описания протекания электрического тока внутри вещества удобно пользоваться такой характеристикой, как плотность электрического тока $\vec{j}$. Плотность тока определяется как количество электрического заряда, протекающего через площадку единичной площади, перпендикулярной направлению движения зарядов в единицу времени (или как сила электрического тока, протекающего через площадку единичной площади):

$$j = \frac{\Delta q}{\Delta S \cdot \Delta t} = \frac{\Delta I}{\Delta t}. \quad (1)$$

Плотность тока является векторной величиной, ее направление совпадает с направлением движения положительно заряженных частиц.

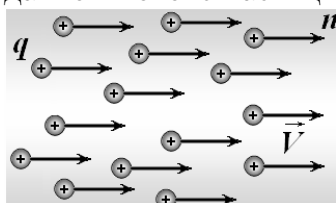


1.1 Пусть электрический ток равномерно протекает вдоль однородного цилиндра. Используя закон Ома для участка цепи, покажите, что плотность электрического тока внутри цилиндра рассчитывается по формуле

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}, \quad (2)$$

где $\vec{E}$ - напряженность электрического поля внутри цилиндра, σ - удельная проводимость материала цилиндра (величина обратная удельному электрическому сопротивлению $\sigma = \frac{1}{\rho}$).

1.2 Пусть одинаковые частицы (заряд каждой равен q) движутся с одинаковыми скоростями $\vec{v}$. Концентрация частиц в потоке равна n . Чему равна плотность электрического тока в данном потоке частиц?



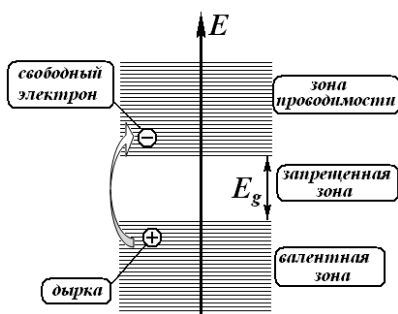
1.3 Покажите, что средняя скорость направленного движения электронов в металле при протекании постоянного электрического тока пропорциональна напряженности электрического поля в металле

$$\langle v \rangle = \mu E. \quad (3)$$

где коэффициент пропорциональности μ называется *подвижностью* электронов. Выразите удельную проводимость металла через подвижность электронов и их концентрацию в металле.

2. Терморезистор.

Энергетические состояния электронов в кристалле состоят из нескольких зон. Верхняя заполненная зона называется валентной зоной, а следующая за ней зона возможных состояний – зоной проводимости. Между ними располагается запрещенная зона – электроны в кристалле не могут иметь такие значения энергии! Разность энергий между верхним краем валентной зоны и нижним краем зоны проводимости называется шириной запрещенной зоны и обозначается E_g .



Электроны, находящиеся в валентной зоне, «привязаны» к своим атомам и не могут перемещаться по кристаллу, следовательно, не могут быть носителями электрического тока. Электроны, находящиеся в зоне проводимости являются свободными, поэтому служат носителями электрического тока.

В рассматриваемом кристаллическом кремнии при температуре абсолютного нуля все электроны находятся в валентной зоне, зона проводимости пуста, поэтому в этом состоянии полупроводник является изолятором. При повышении температуры вследствие теплового движения некоторые электроны могут переходить из валентной зоны в зону проводимости. В этом случае в зоне проводимости появляется свободный электрон, а в валентной зоне дырка. Скорость генерации G_T электронно-дырочных пар (число рождающихся в единице объема в единицу времени электронно-дырочных пар) в заданном полупроводнике зависит только от температуры.

Таким образом, носителями электрического тока в полупроводниках являются свободные электроны и дырки. Причем дырки можно рассматривать как частицы с положительным зарядом равным элементарному заряду. Концентрация свободных электронов в полупроводнике обозначается n_i , концентрация дырок p_i . Однако в чистом полупроводнике (таком, как рассматривается в данной задаче) концентрации электронов и дырок одинаковы, поэтому используйте единое обозначение для их концентрации $n_i = p_i = n$. Возможен и процесс, обратный рождению электронно-дырочной пары – электрон может перейти из зоны проводимости в валентную зону, при этом пара электрон-дырка исчезает. Такой процесс называется рекомбинацией. Очевидно, что скорость рекомбинации R (число исчезающих в единицу объема в единицу времени электронно-дырочных пар) пропорциональна произведению концентраций электронов и дырок.

При постоянной температуре полупроводника устанавливается динамическое равновесие – среднее число рождающихся электронно-дырочных пар становится равным числу пар, исчезающих вследствие рекомбинации: $G_T = R$.

Концентрация свободных электронов в этом случае называется равновесной концентрацией, ее обозначим $\bar{n}$. Равновесная концентрация свободных электронов зависит только от абсолютной температуры T и определяется формулой

$$\bar{n}(T) = AT^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right), \quad (4)$$

где k - постоянная Больцмана; A - постоянная для данного вещества величина; $\exp(x) = e^x$ - экспоненциальная функция.

2.1 Используя физические характеристики кристаллического кремния, вычислите его удельную электрическую проводимость при комнатной температуре σ_0 .

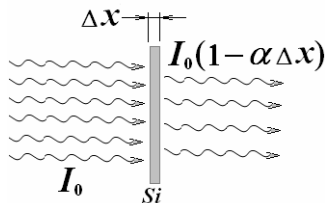
2.2 При малом изменении температуры ΔT можно считать, что проводимость кремния изменяется по линейному закону

$$\sigma = \sigma_0(1 + \gamma\Delta T). \quad (5)$$

Рассчитайте температурный коэффициент проводимости γ для кристаллического кремния при комнатной температуре. Изменением подвижностей электронов и дырок при изменении температуры можно пренебречь.

3. Фоторезистор.

Электроны могут переходить в зону проводимости и при поглощении кванта света, в этом случае также образуется пара носителей тока «свободный электрон – дырка». Это явление называется *внутренним фотоэффектом*. На этом принципе работают полупроводниковые приборы для измерения интенсивности света (в том числе инфракрасного диапазона) – фоторезисторы.



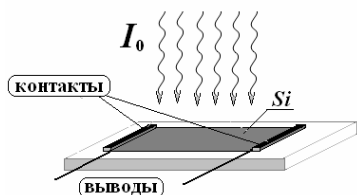
Если энергия фотона превышает энергетическую ширину запрещенной зоны, то он может поглотиться, в некоторых случаях поглощения фотона образуется электронно-дырочная пара. Отношение числа рожденных пар к числу поглощенных фотонов называется *квантовым выходом* фотоэффекта (обозначим эту величину η).

Поглощение света характеризуется *коэффициентом поглощения* α . Величина $\alpha\Delta x$ (при $\alpha\Delta x \ll 1$) равна отношению числа фотонов, поглощенных в тонком слое вещества толщиной Δx , к числу фотонов падающих на этот слой.

Для кристаллического кремния зависимость коэффициента поглощения от частоты падающего света описывается приближенной формулой

$$\alpha(\nu) = B(h\nu - E_g)^2, \quad (6)$$

где $h\nu$ - энергия фотона (в электрон-вольтах), $B = 3,9 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1} \cdot \text{эВ}^{-2}$ - эмпирическая постоянная.



Фоторезистор представляет собой тонкий кристаллический кремниевый слой. К краям слоя подведены металлические токопроводящие контакты с внешними выводами. Пластика полностью освещается светом, падающим на нее нормально сверху. Толщина полупроводникового слоя h достаточно мала, так что в рассматриваемом далее спектральном диапазоне выполняется условие $\alpha h \ll 1$. Температуру пластинки с полупроводниковым слоем можно считать постоянной и равной комнатной.

3.1.1 Вычислите длину волны красной границы фотоэффекта $\lambda_{кр.}$.

3.1.2 Для упрощения дальнейших расчетов выразите коэффициент поглощения кремния как функцию от величины $\lambda/\lambda_{кр.}$ (где λ - длина волны падающего света): $\alpha = F(\lambda/\lambda_{кр.})$.

3.1.3 Вычислите скорость генерации электронно-дырочных пар посредством фотоэффекта G_r . Выразите данную величину через характеристики падающего света (длину волны λ , интенсивность I_0 - энергию, падающую в единицу времени на площадку единичной площади) и необходимые вам характеристики кремния, приведенные в справочной таблице.

3.2.1 Запишите уравнение, описывающее скорость изменения концентрации свободных электронов $\frac{\Delta n}{\Delta t}$ в полупроводнике, освещаемом светом. Учтите, что электронно-дырочные пары появляются не только под действием теплового движения, но и вследствие фотоэффекта.

3.2.2 Пусть в результате кратковременного светового импульса концентрация свободных электронов превысила термодинамическую равновесную концентрацию $\bar{n}$ на малую величину n_1 (то есть $n = \bar{n} + n_1$, причем $\bar{n} \gg n_1$). Покажите, что изменение этого отклонения Δn_1 за малый промежуток времени Δt подчиняется уравнению

$$\Delta n_1 = -\frac{n_1}{\tau} \Delta t, \quad (7)$$

где τ - некоторая постоянная, называемая временем жизни электронно-дырочной пары (ее численное значение для кристаллического кремния приведено в Справочной таблице).

3.2.3 Выразите скорость тепловой генерации G_T и скорость рекомбинации R через концентрацию носителей тока и известные параметры кремния, приведенные в Справочной таблице.

3.2.4 Пусть фоторезистор непрерывно освещается светом, в этом случае концентрация носителей достигает некоторого стационарного значения. Найдите отношение этой концентрации к равновесной концентрации $\frac{n}{\bar{n}}$, как функцию длины волны (лучше $\lambda/\lambda_{кр.}$) и интенсивности падающего излучения I_0 .

3.3 Измерение интенсивности света. Фоторезистор подключают к источнику постоянного напряжения и измеряют силу тока через него. При отсутствии освещения сила тока в цепи равна i_0 (темновой ток).

3.3.1 Найдите зависимость силы тока в цепи от характеристик падающего излучения (длины волны и интенсивности).

3.3.2 Постройте примерный график зависимости отношения силы тока в цепи к темновому току i/i_0 от интенсивности падающего света (в диапазоне от нуля до $0,1 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$) с длиной волны $\lambda = 0,90\lambda_{кр.}$.

3.3.3. Постройте примерный график зависимости i/i_0 от длины волны падающего света в диапазоне от $\lambda_1 = 0,8\text{мкм}$ до $\lambda_2 = 1,1\text{мкм}$. Считайте, что интенсивность падающего излучения постоянна и равна $I_0 = 1,0 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2}$.

Справочная таблица.

Комнатная температура	$T_0 = 300\text{K}$
Заряд электрона	$e = 1,60 \cdot 10^{-19}\text{Кл}$
Скорость света в вакууме	$c = 3,00 \cdot 10^8\text{м/с}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,38 \cdot 10^{-23}\text{Дж} \cdot \text{K}^{-1}$
Постоянная Планка	$h = 6,63 \cdot 10^{-34}\text{Дж} \cdot \text{с}$
Характеристики кристаллического кремния	
Ширина запрещенной зоны	$E_g = 1,12\text{эВ}$
Равновесная концентрация свободных электронов при комнатной температуре	$\bar{n} = 1,0 \cdot 10^{10}\text{см}^{-3}$
Подвижность свободных электронов	$\mu_n = 1,4 \cdot 10^3\text{см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$
Подвижность дырок	$\mu_p = 0,45 \cdot 10^3\text{см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$
Квантовый выход внутреннего фотоэффекта	$\eta = 0,10$
Время жизни электронно-дырочной пары	$\tau = 3,0 \cdot 10^{-3}\text{с}$